Matemáticas en la Industria. Optimización de recursos energéticos.

Claudia Sagastizábal

mailto:sagastiz@impa.br

http://www.impa.br/~sagastiz

Santander - Setiembre 2004

Matemáticas en Acción

Índice

1. Problemática del sector energético

Contexto:

- Crisis petrolera '70: 1ra re-estructuración (nuclear, hidro).
- Liberalización de los mercados '90 (max retorno $\leftrightarrow$ min coste?).
- Blackouts '00: búsqueda soluciones de largo plazo (aspectos financieros vs ambientales)

La optimización ayuda en la toma de decisiones:

– cómo hacer funcionar una usina eléctrica (despacho);
– cómo hacer funcionar -diariamente, cada semana o cada año- un parque eléctrico (gestión de la producción);

– cómo planificar qué plantas y donde construir en los próximos 10-30 años (expansión);
– analizar portafolios óptimos (y seguros...) de contratos de energía;
– analizar estrategias de compra y venta en el mercado spot, problemas de equilibrio y de minimización de riesgo; etc

La optimización ayuda en la toma de decisiones:

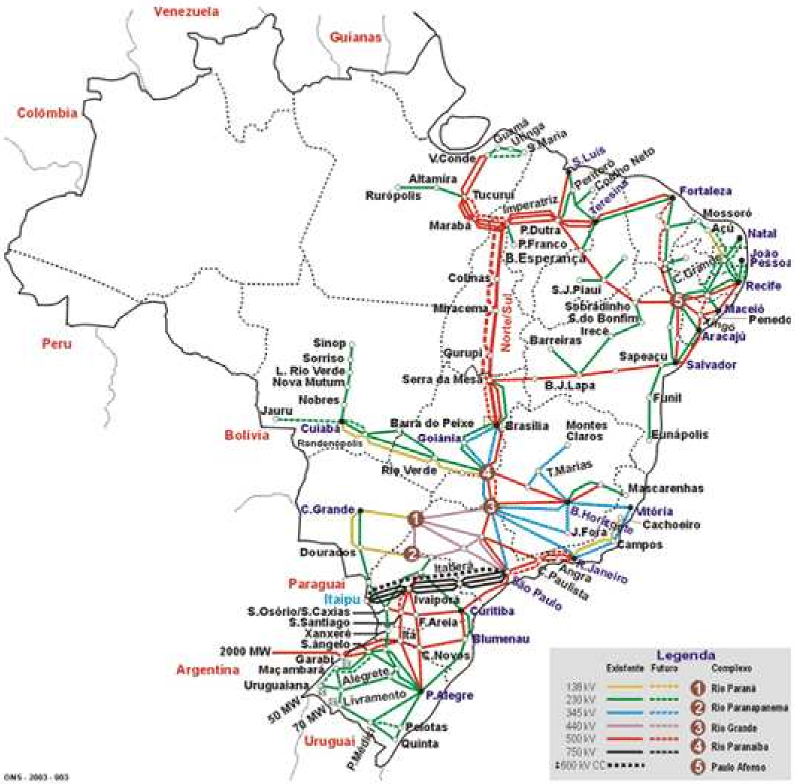
- cómo hacer funcionar una usina eléctrica(despacho);
- cómo hacer funcionar -diariamente, cada semana o cada año- un parque eléctrico (gestión de la producción);

- cómo planificar qué plantas construir (y dónde) en los próximos 10-30 años (expansión);
- analizar portafolios óptimos (y seguros...) de contratos de energía;
- analizar estrategias de compra y venta en el mercado spot, problemas de equilibrio y de minimización de riesgo; etc

1.1. Elementos principales

El sistema eléctrico está interconectado:

Sistema de Transmissão 2003 - 2005



ONS - 2003 - 003

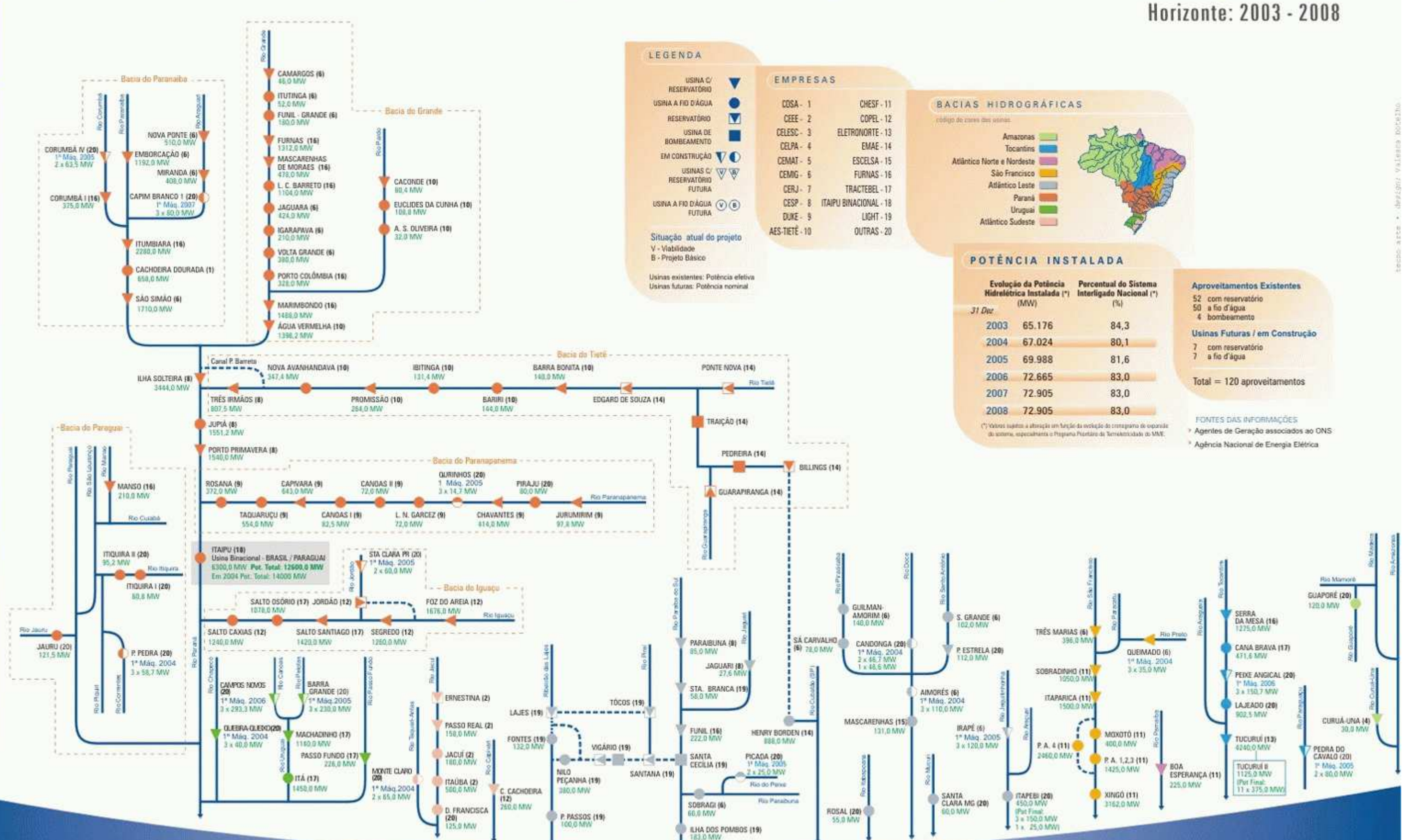
Operador Nacional do Sistema Elétrico

ONS

Diagrama Esquemático das Usinas Hidrelétricas do SIN

Usinas Hidrelétricas Despachadas pelo ONS na Otimização da Operação Eletroenergética do Sistema Interligado Nacional

Horizonte: 2003 - 2008



LEGENDA

- USINA C/ RESERVATÓRIO
- USINA A FIO D'ÁGUA
- RESERVATÓRIO
- USINA DE BOMBEAMENTO
- EM CONSTRUÇÃO
- USINAS C/ RESERVATÓRIO FUTURA
- USINA A FIO D'ÁGUA FUTURA

Situação atual do projeto

V - Viabilidade
B - Projeto Básico

Usinas existentes: Potência efetiva
Usinas futuras: Potência nominal

EMPRESAS

COSA - 1	CHESF - 11
CEEE - 2	COPEL - 12
CELESC - 3	ELETRONORTE - 13
CELPA - 4	EMAE - 14
CEMAT - 5	ESCELSA - 15
CEMIG - 6	FURNAS - 16
CERJ - 7	TRACTEBEL - 17
CESP - 8	ITAIPU BINACIONAL - 18
DUKE - 9	LIGHT - 19
AES-TIETÊ - 10	OUTRAS - 20

BACIAS HIDROGRÁFICAS

código de cores das usinas

- Amazonas
- Tocantins
- Atlântico Norte e Nordeste
- São Francisco
- Atlântico Leste
- Paraná
- Uruguai
- Atlântico Sudeste

POTÊNCIA INSTALADA

31 Dez	Evolução da Potência Hidrelétrica Instalada (*) (MW)	Percentual do Sistema Interligado Nacional (*) (%)
2003	65.176	84,3
2004	67.024	80,1
2005	69.988	81,6
2006	72.665	83,0
2007	72.905	83,0
2008	72.905	83,0

(*) Valores sujeitos à alteração em função da evolução do cronograma de expansão do sistema, especialmente o Programa Prioritário de Termeletricidade do MME.

Aproveitamentos Existentes

52 com reservatório
50 a fio d'água
4 bombeamento

Usinas Futuras / em Construção

7 com reservatório
7 a fio d'água

Total = 120 aproveitamentos

FONTES DAS INFORMAÇÕES

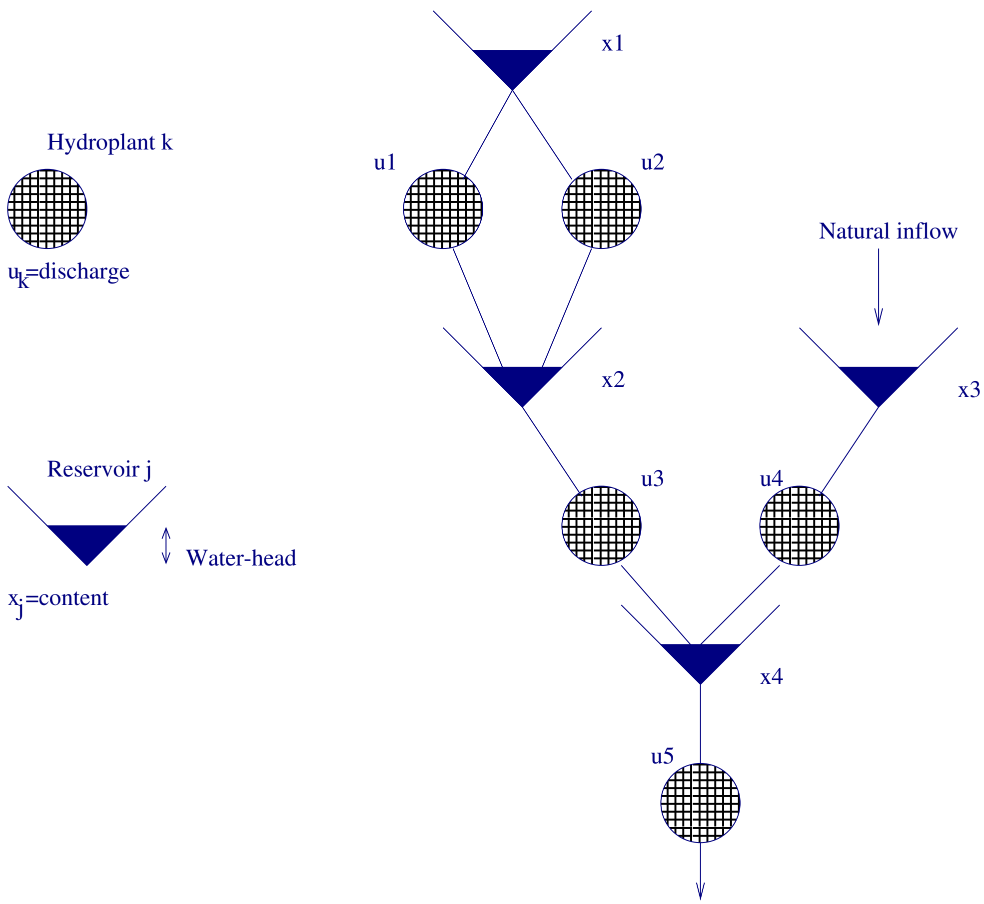
- Agentes de Geração associados ao ONS
- Agência Nacional de Energia Elétrica

Janeiro / 2004

1.2. El problema

$$\text{– Encontrar el coste mínimo} \left\{ \begin{array}{l} \text{operar usinas} \\ \text{déficits futuros} \\ \text{transmisión} \\ \text{impacto ambiental} \end{array} \right.$$

– Satisfaciendo restricciones ...



Hydroplant k
u_k=discharge
Reservoir j
Water-head
x_j=content
x1
u1
u2
Natural inflow
x2
x3
u3
u4
x4
u5

. . . Satisfaciendo

- Valles hidráulicos
- Lluvias (temperaturas) inciertas
- Restricciones operativas de usinas térmicas ($\supset$ nucleares)
- Capacidades máximas/mínimas (generación/transmisión)
- Satisfacción de la demanda
- Reserva secundaria

1.3. Gestión óptima de la producción

Encontrar la producción óptima de un parque eléctrico dado por el conunto I, para un horizonte de tiempo dado $\{1, \ldots, \mathcal{T}\}$.

Diferentes horizontes $\Rightarrow$ diferentes modelos:

Largo plazo	Corto plazo (UC)
$\mathcal{T}$ = 6-12 meses.	$\mathcal{T}$ =1-7 días
t =1 mes	t =30 min + t =1 día
Lluvia incierta	Lluvia conocida
Intercambios por grandes líneas	Red eléctrica (DC)
$\left\{\begin{array}{l}\text{por Subsistema}\\ \text{Cons. Agua}\\ \text{limites de capacidad}\end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{l}\text{por generador}\\ \text{on/off}\\ \text{start-up/shutdown}\\ \text{curvas de producción}\end{array}\right.$

Medio plazo: $\mathcal{T}$ =1-6 meses, t =1 semana

2. Restricciones ambientales

Control de emision de gases

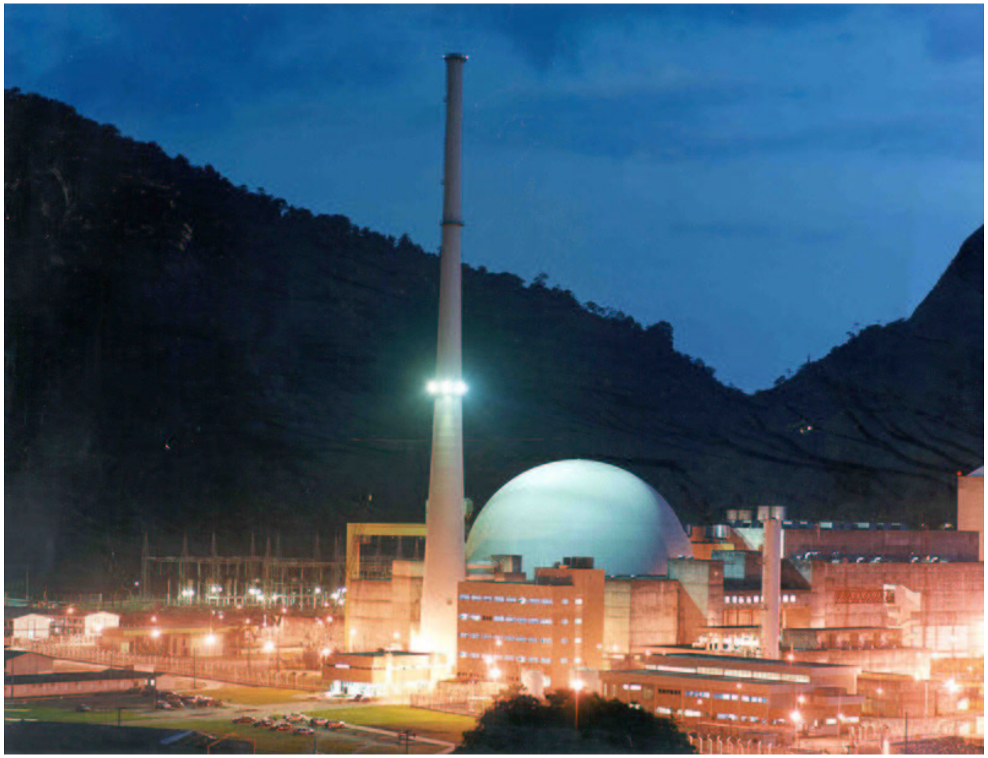
Eólicas:

OK!

Hidráulicas:

OK!

Nucleares:



OK!

Térmicas:

~~OK!~~

3. Un ejemplo simplificado

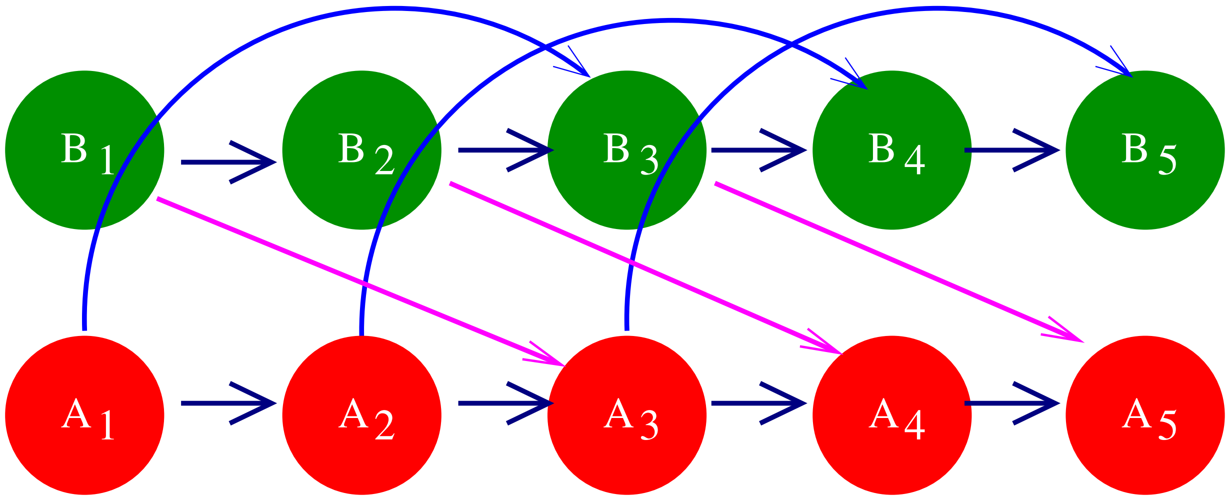
Gestión óptima de dos centrales térmicas con control de emisión de gases

Características:

- Una central térmica de baja contaminación (proceso de desulfurización de gases)
- Una central de alta contaminación
  - Producción de la central de baja (alta) contaminación es cara (barata)
- Carbón de baja o alta contaminación (gases sulfúricos)
  - Carbón de baja (alta) contaminación es caro (barato)

Restricciones

- Límites de capacidad en cada planta
- Satisfacción de la demanda
- Límites de emisión de gases
- Tiempos mínimos para cambiar el combustible en cada planta



3.1. Formulación matemática

${p_{\mathtt{A}}}_i^t$	producción individual	alta emisión, tiempo t
${p_{\mathtt{B}}}_i^t$		baja emisión

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} p^t := (p_1^t, p_2^t, \dots, p_{\mathrm{I}}^t) & \text{prod. de todo el parque, tiempo } t \\ p_i & \text{prod. total de } i \text{ hasta } \mathcal{T} \end{cases}$$

$$\text{Problema: } \begin{cases} \min\limits_{p} \mathcal{C}(p) \\ p \in \mathcal{S} \cap \mathcal{D}\,, \end{cases}$$

Restricciones (para $p = p_{\mathtt{A}}$ y $p = p_{\mathtt{B}}$):

$$\mathcal{S} = \textstyle\prod_t \mathcal{S}^t \text{ estáticas}$$
$$\mathcal{D} = \textstyle\prod_i \mathcal{D}_i \text{ dinámicas}$$

3.1.1. Restricciones estáticas

$\mathcal{S} \supset$ demanda y límites emisión o capacidad:

$$\begin{cases} \sum_{i \in \mathrm{I}} ({p_{\mathtt{A}}}_i^t + {p_{\mathtt{B}}}_i^t) = D^t & \text{demanda (*)} \\ \sum_{i \in \mathrm{I}} ({Em_{\mathtt{A}}}_i^t {p_{\mathtt{A}}}_i^t + {Em_{\mathtt{B}}}_i^t {p_{\mathtt{B}}}_i^t) \leq \mathsf{MaxEm}^t & \text{emisión (*)} \\ p_i^{t\,min} \leq {p_{\mathtt{A}}}_i^t, {p_{\mathtt{B}}}_i^t \leq p_i^{t\,max} & \text{cotas} \end{cases}$$

(*) acoplan las dos centrales en cada instante de tiempo

3.1.2. Restricciones dinámicas

En cada central, la producción ${p_{\mathtt{A}}}_i$ y ${p_{\mathtt{B}}}_i$ depende de solamente de características de la usina.

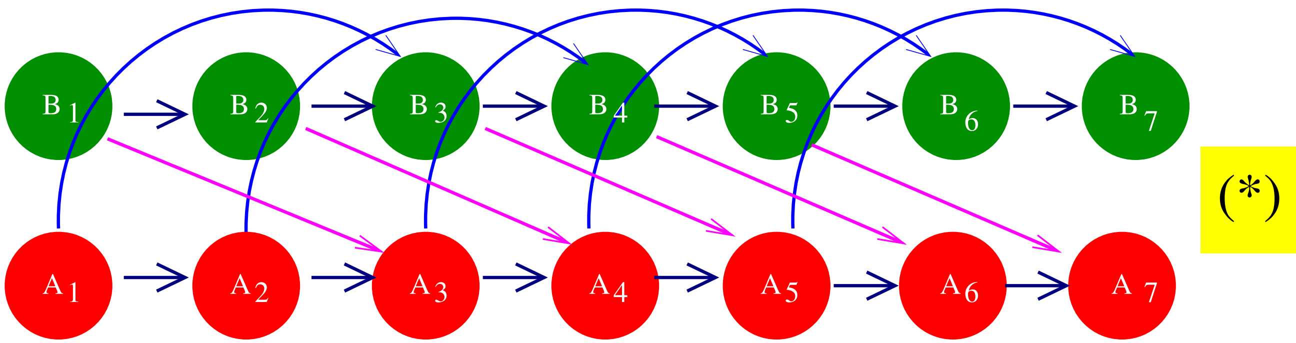
La generación ${p_{\mathtt{A}}}_i / {p_{\mathtt{B}}}_i$ se modela con una variable 0-1:

$$\begin{cases} u_i^t = 0 & \text{si generamos con carbón de alta contaminación} \\ u_i^t = 1 & \text{si generamos con carbón de baja contaminación} \end{cases}$$

Cotas de capacidad:

$$
\begin{array}{rcccl}
p_i^{t\,min} u_i^t & \leq & p_{\mathtt{B}}{}_i^t & \leq & p_i^{t\,max} u_i^t \\
p_i^{t\,min} (1 - u_i^t) & \leq & p_{\mathtt{A}}{}_i^t & \leq & p_i^{t\,max} (1 - u_i^t)
\end{array}
$$

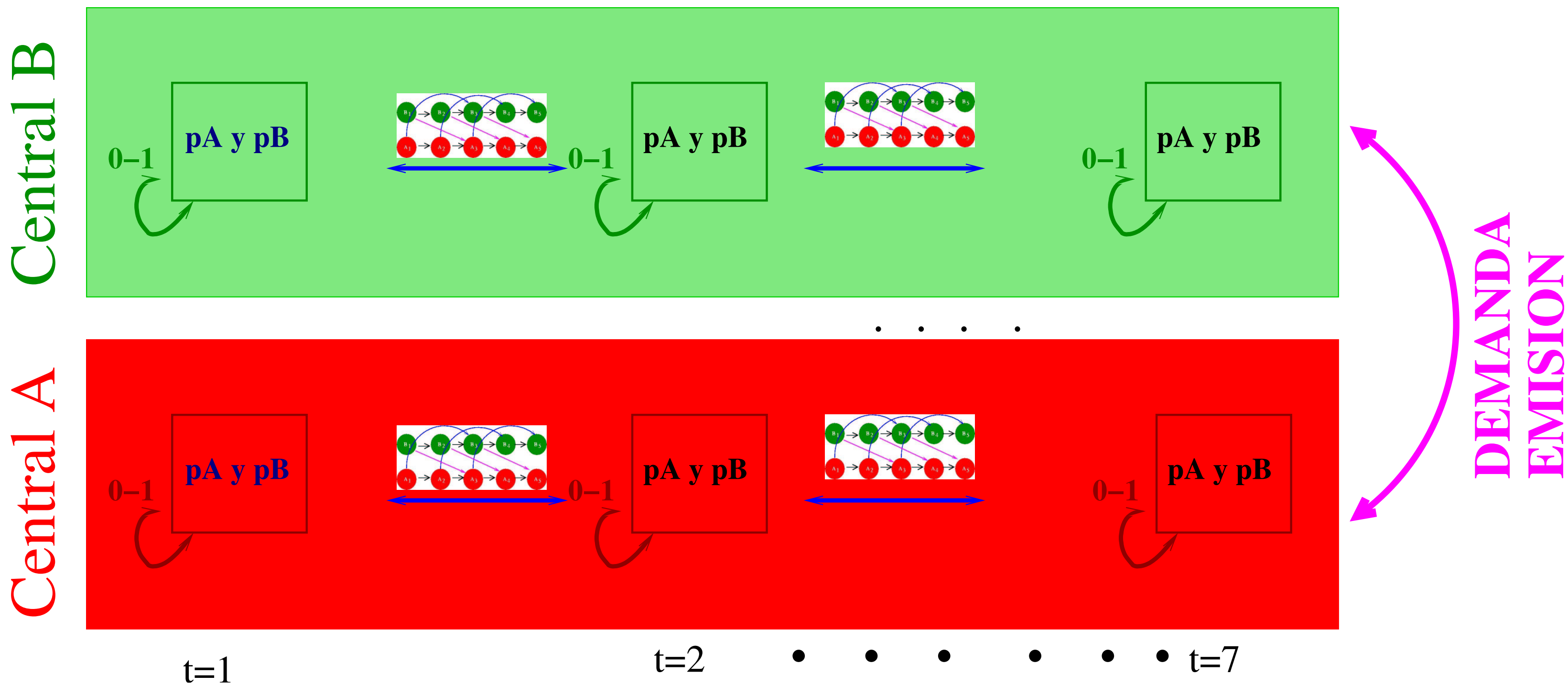
Sólo se puede pasar al otro tipo de carbón cada 2 instantes de tiempo:



(*) acopla varios instantes de tiempo

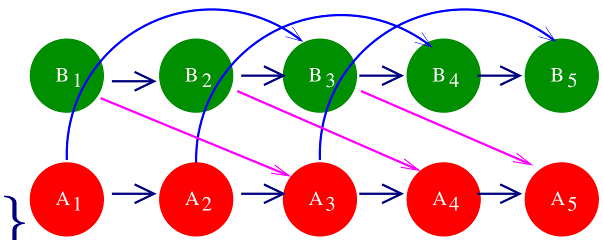
en resumen ...

... en resumen

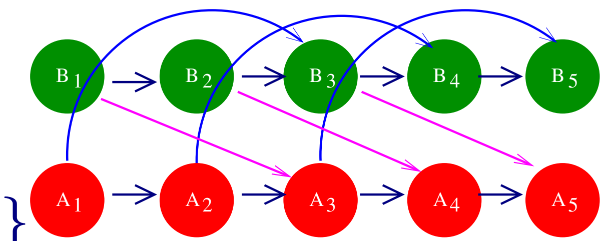


Central B
Central A
0–1
pA y pB
0–1
pA y pB
0–1
pA y pB
0–1
pA y pB
0–1
pA y pB
0–1
pA y pB
DEMANDA
EMISION
t=1
t=2
t=7

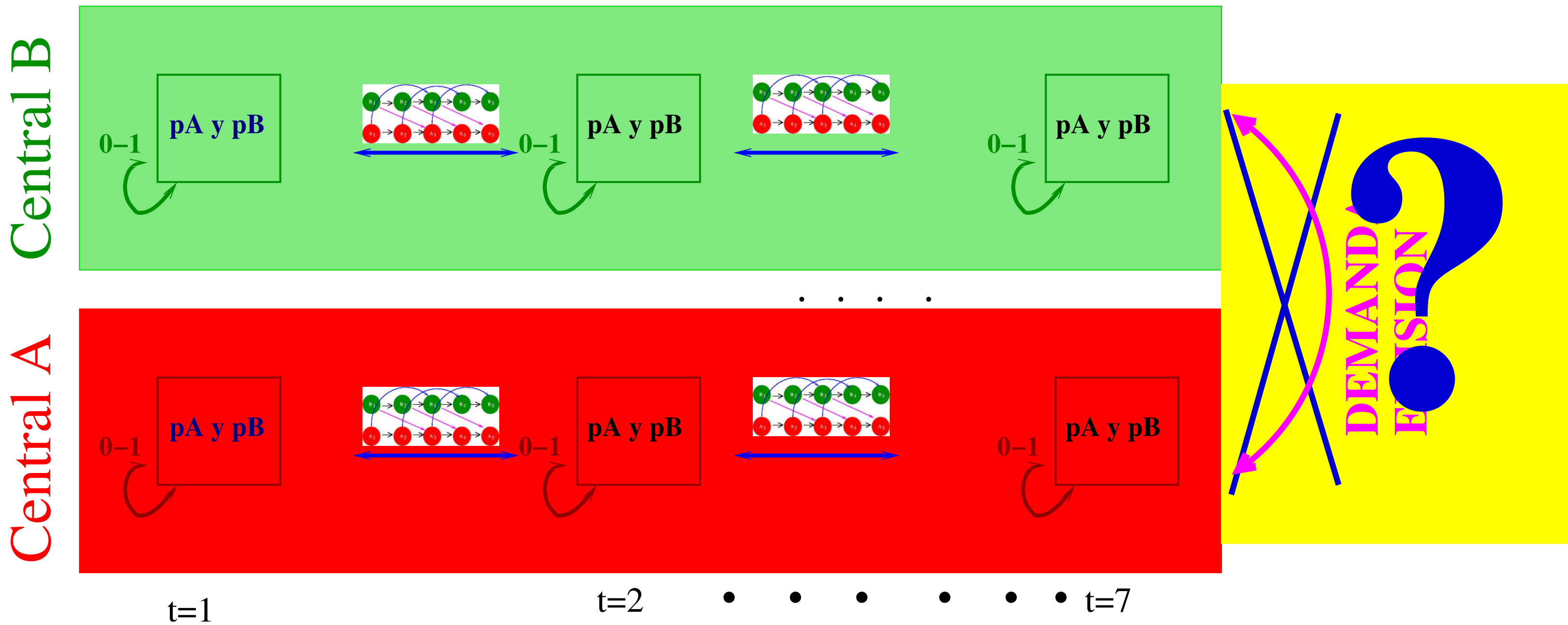
$$\begin{cases} \text{mín}_{p,u} \sum_{i=1}^{2} \sum_{t=1}^{7} \left(\mathcal{C}_{\mathtt{A}}{}_{i}^{t}(p_{\mathtt{A}}{}_{i}^{t}) + \mathcal{C}_{\mathtt{B}}{}_{i}^{t}(p_{\mathtt{B}}{}_{i}^{t}) \right) \\ p_i^{t\,min} u_i^t \leq p_{\mathtt{B}}{}_i^t \leq p_i^{t\,max} u_i^t \\ p_i^{t\,min}(1 - u_i^t) \leq p_{\mathtt{A}}{}_i^t \leq p_i^{t\,max}(1 - u_i^t) \\ u_i^t \in \{0, 1\} \\ \sum_{i=1}^{2} (p_{\mathtt{A}}{}_i^t + p_{\mathtt{B}}{}_i^t) = D^t \\ \sum_{i \in \mathrm{I}} (Em_{\mathtt{A}}{}_i^t p_{\mathtt{A}}{}_i^t + Em_{\mathtt{B}}{}_i^t p_{\mathtt{B}}{}_i^t) = 0{,}0007 \end{cases}$$



$$
\left\{
\begin{array}{l}
\min_{p,u} \sum_{i=1}^{2} \sum_{t=1}^{7} \Big(\mathcal{C}_{\mathtt{A}}{}_i^t({p_{\mathtt{A}}}_i^t) + \mathcal{C}_{\mathtt{B}}{}_i^t({p_{\mathtt{B}}}_i^t) \Big) \\
p_i^{t\,min} u_i^t \leq {p_{\mathtt{B}}}_i^t \leq p_i^{t\,max} u_i^t \\
p_i^{t\,min} (1 - u_i^t) \leq {p_{\mathtt{A}}}_i^t \leq p_i^{t\,max} (1 - u_i^t) \\
u_i^t \in \{0, 1\} \\
\sum_{i=1}^{2} ({p_{\mathtt{A}}}_i^t + {p_{\mathtt{B}}}_i^t) = D^t \qquad (*) \\
\sum_{i \in \mathrm{I}} ({Em_{\mathtt{A}}}_i^t {p_{\mathtt{A}}}_i^t + {Em_{\mathtt{B}}}_i^t {p_{\mathtt{B}}}_i^t) = 0{,}0007 \qquad (*)
\end{array}
\right.
$$



DIFICIL!!!

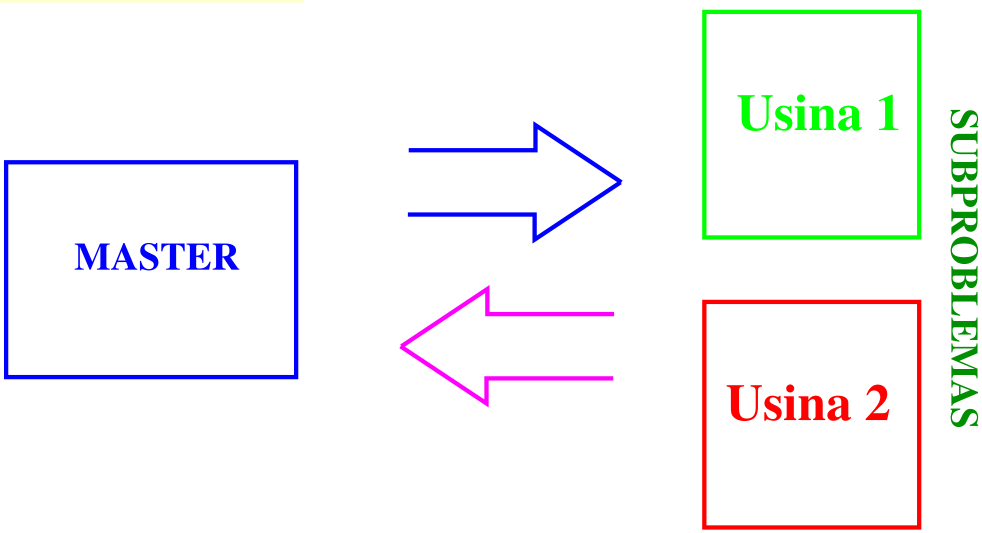

Central B
0–1
pA y pB
0–1
pA y pB
0–1
pA y pB
Central A
0–1
pA y pB
0–1
pA y pB
0–1
pA y pB
DEMAND
?
t=1
t=2
t=7

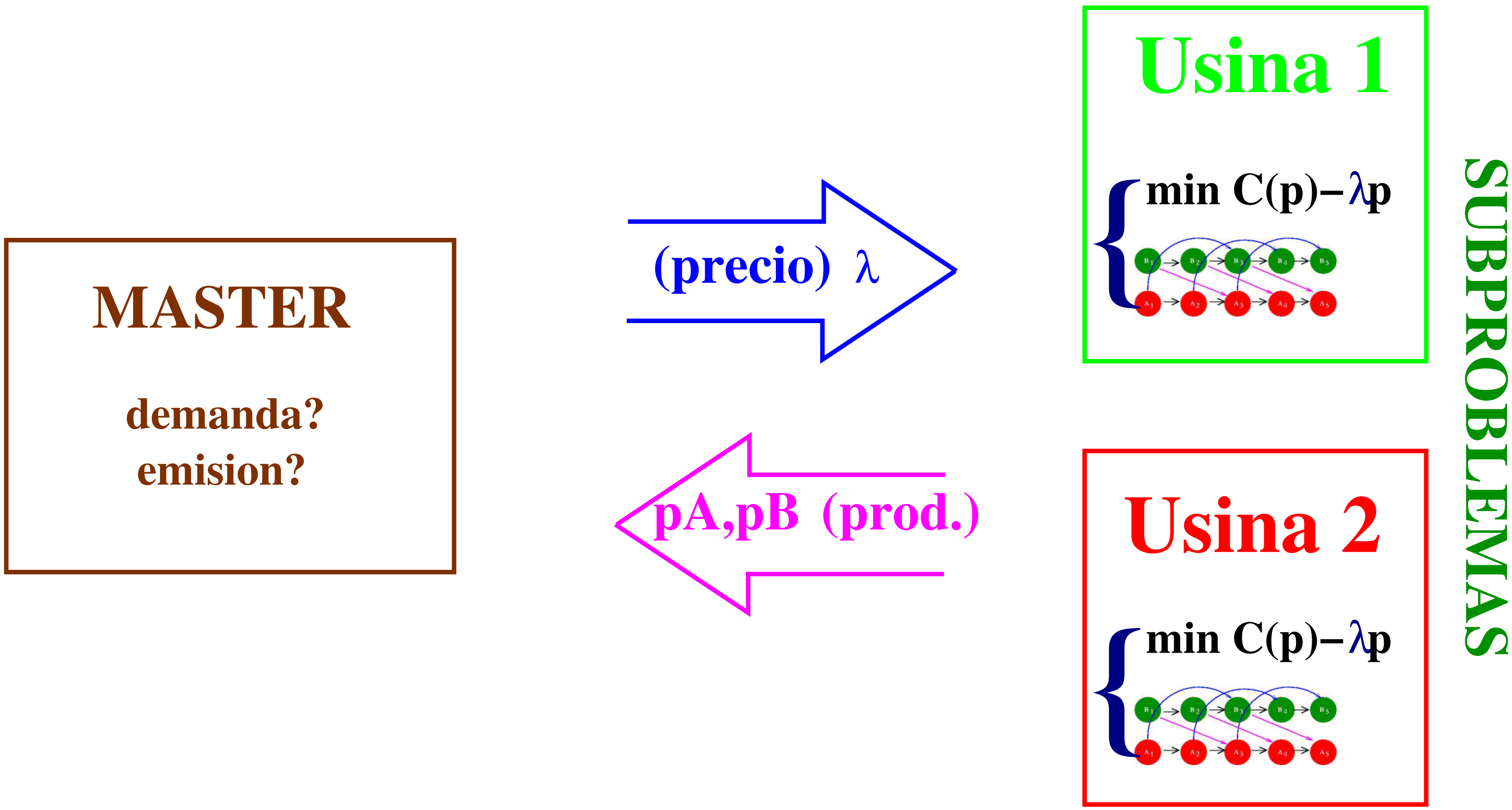
4. Resolución: Descomposición por Precios

(o Relajación Lagrangiana)

Estrategia:

dividir para conquistar




MASTER
demanda?
emision?
(precio) λ
pA,pB (prod.)
Usina 1
min C(p)−λp
Usina 2
min C(p)−λp
SUBPROBLEMAS

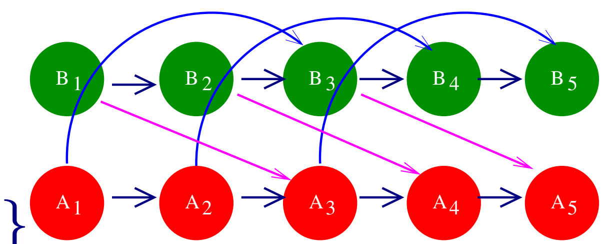
4.1. Formulación matemática

Master:

$$\left\{ \text{máx}_\lambda \Big(\theta_1(\lambda) + \theta_2(\lambda) \Big) \right.$$

Subproblemas:

$$\theta_i(\lambda) = \begin{cases} \text{mín}_{p,u} \sum_{t=1}^{7} \Big(\mathcal{C}_{\mathtt{A}}{}_i^t({p_{\mathtt{A}}}_i^t) + \mathcal{C}_{\mathtt{B}}{}_i^t({p_{\mathtt{B}}}_i^t) \\ -\lambda_D^t({p_{\mathtt{A}}}_i^t + {p_{\mathtt{B}}}_i^t) - \lambda_{Em}^t({Em_{\mathtt{A}}}_i^t {p_{\mathtt{A}}}_i^t + {Em_{\mathtt{B}}}_i^t {p_{\mathtt{B}}}_i^t) \Big) \\ p_i^{t\,min} u_i^t \leq {p_{\mathtt{B}}}_i^t \leq p_i^{t\,max} u_i^t \\ p_i^{t\,min}(1-u_i^t) \leq {p_{\mathtt{A}}}_i^t \leq p_i^{t\,max}(1-u_i^t) \\ u_i^t \in \{0,1\} \end{cases}$$



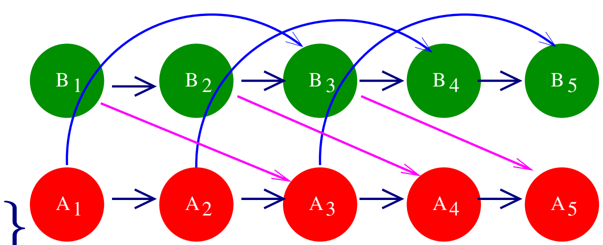
4.1. Formulación matemática

Master:

$$\left\{ \max_{\lambda} \Big(\theta_1(\lambda) + \theta_2(\lambda) \Big) \right.$$

Subproblemas:

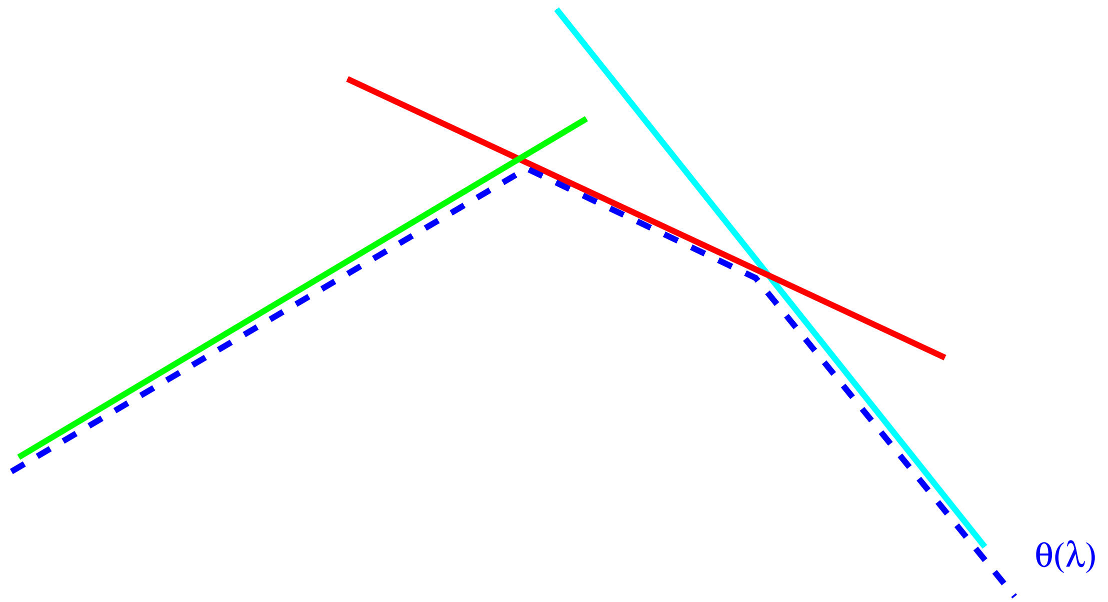
$$\theta_i(\lambda) = \begin{cases} \min_{p_i, u_i} \sum_{t=1}^{7} \Big(\mathcal{C}_{\mathtt{A}}{}_i^t({p_{\mathtt{A}}}_i^t) + \mathcal{C}_{\mathtt{B}}{}_i^t({p_{\mathtt{B}}}_i^t) \\ -\lambda_D^t({p_{\mathtt{A}}}_i^t + {p_{\mathtt{B}}}_i^t) - \lambda_{Em}^t({Em_{\mathtt{A}}}_i^t {p_{\mathtt{A}}}_i^t + {Em_{\mathtt{B}}}_i^t {p_{\mathtt{B}}}_i^t) \Big) \\ {p_i^t}^{min} u_i^t \leq {p_{\mathtt{B}}}_i^t \leq {p_i^t}^{max} u_i^t \\ {p_i^t}^{min} (1 - u_i^t) \leq {p_{\mathtt{A}}}_i^t \leq {p_i^t}^{max} (1 - u_i^t) \\ u_i^t \in \{0, 1\} \end{cases}$$



FACIL!!!

4.2. Generación de nuevos precios

El problema master es no diferenciable

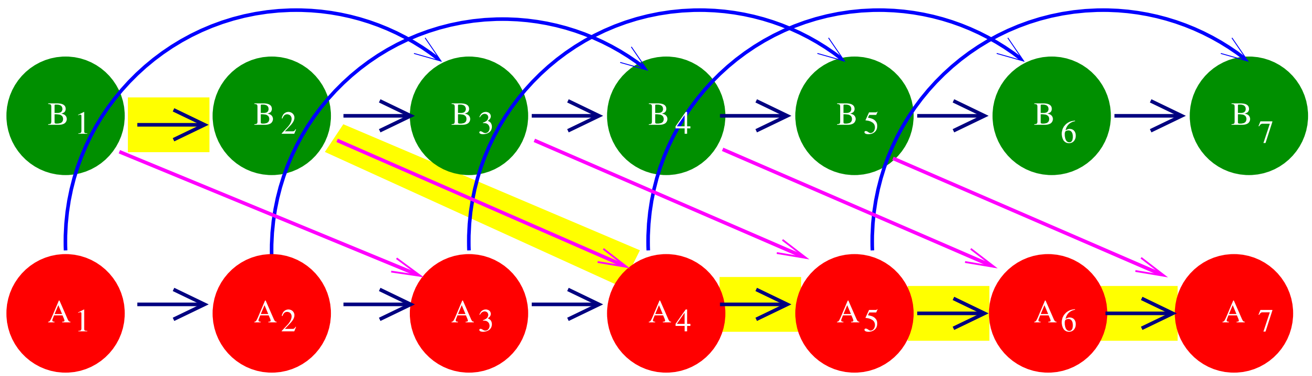


se resuelve con métodos especiales

subgradientes, planos cortantes, de haces

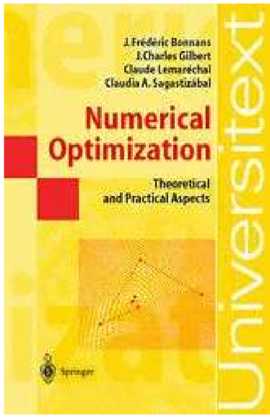
4.3. Generación de nuevas producciones

Cada subproblema es de resolución simple, por enumeración de todos los vectores $(u_i^1, u_i^2, \ldots, u_i^7)$:



Caminos 0-1, por ejemplo $(1, 1, *, 0, 0, 0, 0)$

5. Para saber más



Numerical Optimization.

Theoretical and Practical Aspects

J.F. Bonnans, J.Ch. Gilbert,

C. Lemaréchal, C. Sagastizábal.

Universitext. Springer-Verlag, Berlin, 2003.

Algunas referencias (http://www.impa.br/~sagastiz):

– Bundle methods applied to the unit-commitment problem, C. Lemaréchal, F. Pellegrino, A. Renaud, C. Sagastizábal, 1996.

– Bundle methods in stochastic optimal power management: a disaggregated approach using preconditioners, L. Bacaud, C. Lemaréchal, A. Renaud, C. Sagastizábal, 2001.

– Bundle relaxation and primal recovery in unit commitment problems. The Brazilian case., A. Belloni, A. Diniz, M.E. Maceira, C. Sagastizábal, 2003.