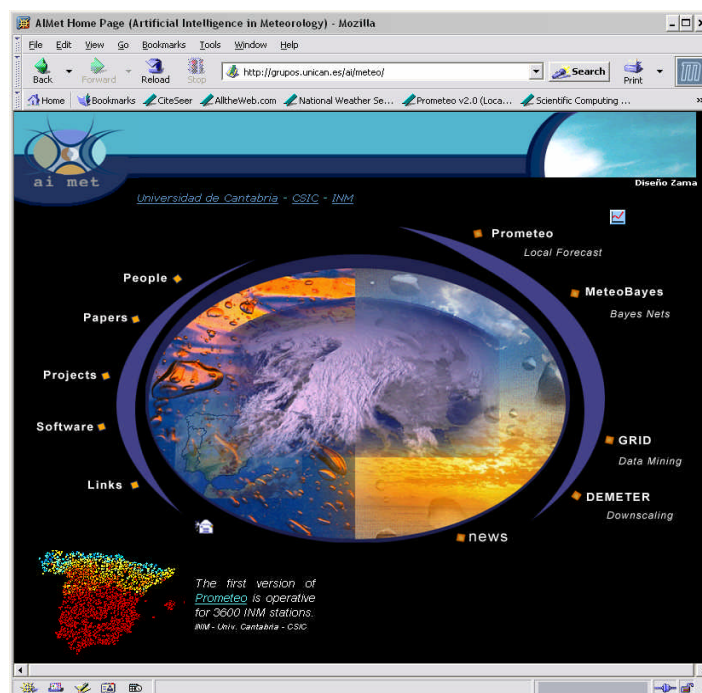


Matemáticas en la Predicción Meteorológica

Ciclo de Talleres Divulgativos
"Matemáticas en Acción"
15 de marzo, Santander

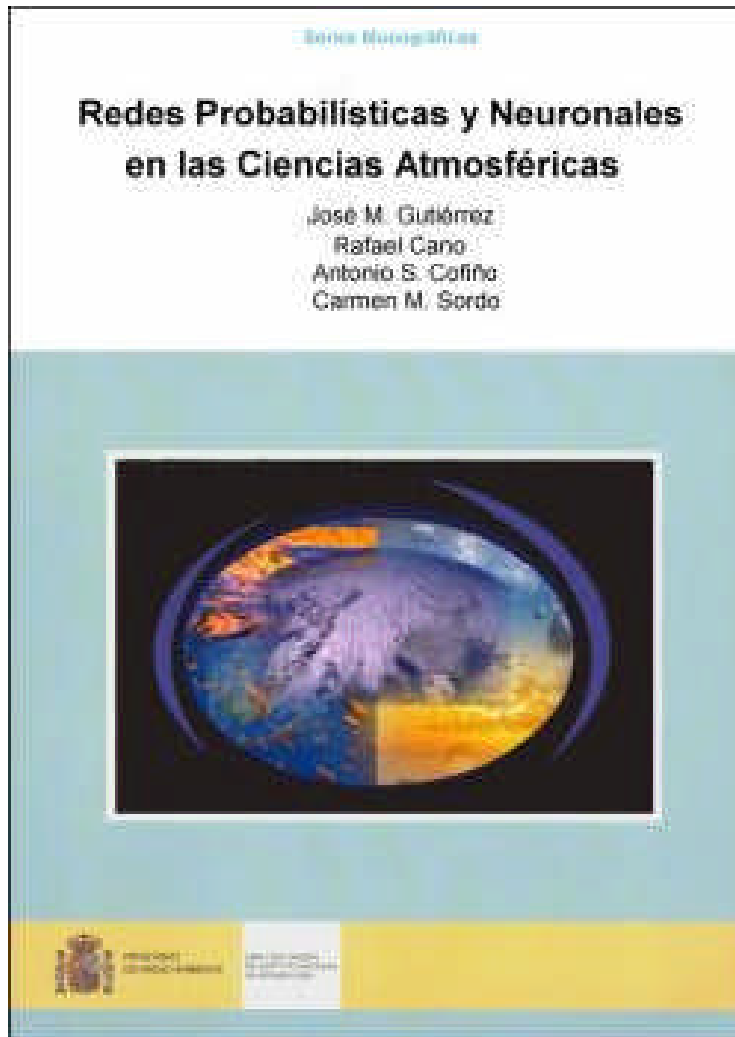


<http://www.meteo.unican.es>

José Manuel Gutiérrez
Dpto. Matemática Aplicada y
Ciencias de la Computación



Autores (p.o. de firma): J.M. Gutiérrez, R. Cano, A.S. Cofiño, and C. Sordo
Título: *Redes Probabilísticas y Neuronales en las Ciencias Atmosféricas* (ISBN: 84-8320-281-6)
Fecha: 2004
Editorial: **Ministerio de Medio Ambiente** Lugar de publicación: Madrid
Serie: **Monografías del Instituto Nacional de Meteorología.**



Autores: R. Cano, C. Sordo and J.M. Gutiérrez
Bayesian Networks in Meteorology
Ref. libro: *Advances in Bayesian Networks* (ISBN: 3-540-20876-3)
Editorial: **Springer Verlag**
Series: Studies in Fuzziness and Soft Computing, Vol. 146
Editores: J.A. Gámez, S. Moral and A. Salmerón
Páginas: 309 - 327 Fecha: 2004

Authors: A.S. Cofiño, J.M. Gutiérrez, B. Jakubiak, and M. Melonek
Implementation of data mining techniques for meteorological applications
Book Title: *Realizing Teracomputing.* Editors: W. Zwielfhofer
Editorial: **World Scientific** Fecha: 2003

Autores: J.M. Gutiérrez, A.S. Cofiño, R. Cano and C. Sordo
Analysis and downscaling multi-model seasonal forecasts in Perú using self-organizing maps
Ref. revista: **Tellus A**, in press Fecha: 2005

Autores: E. Díez, C. Primo, J.A. García-Moya, J.M. Gutiérrez and B. Orfila
Statistical and Dynamical Downscaling of Precipitation over Spain from DEMETER Forecast
Ref. revista: **Tellus A**, in press Fecha: 2005

Autores: J.M. Gutiérrez, A.S. Cofiño, R. Cano, and M.A. Rodríguez
Clustering Methods for Statistical Downscaling in Short-Range Weather Forecast
Monthly Weather Review, 132(9), 2169 – 2183 Fecha: 2004

Predicción Meteorológica:

realidad

Leyes físicas



VS

modelo aproximado

*métodos matemáticos
(numéricos - computación)*



AI
met
group

Predicción Meteorológica como Problema Matemático



W. Bjerknes (1862-1951)

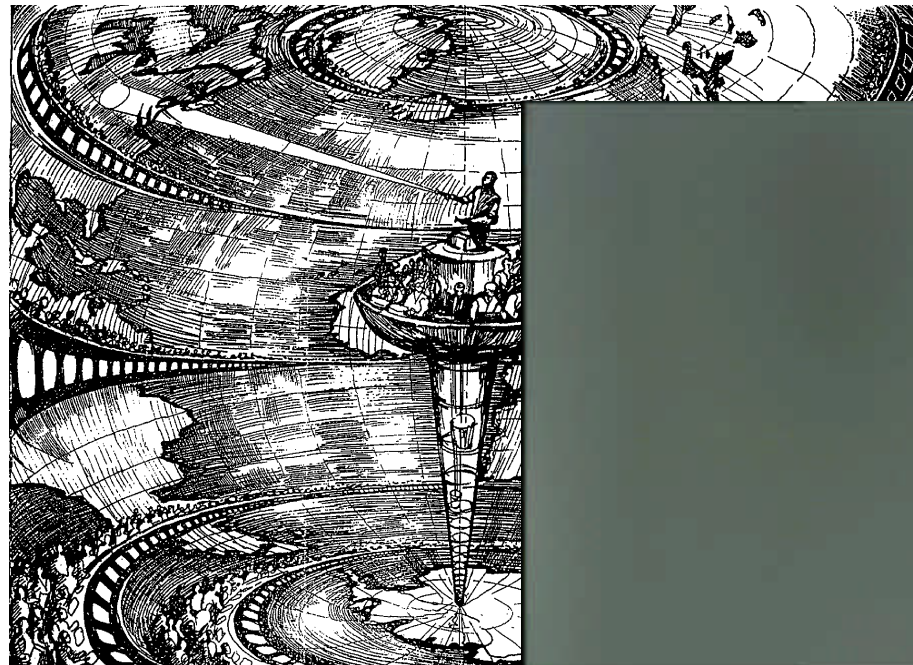
Propuso la predicción meteorológica como un problema determinista de valor inicial basado en las leyes de la Física.

L.F. Richardson (1881-1953)

Primer modelo computacional “operativo”.



Lewis Fry Richardson (1881-1953)



Modelización y Predicción Numérica del Tiempo

La dinámica a gran escala (sinóptica) de la Atmósfera está regida por leyes físicas conocidas.

Conservación de energía, masa, momento, vapor de agua, ecuación de estado de gases.

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\alpha \nabla p - \nabla \phi + \mathbf{F} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}$$

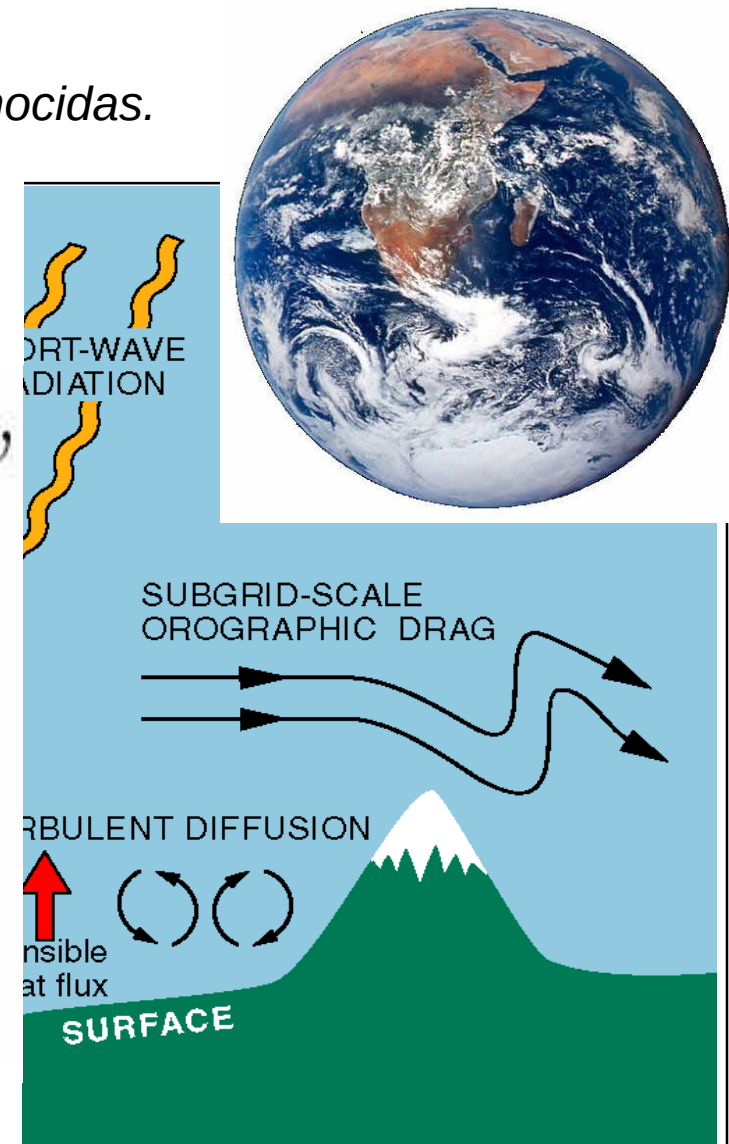
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v})$$

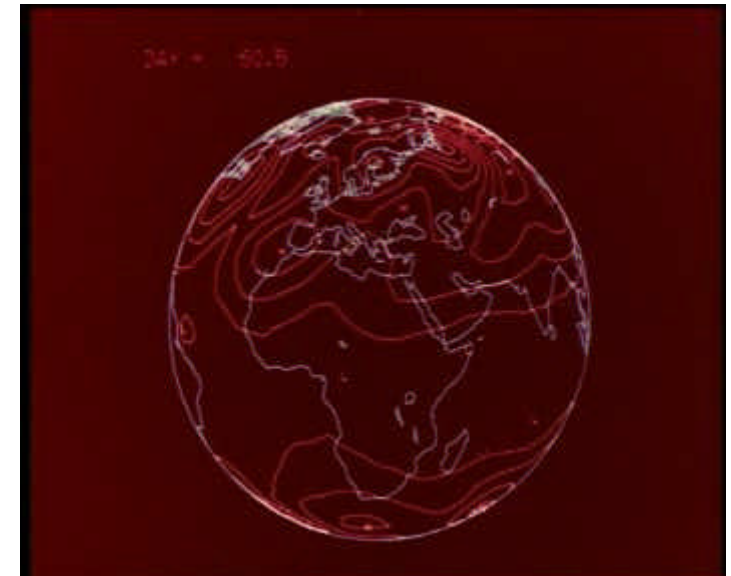
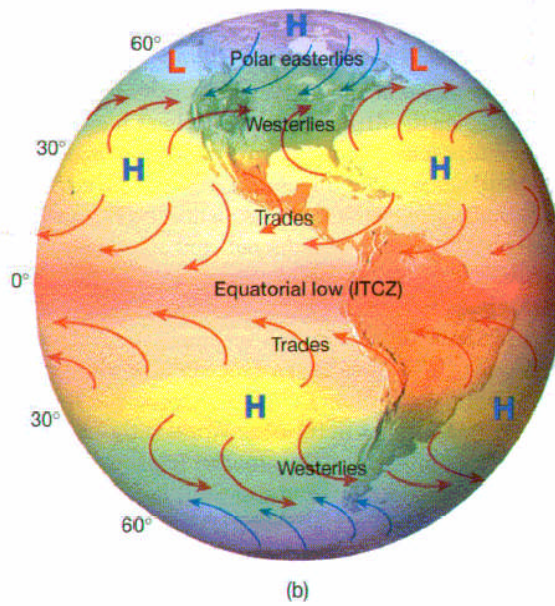
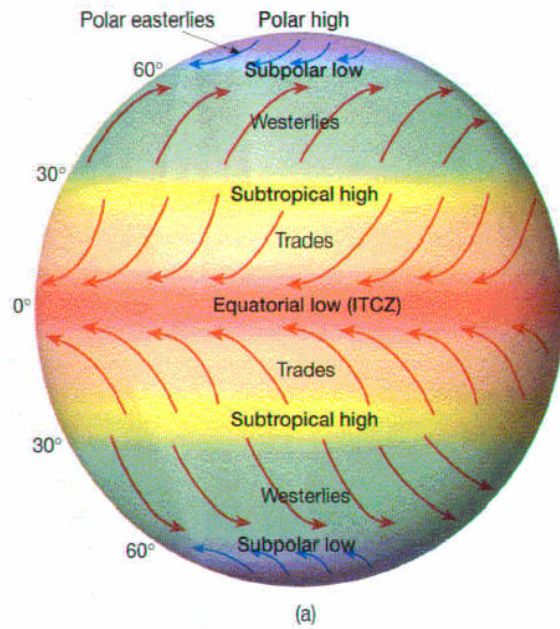
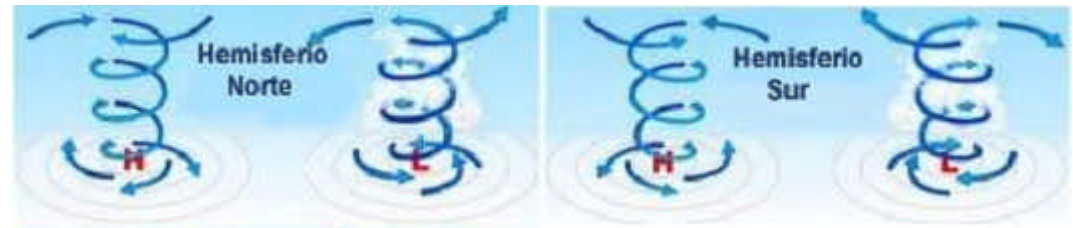
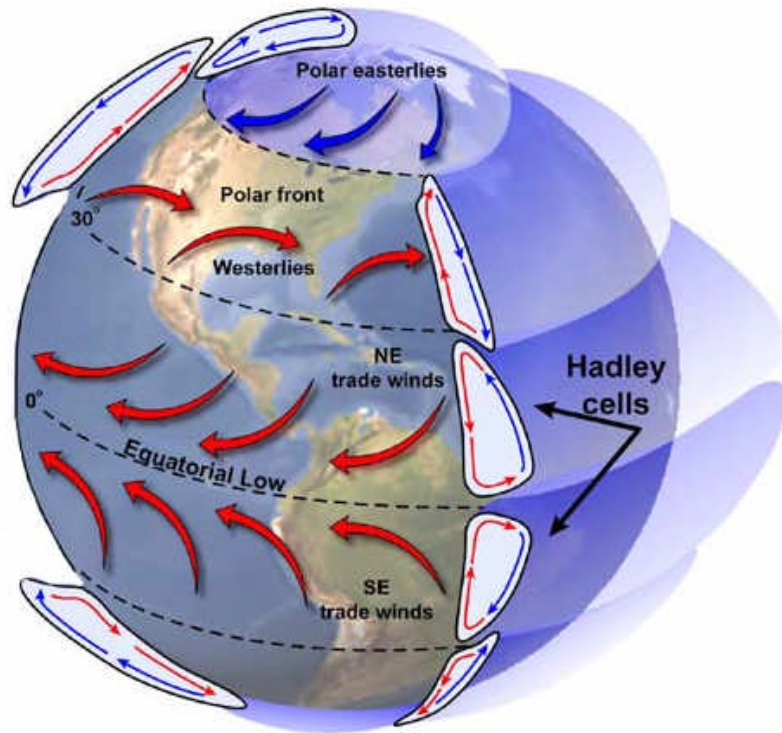
$$p\alpha = RT$$

$$Q = C_p \frac{dT}{dt} - \alpha \frac{dp}{dt}$$

$$\frac{\partial \rho q}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v} q) + \rho (E - C)$$

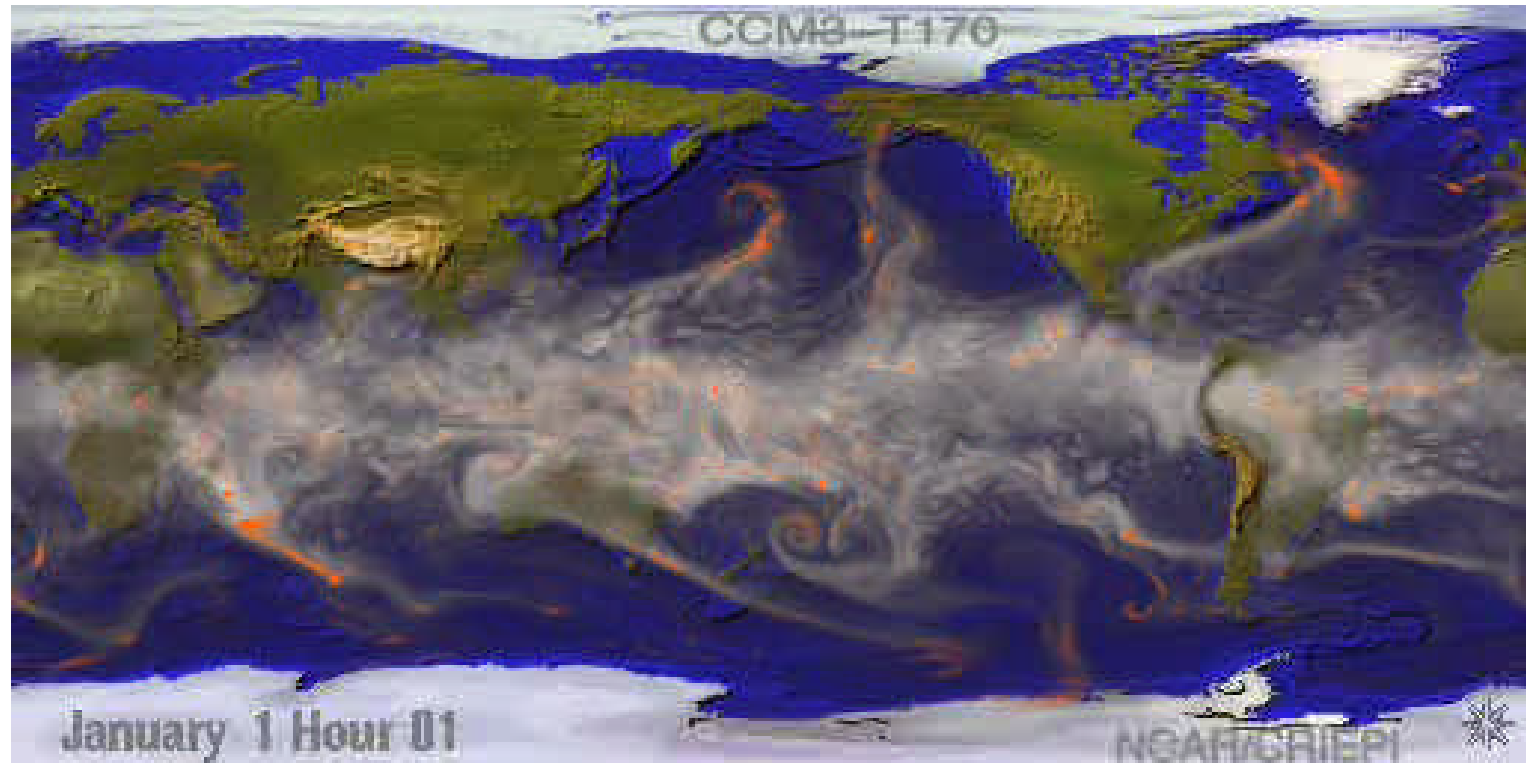
$$\mathbf{v} = (u, v, w), T, p, q = 1/q \text{ y } q$$





Actualmente, los supercomputadores paralelos permiten simular con gran realismo los fenómenos más significativos de la circulación atmosférica.

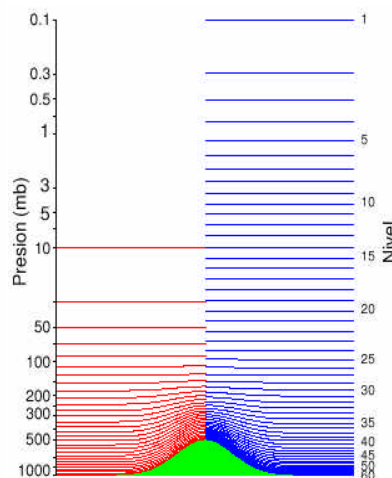
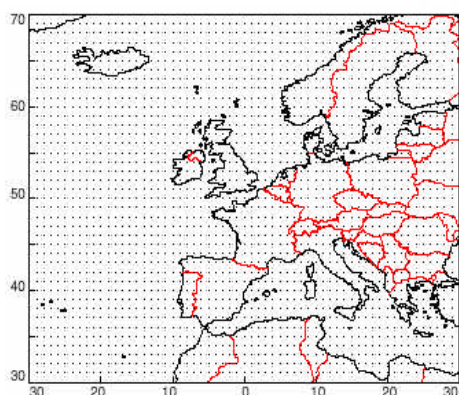
ECMWF. Thunderstorm (>2000 procesadores)



Modelización y Predicción Numérica del Tiempo

La predicción meteorológica actual se basa en las integraciones de los modelos numéricos de circulación atmosférica, que simulan la dinámica de la atmósfera.

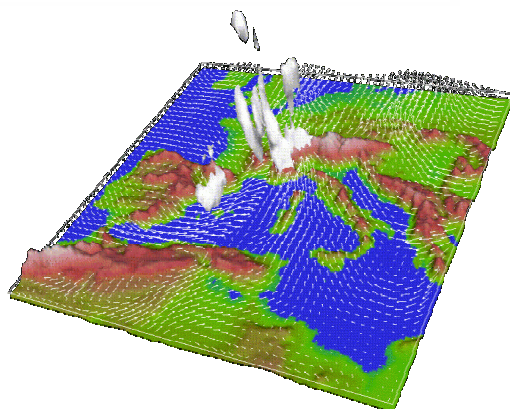
360x180x32 x nvar



Conservación de energía, masa, momento, vapor de agua, ecuación de estado de gases.

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = -\alpha \nabla p - \nabla \phi + F - 2\Omega \times v \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v) \\ p\alpha = RT \\ Q = C_p \frac{dT}{dt} - \alpha \frac{dp}{dt} \\ \frac{\partial \rho q}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho v q) + \rho(E - C) \end{cases}$$

$v = (u, v, w), T, p, ? = 1/? \text{ y } q$



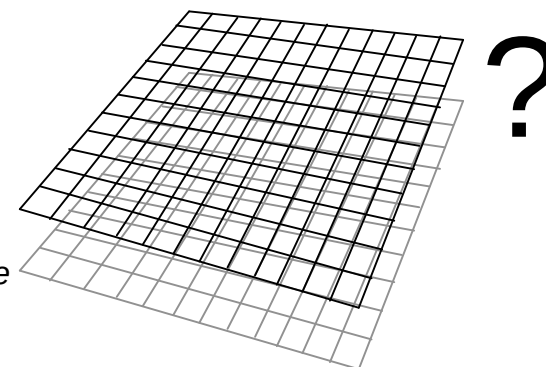
Integración numérica de EDPs

Elementos finitos, etc.

Estabilidad numérica:

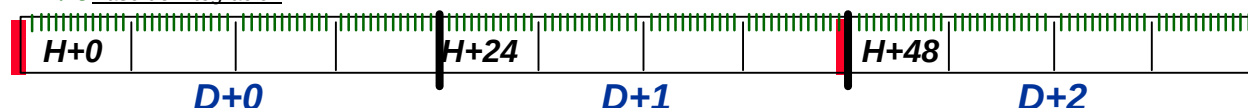
resolución ? $1/? t$

Duplicar la resolución espacial supone incrementar el tiempo de cómputo en un factor 16



? t Paso de integración

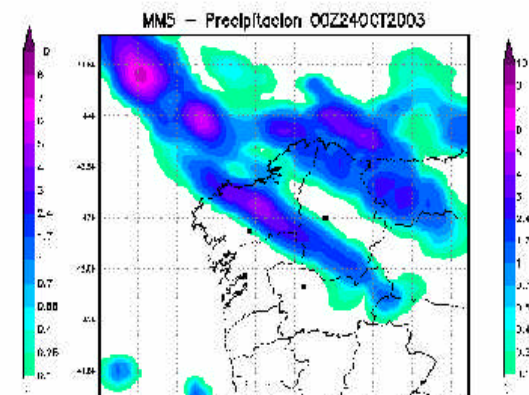
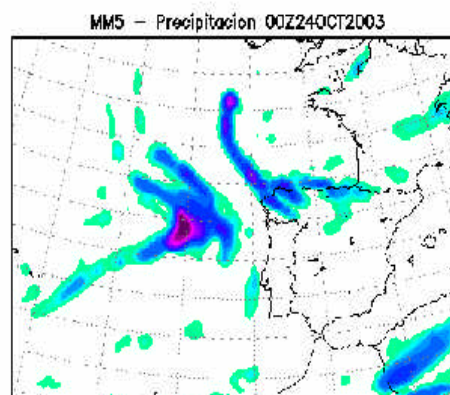
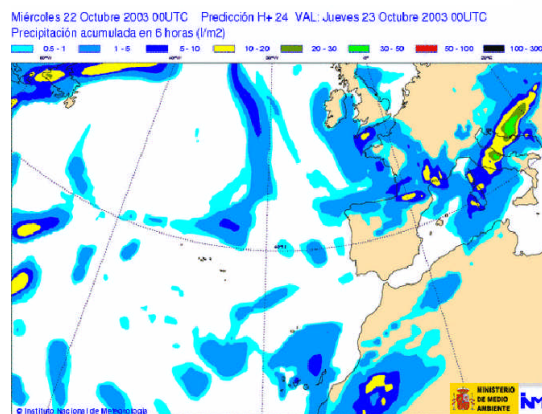
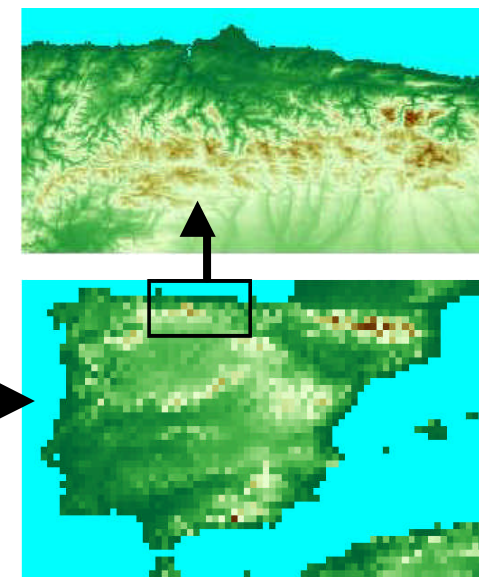
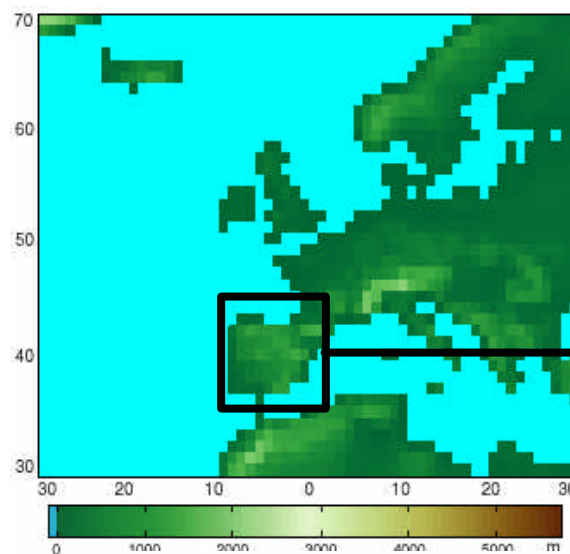
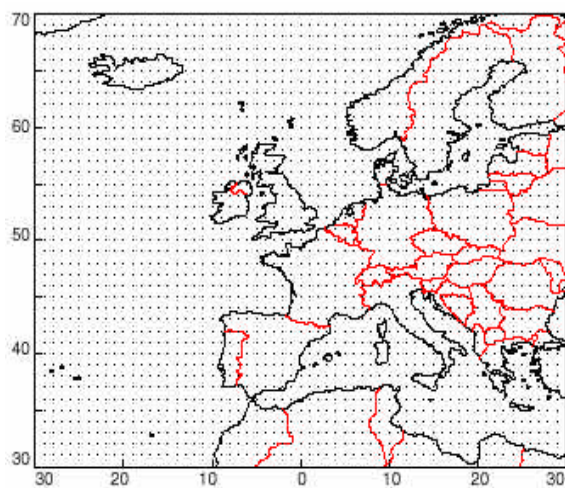
Condición inicial



AI
met
group

Escala Espacial. Resolución de las Predicciones

La resolución horizontal y vertical de la rejilla 3D determina los procesos físicos que son capturados en la dinámica e influye en la predicción de las distintas (sobre todo en superficie).

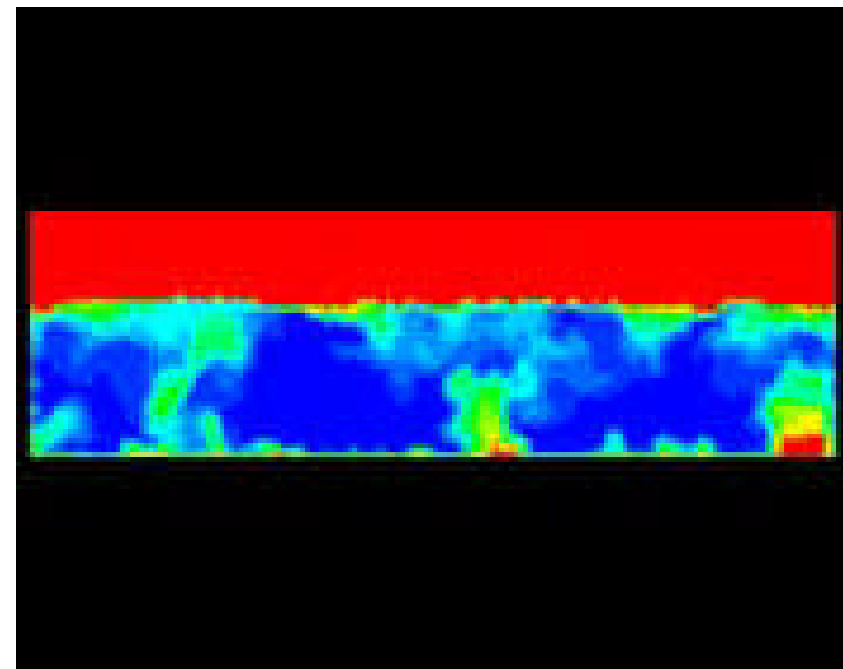
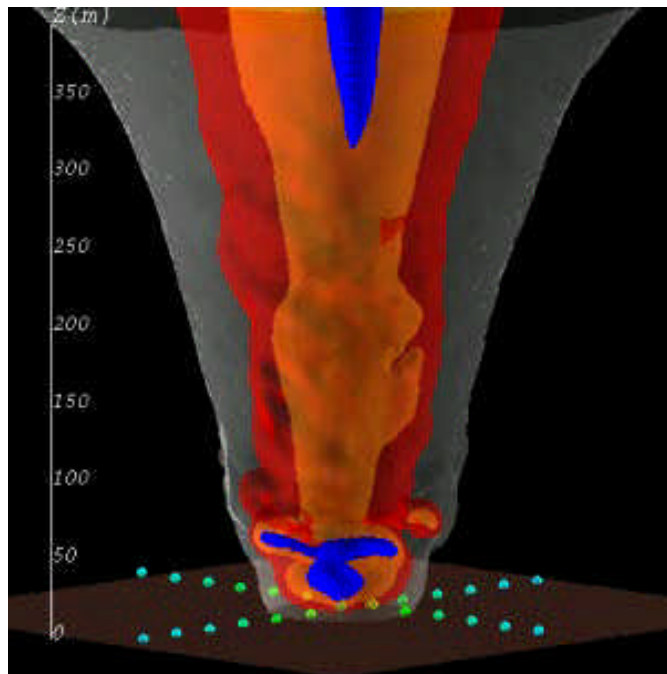
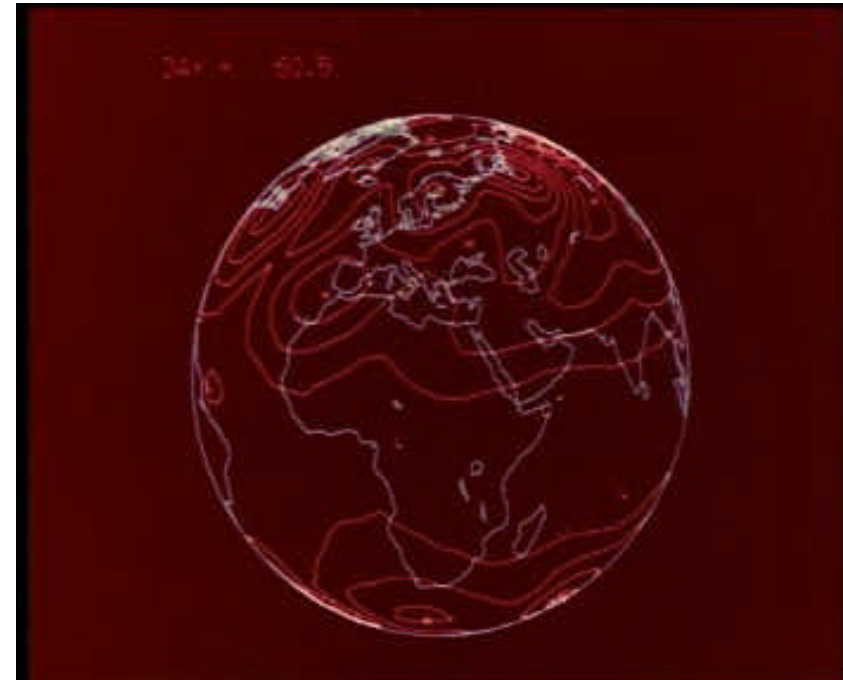


A gran escala (1000 km) los procesos más significativos de la atmósfera vienen dados por la circulación sinóptica.

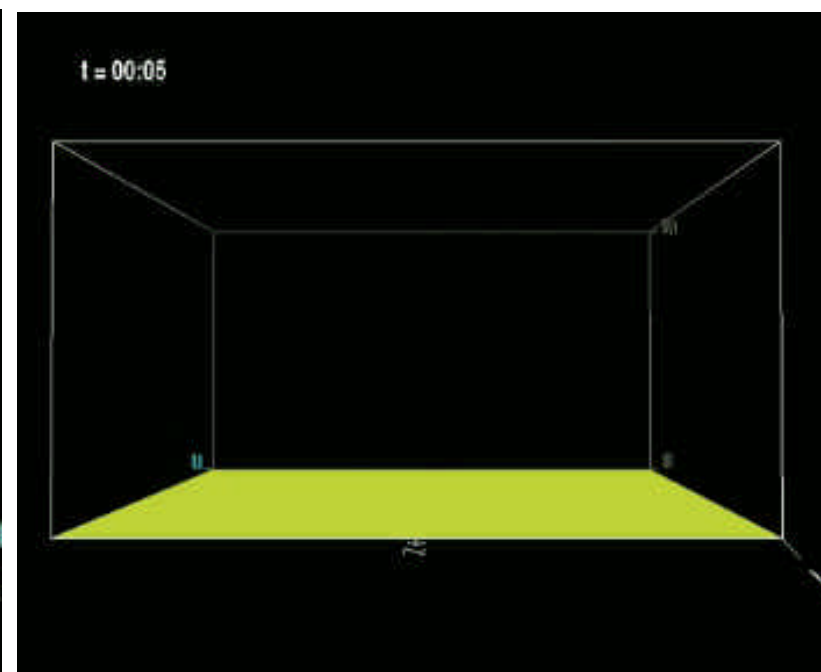
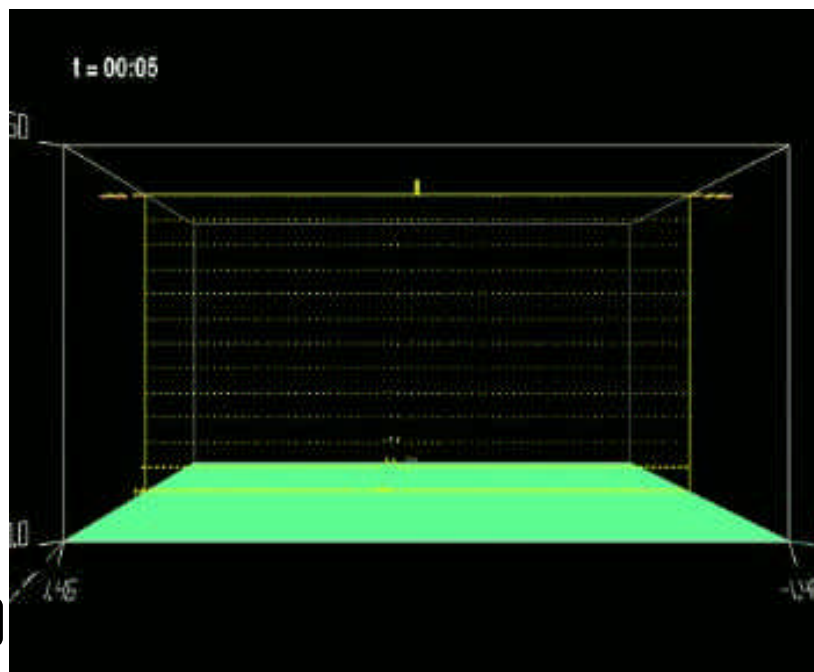
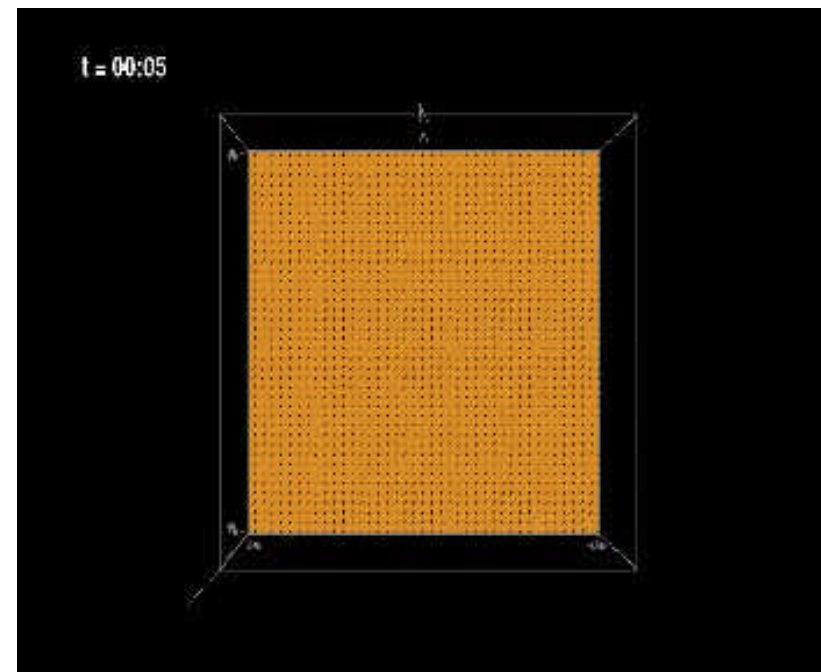
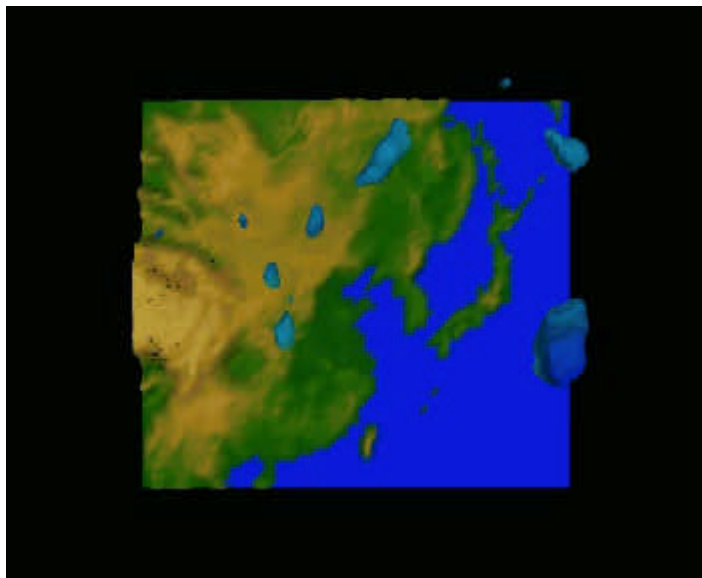
Por ejemplo, por la circulación desde el ecuador a latitudes medias (células de Hadley).

A escalas más pequeñas (decenas de km) el efecto de la orografía y otros procesos físicos de pequeña escala comienzan a ser relevantes y tienen que **“parametrizarse”**.

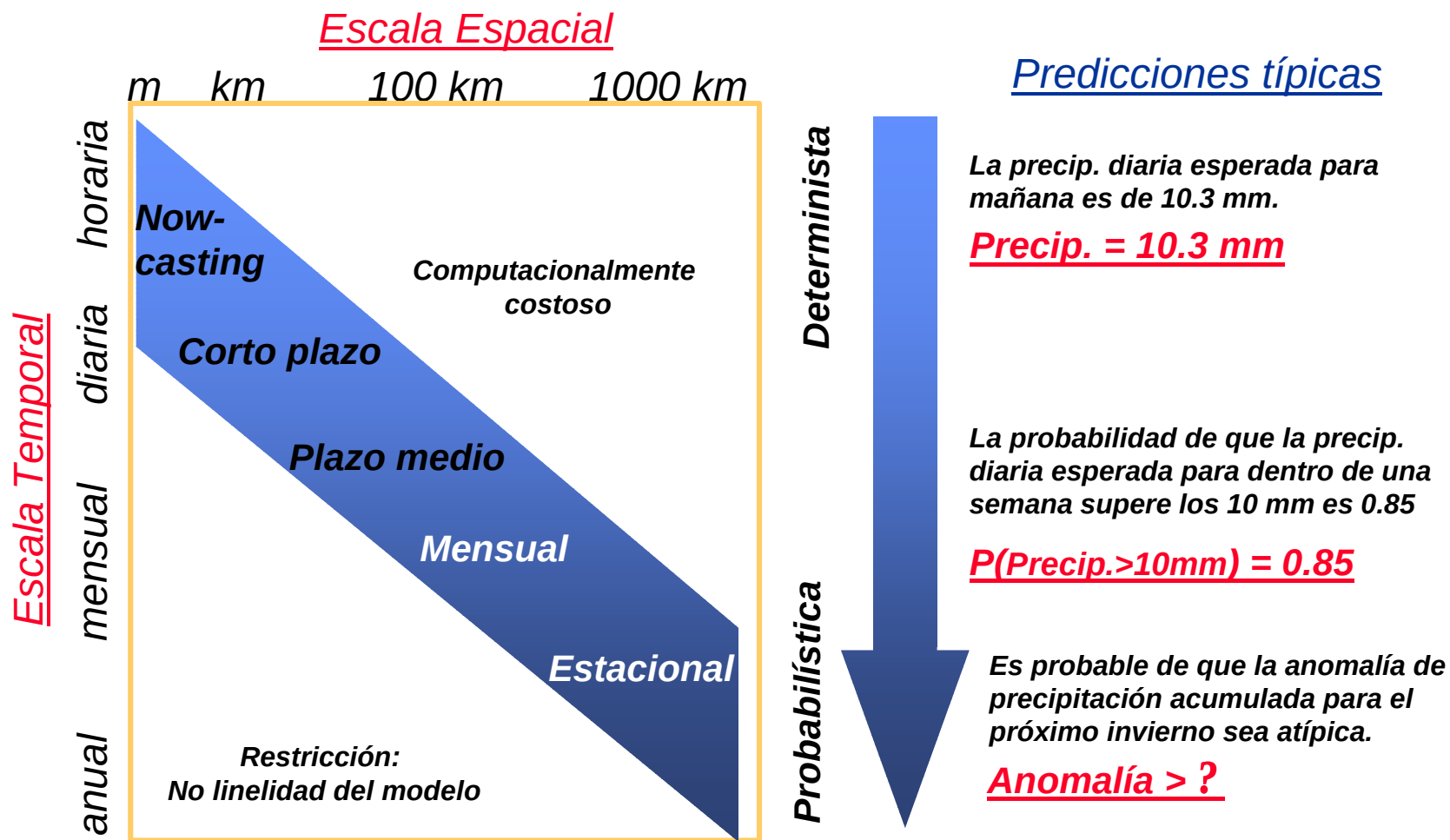
Por ejemplo, la **capa límite**.



Modelo de mesoscala MM5

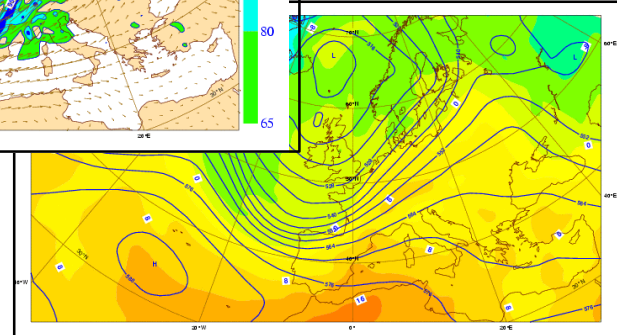
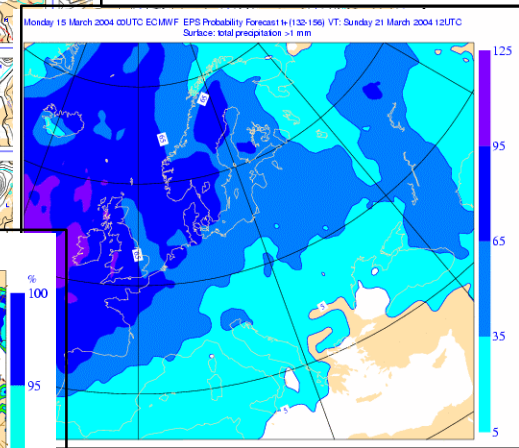
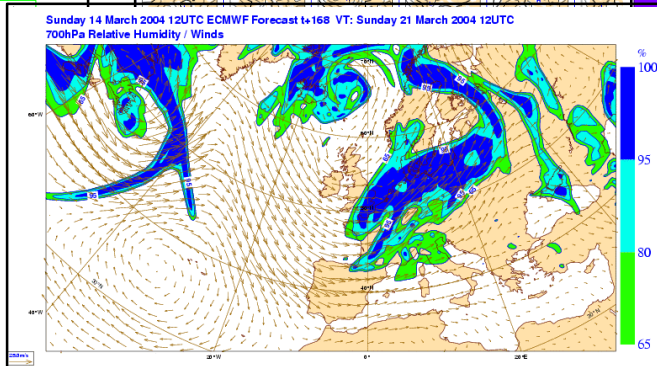
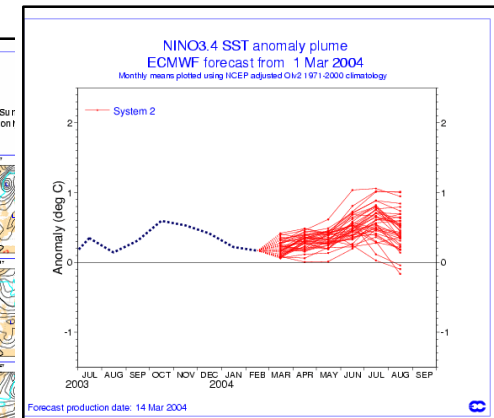
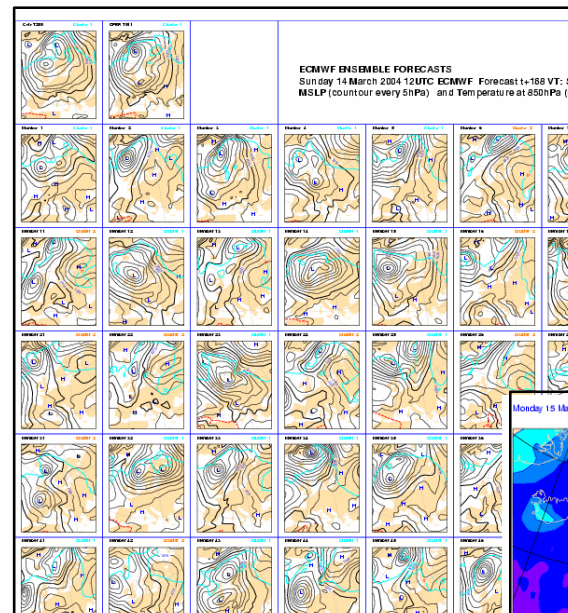
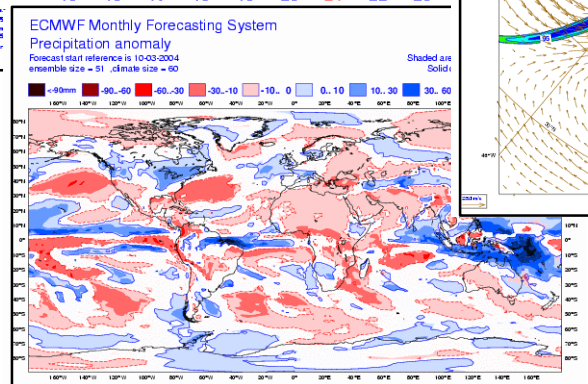
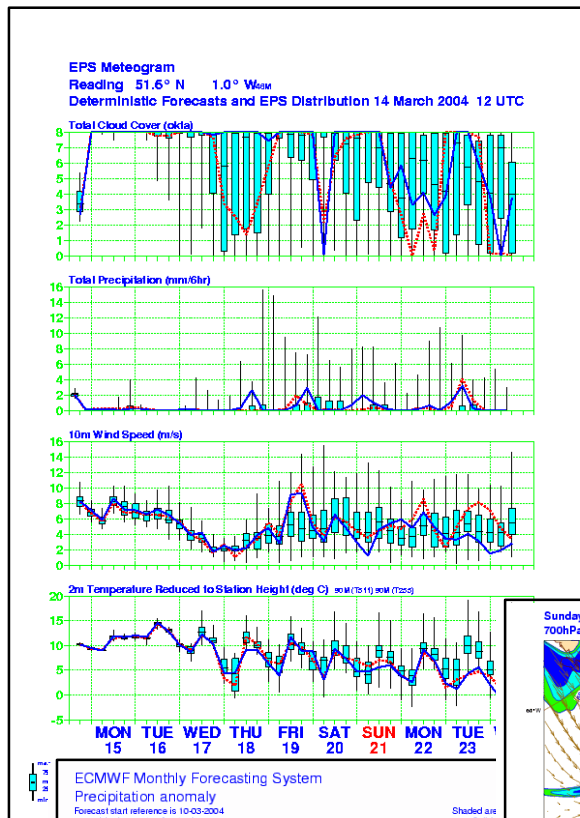


Escala Temporal. Alcance de las Predicciones



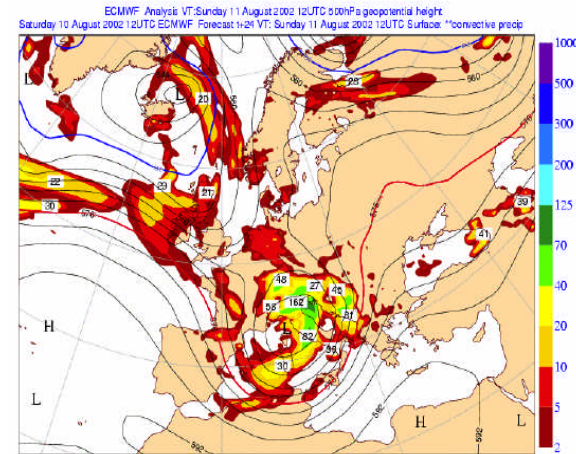
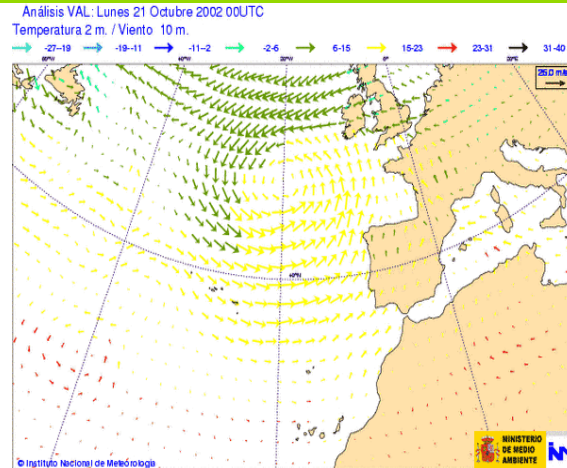
En aplicaciones prácticas (agricultura, hidrología, etc.) interesa obtener predicciones locales de variables en superficie.

<http://www.ecmwf.int/products/forecasts>

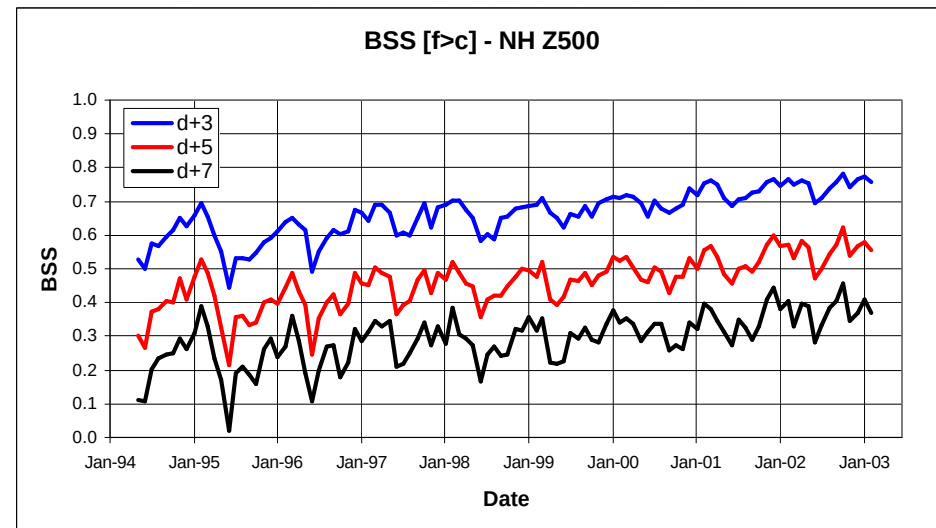


AI
met
group

Logros alcanzados por la predicción numérica



Actualmente, los modelos numéricos simulan de forma apropiada los fenómenos globales de la circulación de la atmósfera con 1-3 días de antelación.



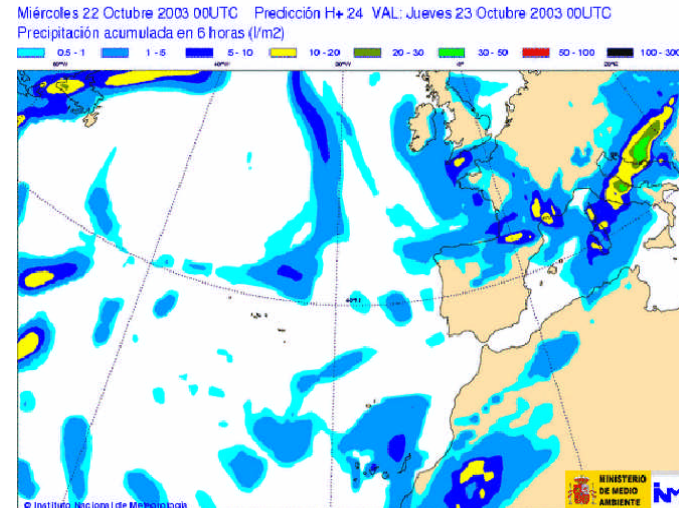
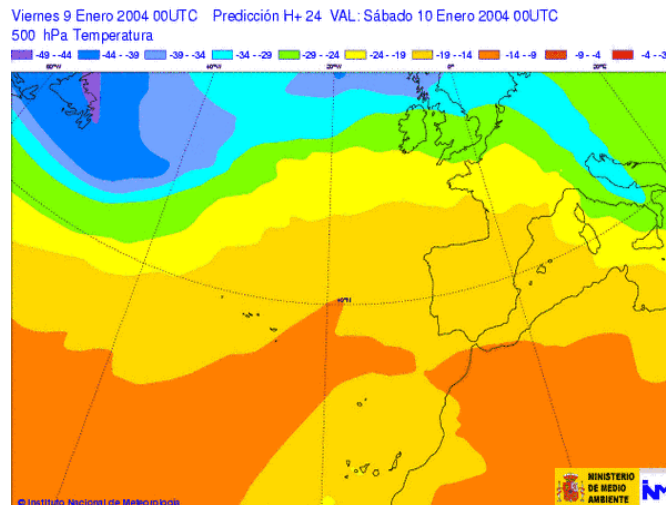
- Predecir fenómenos locales en superficie (downscaling).
- Aumentar el horizonte de la predicción (**3-15 días, estacional**).

Limitación. Parametrizaciones y procesos físicos de pequeña escala

Los modelos numéricos de circulación son aproximaciones de la dinámica real de la atmósfera. Los procesos físicos de pequeña escala no se tienen en cuenta en las ecuaciones, y se parametrizan en la discretización del modelo para una resolución (rejilla) dada y unas condiciones geográficas concretas.

Por ejemplo: procesos de capa límite asociados a la orografía: turbulencia, etc.

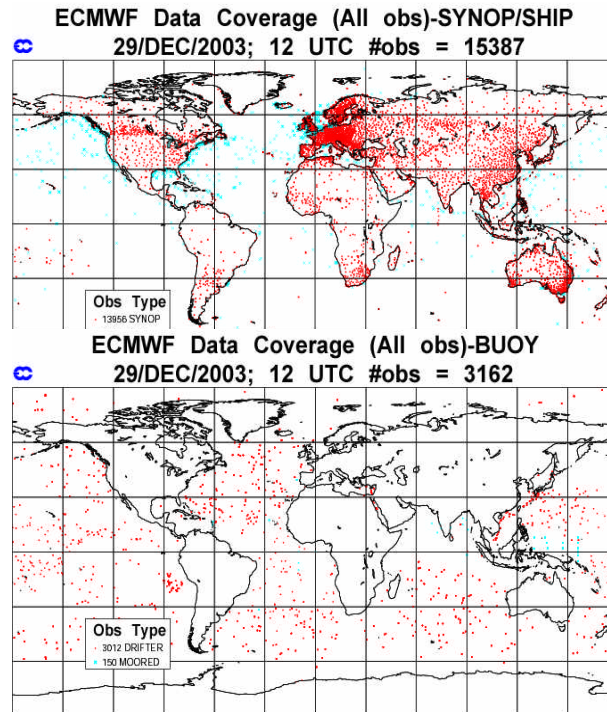
Los modelos numéricos son menos eficientes para predecir las variables que dependen de estos procesos (precipitación, niebla, viento en superficie, etc.).



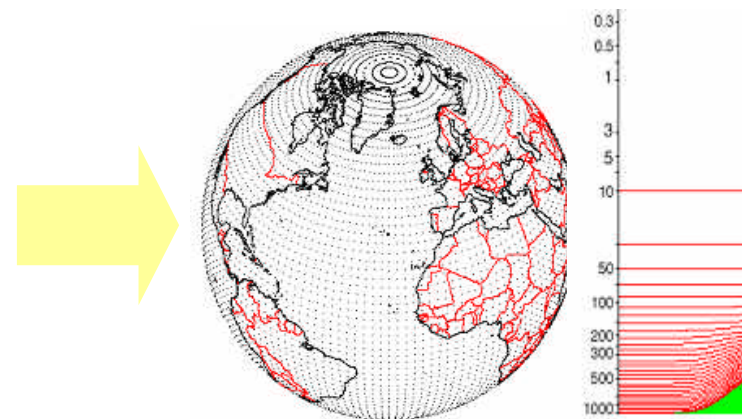
Limitación: predicción local (por ejemplo, en Santander ciudad) de variables de superficie: precipitación, racha máxima de viento, etc.

Limitación. No Linealidad y asimilación de observaciones

Para hallar la condición inicial es necesario asimilar las observaciones:

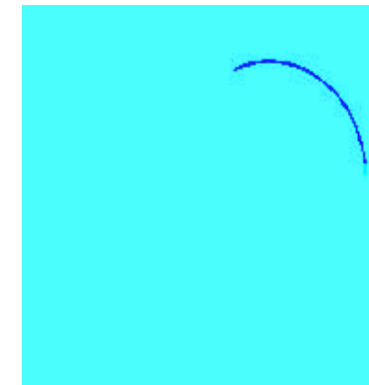


Tanto las observaciones como su proceso de asimilación a la rejilla del modelo tienen fuentes intrínsecas de incertidumbre, e introducen errores en la condición inicial.



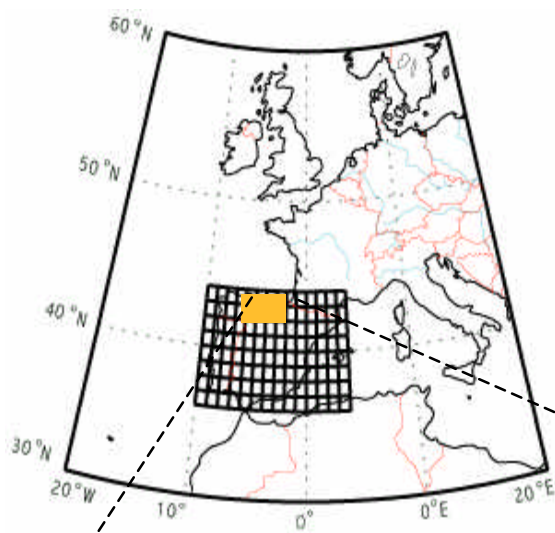
Los modelos atmosféricos son “no lineales” y, por tanto, sensibles a pequeñas perturbaciones en las condiciones iniciales (Caos, Lorenz 1963).

Esto obliga a plantear la predicción en términos probabilísticos (especialmente en plazos de predicción largos, o en escalas pequeñas).

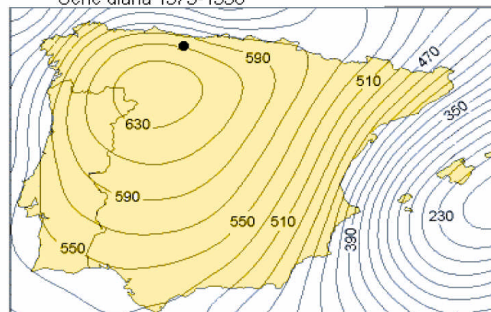


Predicción Local de variables en superficie

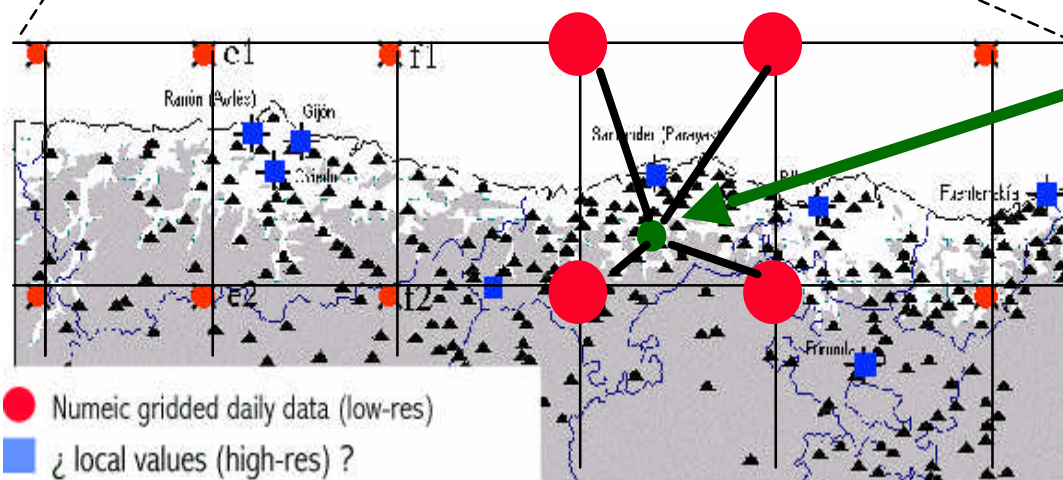
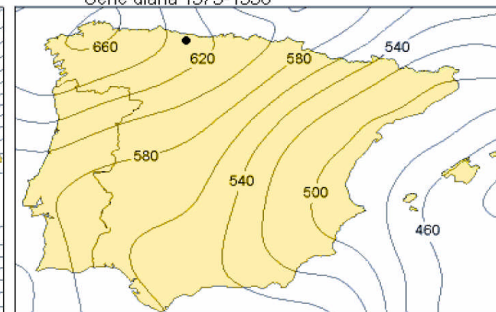
Localidades muy cercanas puedes presentar climatologías muy distintas. Por ejemplo, Oviedo y Ranón están a una distancia de 15 km, pero la climatología de ambas es de influencia distinta (continental y oceanica, respectivamente).



Temperatura máxima en Oviedo
Serie diaria 1979-1993



Temperatura máxima en Ranón
Serie diaria 1979-1993



● Numéric gridded daily data (low-res)

■ ¿ local values (high-res) ?

¿Cómo se puede obtener una predicción en un punto de interés (una estación)?

Interpolando las predicciones

Downscaling dinámico.

Con técnicas estadísticas.

Con técnicas híbridas (Downscaling estadístico).

Los detalles regionales escapan de los modelos !!!!!

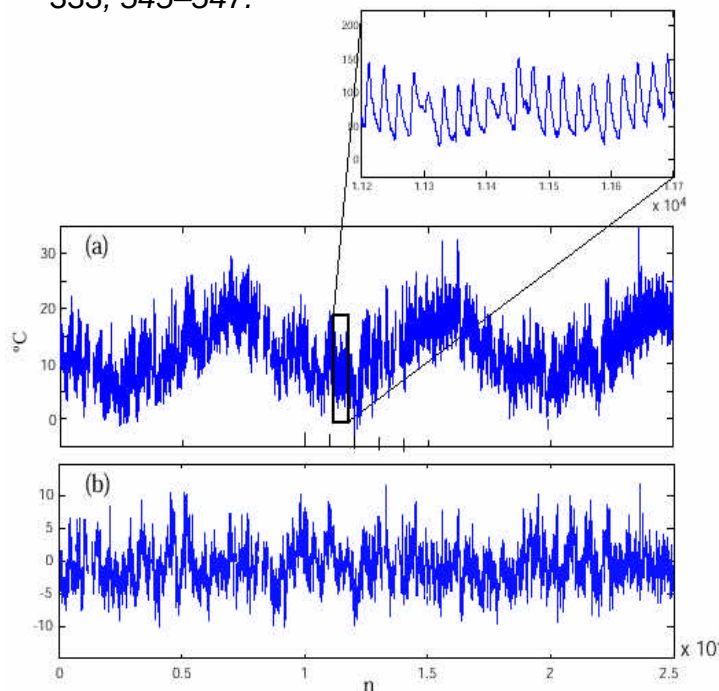
Series Temporales No Lineales (embedding)

Métodos para la predicción de series temporales **NO LINEALES**
TEOREMA DEL EMBEDDING !

Aplicable a caos de baja dimensionalidad.

Atmósfera ?????

(Tsonis and Elsner, 1988) The weather attractor over very short-time scales, Nature, 333, 545–547.



$$o(t) = G(\mathbf{x}(t)), \quad m < 2D + 1$$

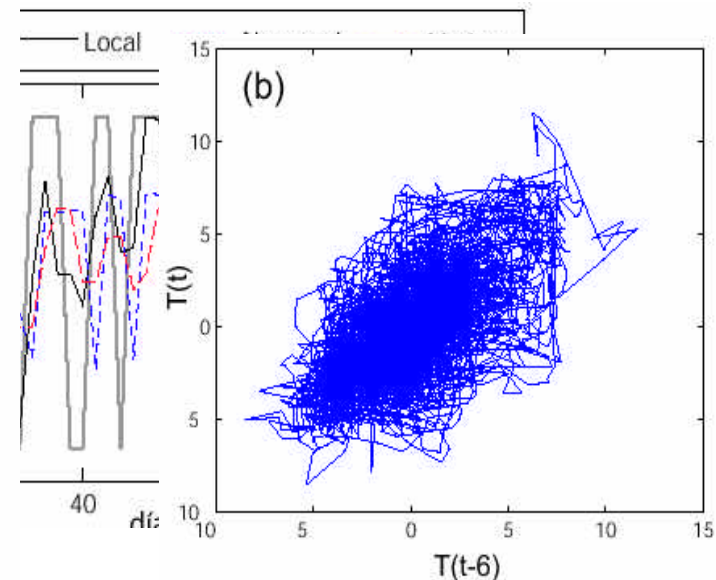
$$= H(o(t - \tau), \dots, o(t - (m - 1)\tau))$$

Mod. Autoregresivos:
(Determinista y lineal)

$$\hat{o}_{t+1} = W^T o_{t-?}$$

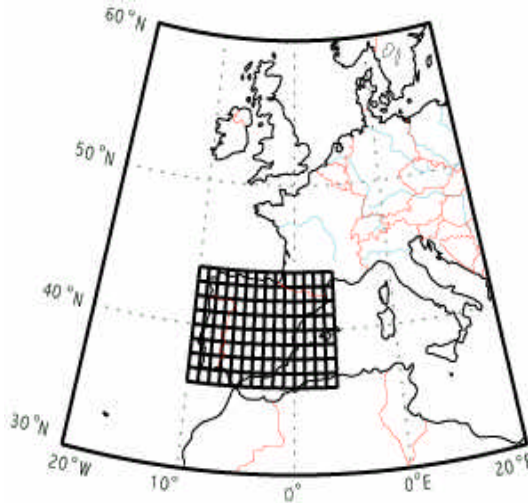
Redes Neuronales :
(Determinista y no-lineal)

$$\hat{o}_{t+1} = F(o_{t-?})$$

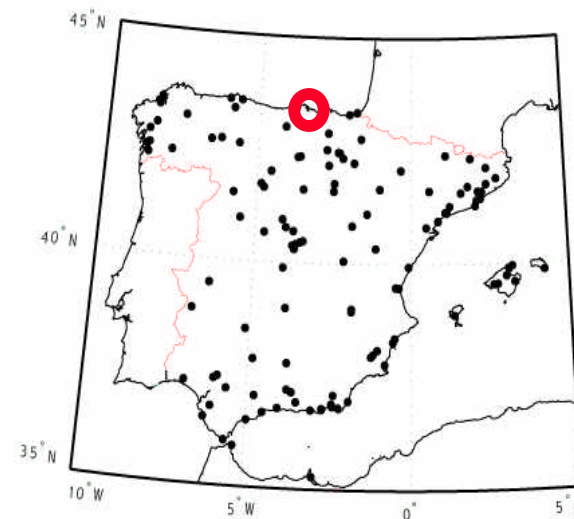


Técnicas Híbridas (downscaling estadístico)

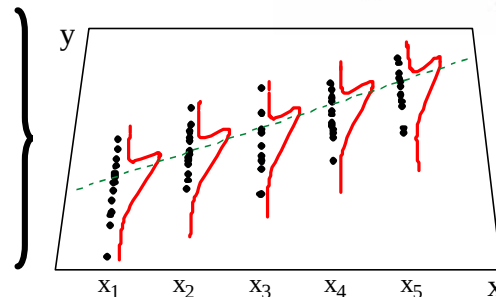
Salida del modelo
en una rejilla para el día n



Observaciones del día n



$\left. \begin{array}{l} T(1000 \text{ mb}), \dots, T(500 \text{ mb}); \\ Z(1000 \text{ mb}), \dots, Z(500 \text{ mb}); \\ \dots; \\ H(1000 \text{ mb}), \dots, H(500 \text{ mb}) \end{array} \right\} = \mathbf{X}_n$



$\mathbf{Y}_n$

Precipitación
 Racha Máxima
 Horas de Sol,
 T max y T min ...

AI
met
group

Un modelo lineal $\mathbf{Y}_n = \mathbf{W}^T \mathbf{X}_n$ se obtiene
 estimando los coeficientes $\mathbf{W} = (w_1, \dots, w_k)$ a
 partir de los registros históricos en días
 $i=1, \dots, N$ donde $\mathbf{X}_n$ e $\mathbf{Y}_i$ están disponibles.

Dado un patrón previsto $\mathbf{X}_{n+1}$
 se obtiene una estimación:

$$\hat{\mathbf{Y}}_{n+1} = \mathbf{W}^T \mathbf{X}_{n+1}$$

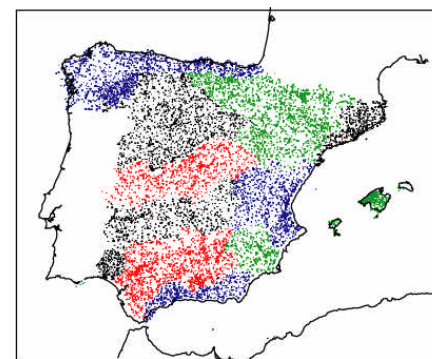
Bases de datos disponibles (observaciones + predicciones)

Observaciones diarias (1950-2000)

Racha Máxima
Temperaturas extremas
Horas de sol



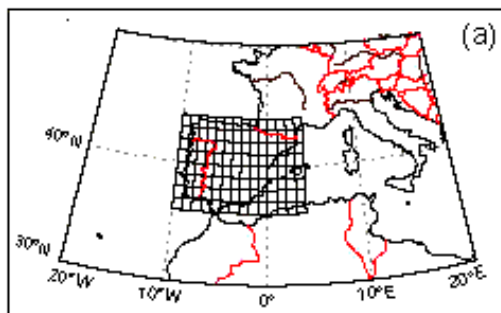
Precipitación
Nieve
Tormentas
Niebla
Granizo
Escarcha
Rocío



Salidas de modelos numericos:

$P = (T(1000 \text{ mb}), \dots, T(500 \text{ mb});$
 $Z(1000 \text{ mb}), \dots, Z(500 \text{ mb}),$
 $\dots,$
 $H(1000 \text{ mb}), \dots, H(500 \text{ mb}))$

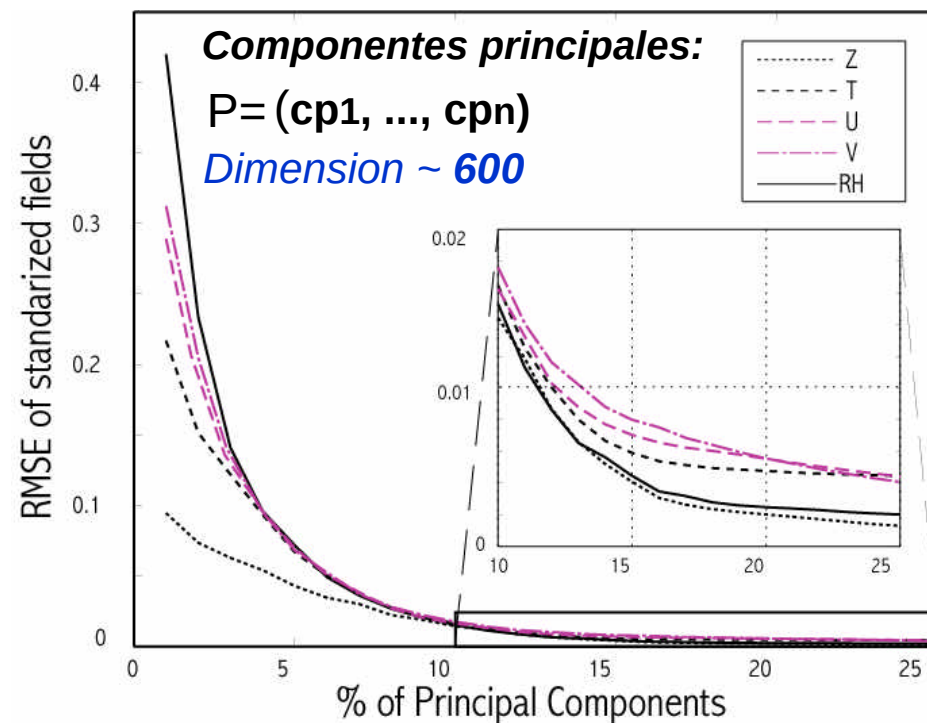
Dimension > 6000



Componentes principales:

$P = (cp1, \dots, cpn)$

Dimension ~ 600



AI
met
group

Técnicas Modernas (Inteligencia Artificial)

Classic Techniques

New Paradigms

Inspiration in Biology

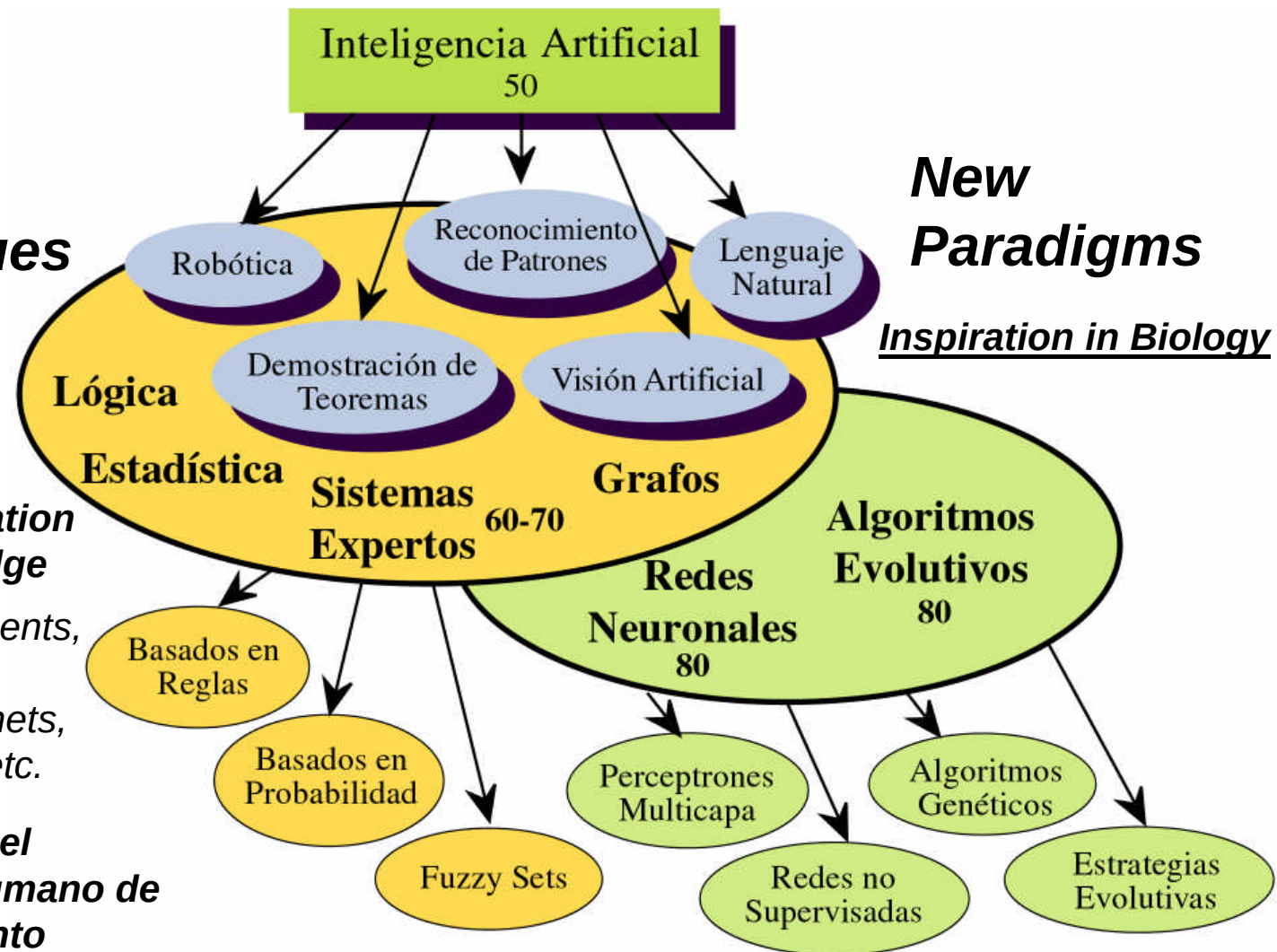
Explicit Representation of Knowledge

Logic statements, Graphs, Semantic nets, Probability, etc.

Imitación del proceso humano de razonamiento

Graph search, Logic inference, etc.

AI met group

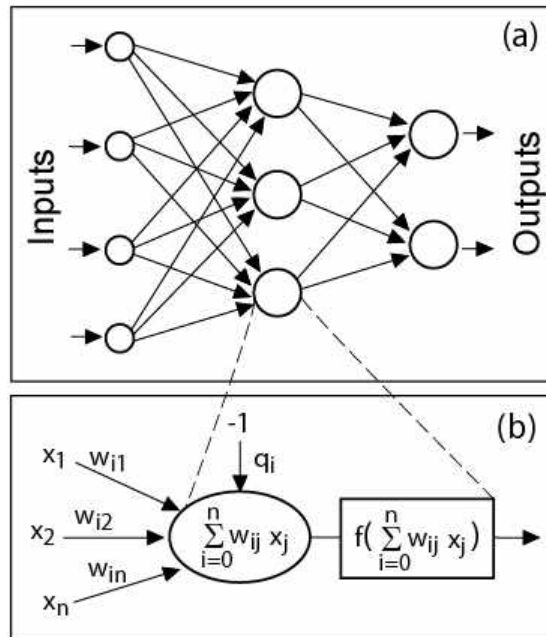


Serial Information Processing

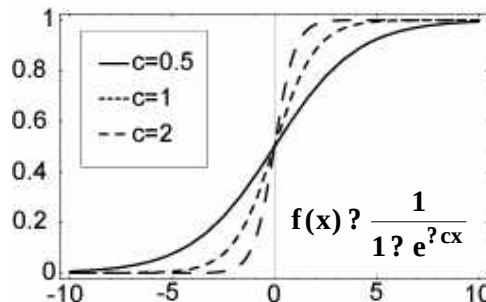
MINERIA DE DATOS

Modelos de ajuste no-paramétricos (redes neuronales)

Cada procesador realiza una actividad muy simple: valor sigmoidal de la **combinación lineal** de las actividades recibidas por la neurona:



La actividad (salida) viene dada por una **función de activación** no lineal.



$$y_i = f\left(\sum_i \beta_{ji} f\left(\sum_k \alpha_{ik} x_{kp}\right)\right)$$

conjuntos de entradas $\{x_{1p}, \dots, x_{mp}\}$

salidas $\{y_{1p}, \dots, y_{np}\}$

$$E(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \sum_{j,p} (y_{jp} - f(\sum_i \beta_{ji} f(\sum_k \alpha_{ik} x_{kp})))^2$$

$$= \sum \|\mathbf{y}_p - f(\beta^T f(\alpha^T \mathbf{x}_p))\|^2$$

**Descenso
gradiente**

$$\Delta \beta_{ik} = -\eta \frac{\partial E}{\partial \beta_{ik}}; \Delta \alpha_{kj} = -\eta \frac{\partial E}{\partial \alpha_{kj}},$$

Cuando se dispone de información del problema, existen técnicas más apropiadas:

✧ Redes modulares. ✧ Redes funcionales.

A.S. Cofiño, J.M. Gutiérrez and M.L. Ivanissevich
"Evolving Modular Networks with Genetic Algorithms.
Application to Nonlinear Time Series", **Expert Systems**, 21,
208-216 (2004).

A.S. Cofiño and J.M. Gutiérrez
"Optimal Modular FeedForward Neural Networks based on
Functional Networks", **Lecture Notes in Artificial
Intelligence**, 208, 308 - 315 (2001).

Modelos no lineales (Redes Neuronales)

En ocasiones, las relaciones no lineales entre las variables requieren modelos de regresion no lineales.

Dada la temperatura maxima en Santander y la temperatura dada por el modelo en punto de rejilla mas cercano :

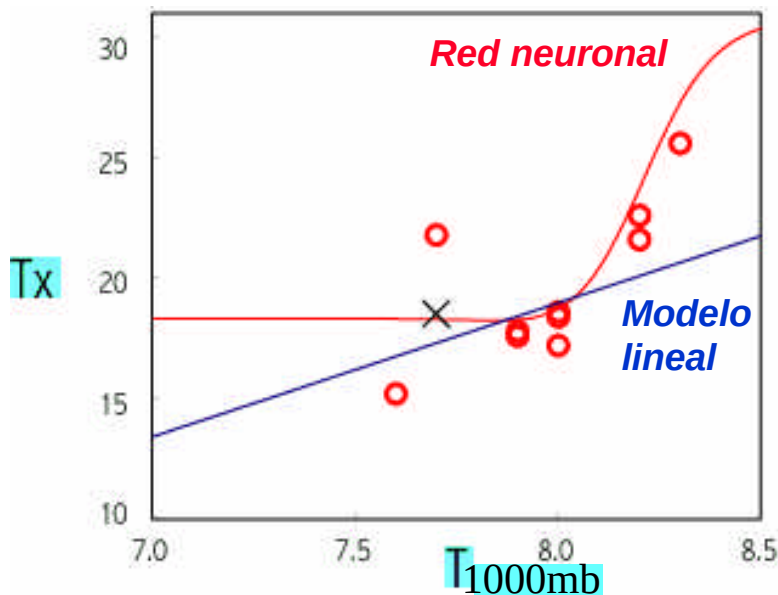
Regresion Lineal:

Red neuronal:

$$TMax_n = a + w T1000_n$$

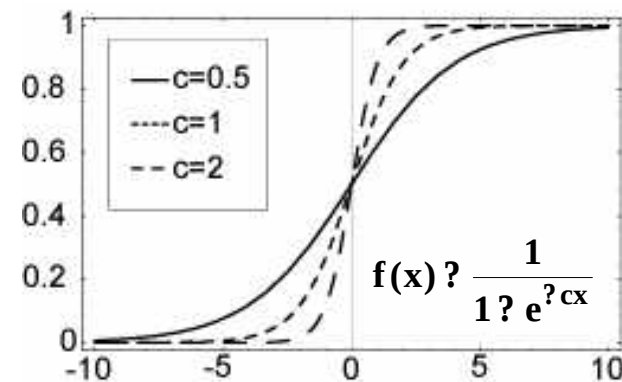
$$TMax_n = f(T1000mb_n),$$

Observaiones locales



Predicciones en rejilla

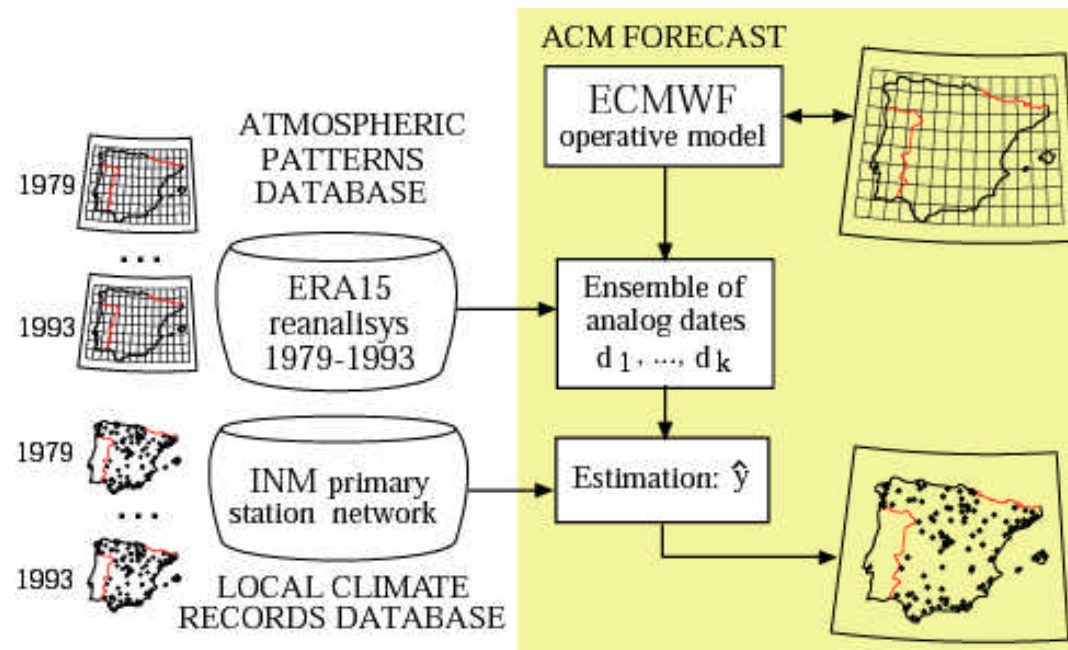
$$y_i = f\left(\sum_i \beta_{ji} f\left(\sum_k \alpha_{ik} x_{kp}\right)\right)$$



Modelos de regresion no lineal no parametricos.

Modelos no lineales (Análogos, o técnicas Locales)

La técnica local de k vecinos (k -NN) se denomina *técnica de análogos* en este campo.

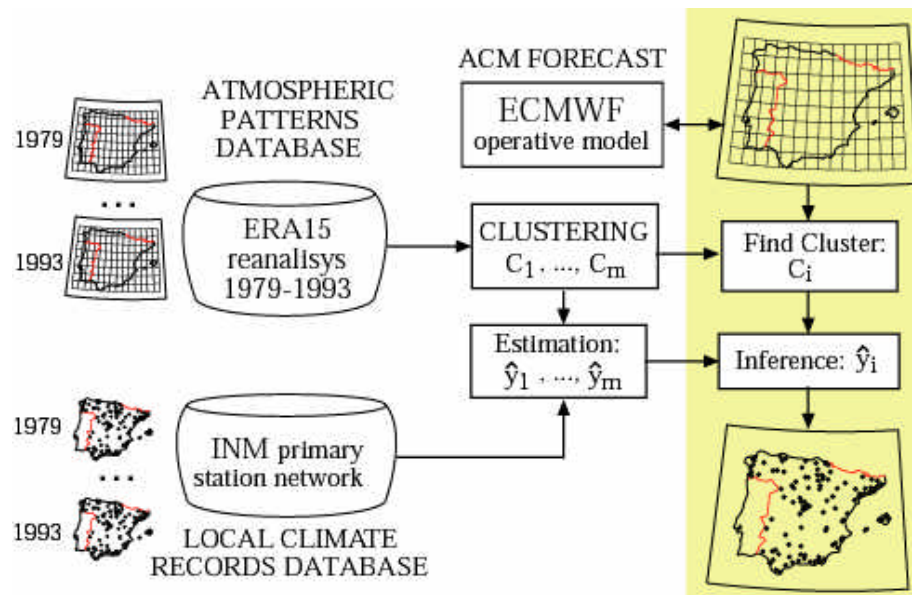
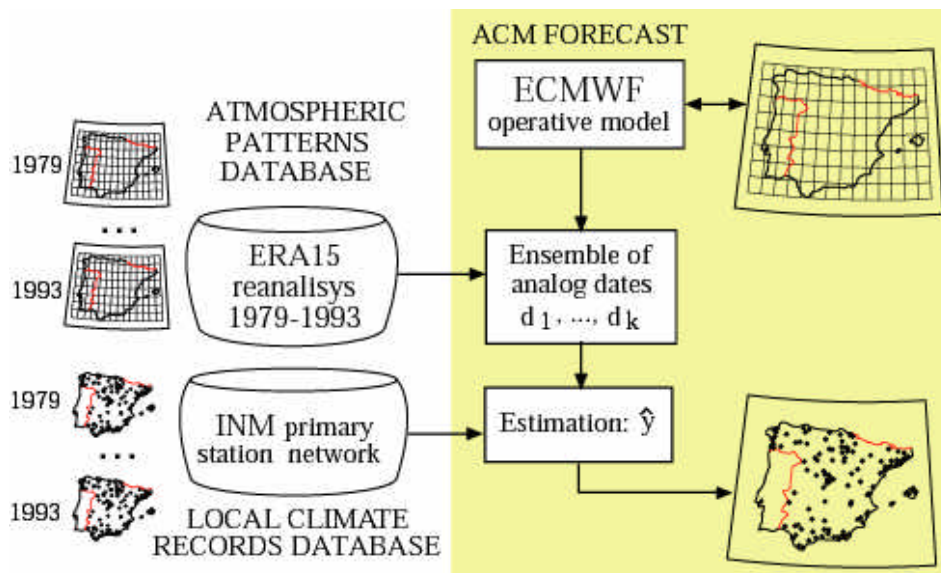


Dada una predicción x se obtienen una predicción en base a los k patrones más cercanos:

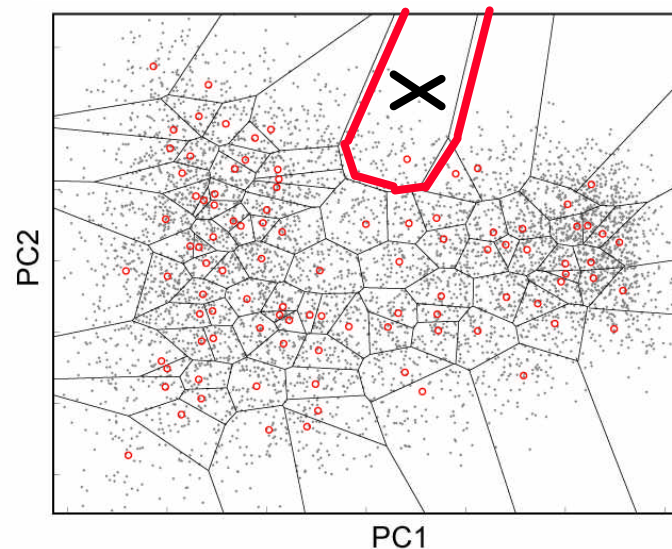
$$\{x_{i_1}, \dots, x_{i_k}\} \rightarrow \{y_{i_1}^s, \dots, y_{i_k}^s\} \quad \text{Observaciones del evento}$$

$$P_i^s = P(y^s > u) = \frac{\#\{y_{i_j}^s > u; j = 1, \dots, k\}}{k}.$$

Modelos no lineales (Análogos, o técnicas Locales)



Se particiona el espacio de patrones en un numero dado de grupos (m-medias).



$$C_k = \{x_{i_1}, \dots, x_{i_{q(k)}}\},$$

Observaciones: $\{y_{i_1}^s, \dots, y_{i_{q(k)}}^s\}$

$$P(y^s > u | C_i) = \frac{\#\{y_{i_j}^s > u; j = 1, \dots, q(i)\}}{q(i)}$$

Dado un patron (X), se calcula el grupo al que pertenece C_k
 $P(y > u | C_k)$

Nuevo Metodo. Utilizando núcleos y ponderando

La proporción muestral no es apropiada para muestras pequeñas.

$$P_i^s = P(y^s > u | C_i) = \frac{\#\{y_{i_j}^s > u; j = 1, \dots, q(i)\}}{q(i)}$$

Se utiliza la distribución de la suma de núcleos gaussianos:

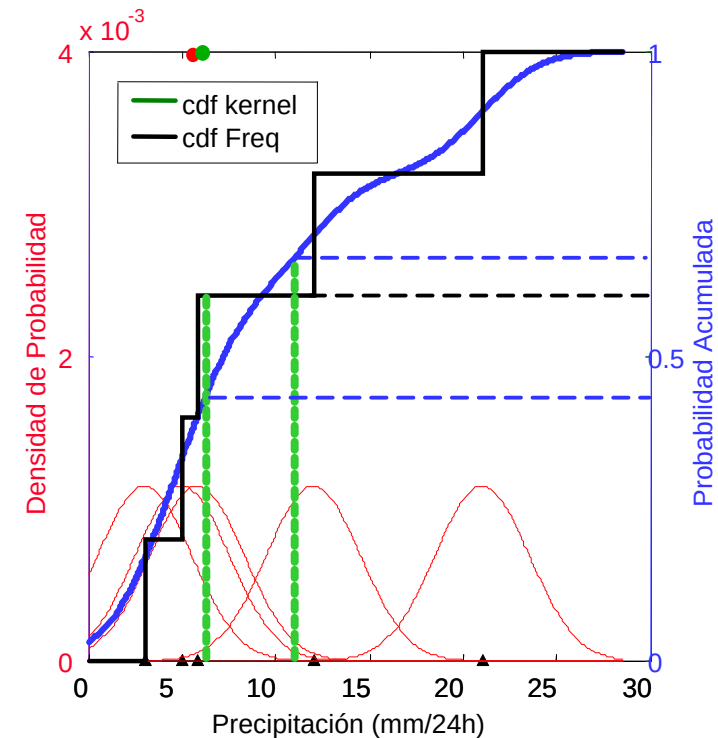
$$\phi_\lambda(x, x_0) = \frac{1}{\lambda\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - x_0}{\lambda}\right)^2\right)$$

$$f_i(y^s) = \frac{1}{q(i)} \sum_{j=1}^{q(i)} \phi_\lambda(y^s, y_{i_j}^s)$$

$$P_i^s = P(y^s > u | C_i) = 1 - \int_{-\infty}^u f_i(y^s) dy$$

Finalmente, para eliminar efectos de borde, se ponderan las predicciones de los grupos vecinos:

$$\hat{y}_t^s = \frac{\sum_{c=1}^w d(c) P_{t(c)}^s}{\sum_{c=1}^w d(c)}$$



J.M. Gutiérrez, A.S. Cofiño, R. Cano, and M.A. Rodríguez
“Clustering Methods for Statistical Downscaling in Short-Range Weather Forecast ”

Monthly Weather Review, 132(9), 2169-2183 (2004).

R. Cano, F.J. López, A.S. Cofiño, J.M. Gutiérrez and M.A. Rodríguez, “Aplicación de Métodos de Clasificación al Downscaling Estadístico”. **V Simposio de Predicción del Instituto Nacional de Meteorología**. 235-240 (2001).

Comparación de Técnicas Estándar en el Corto Plazo

P(Racha maxima > 50km/h) en Santander

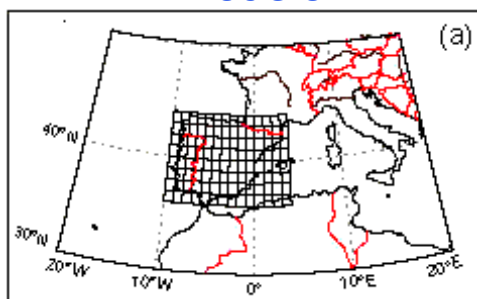
Periodo: Dec-97 - Feb-98

Alcance: D+1 del ECMWF 12Z

Se utilizan las 10 primeras CPs como entrada de distintos modelos:

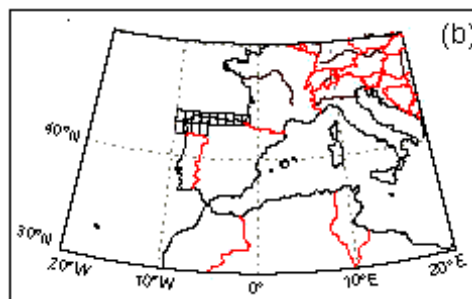
- Modelo de Regresión Lineal
- Modelo de Red Neuronal 10:m:1 ($m=5$)
- Técnica k -NN ($k=50$)

Modelo 1

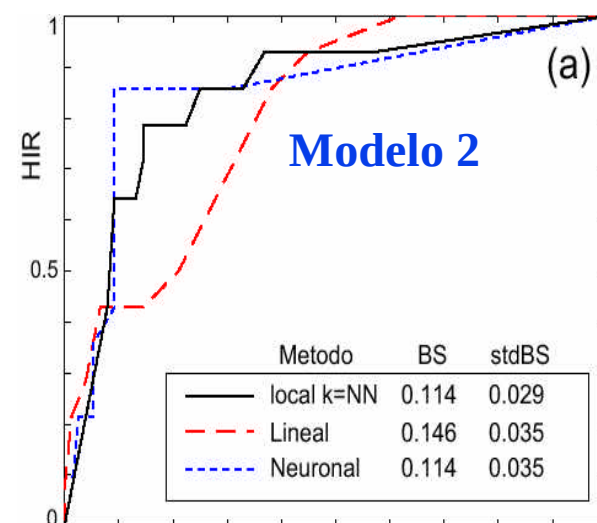
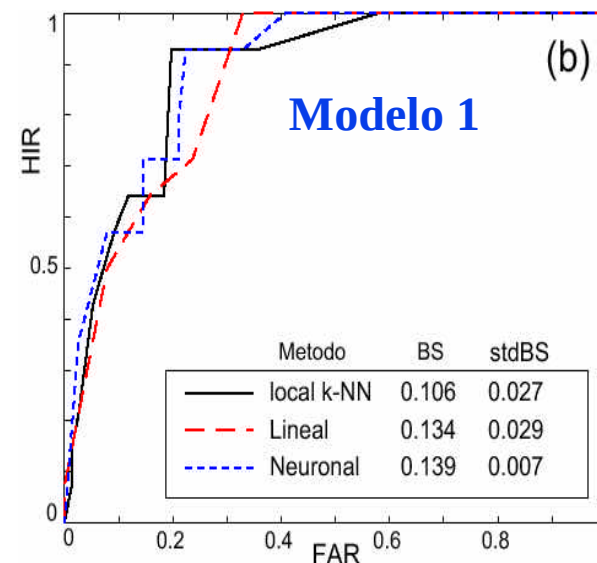


P(12)

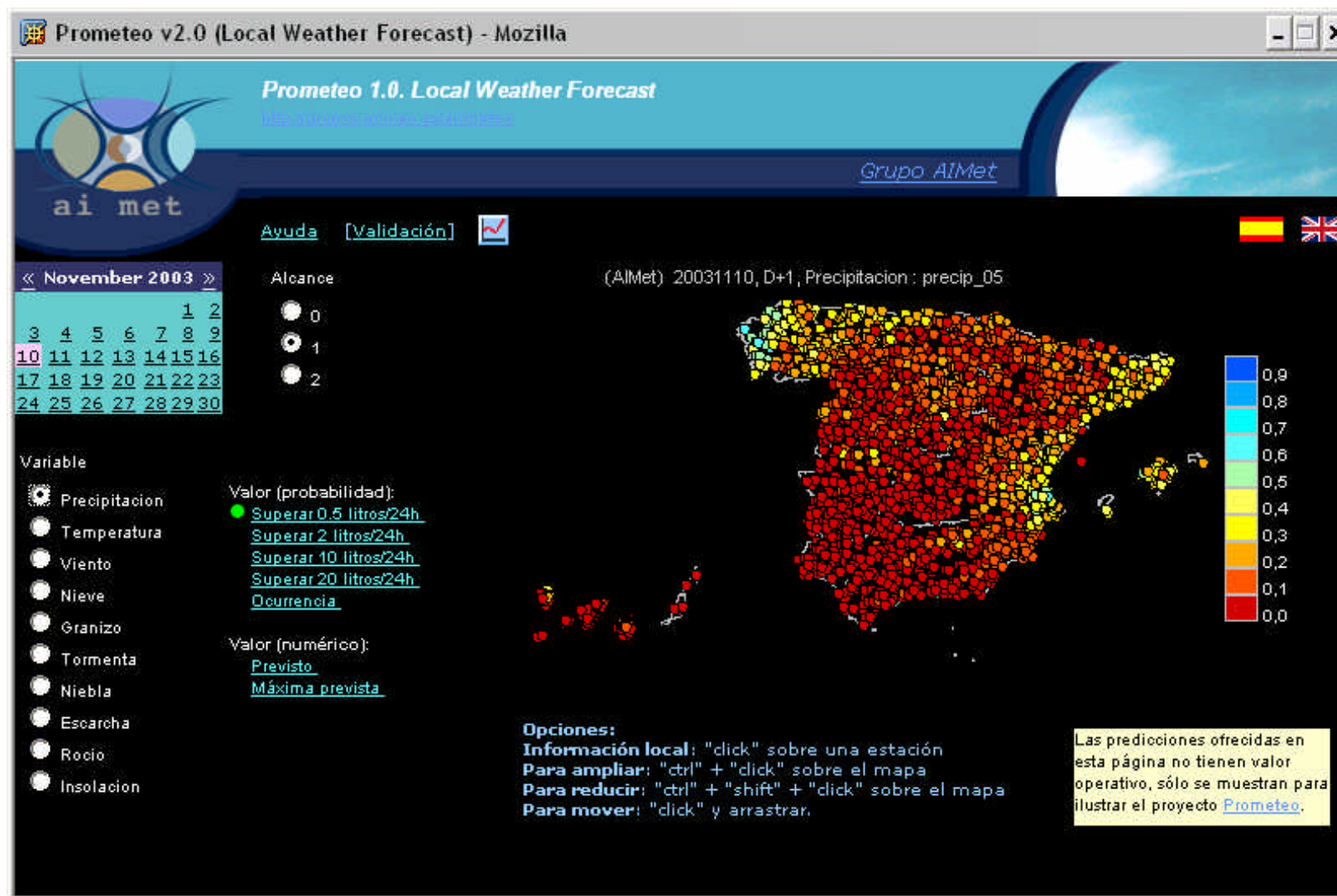
Modelo 2



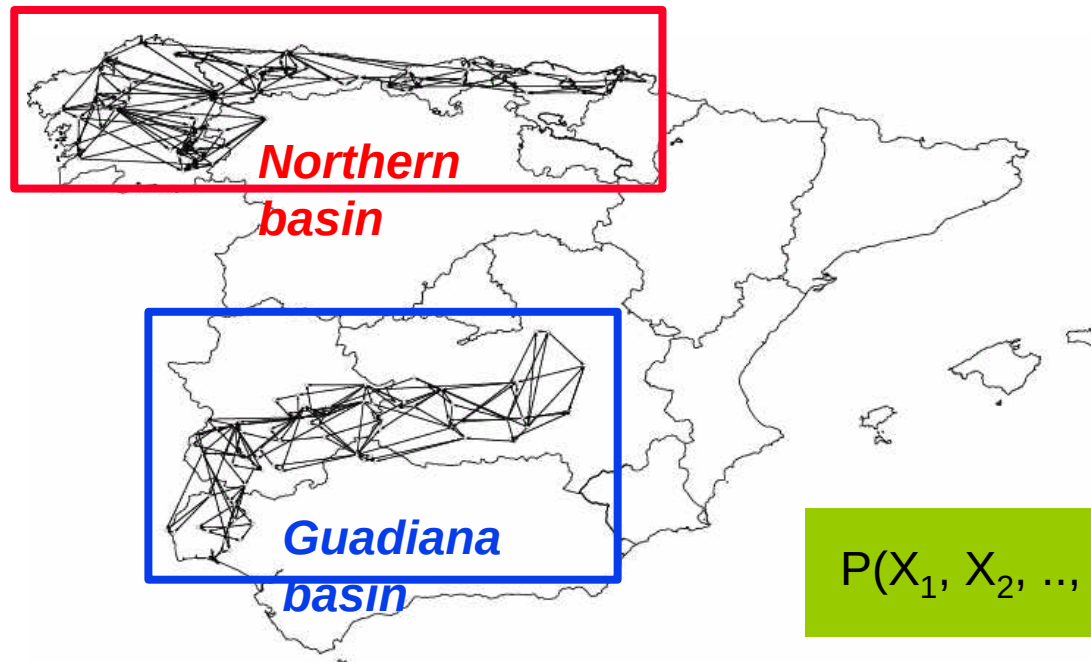
P=(P(06),P(12),P(18),P(24),P(30))



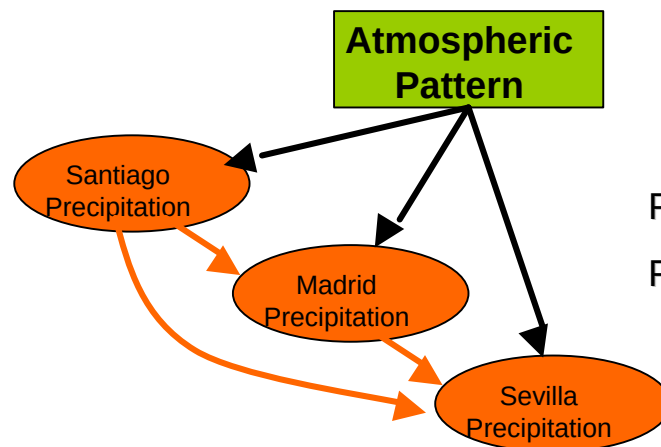
El Sistema Prometeo: INM + Universidad Cantabria



Técnicas Avanzadas: Redes Bayesianas



$$P(X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n P(X_i | \text{?}_i)$$

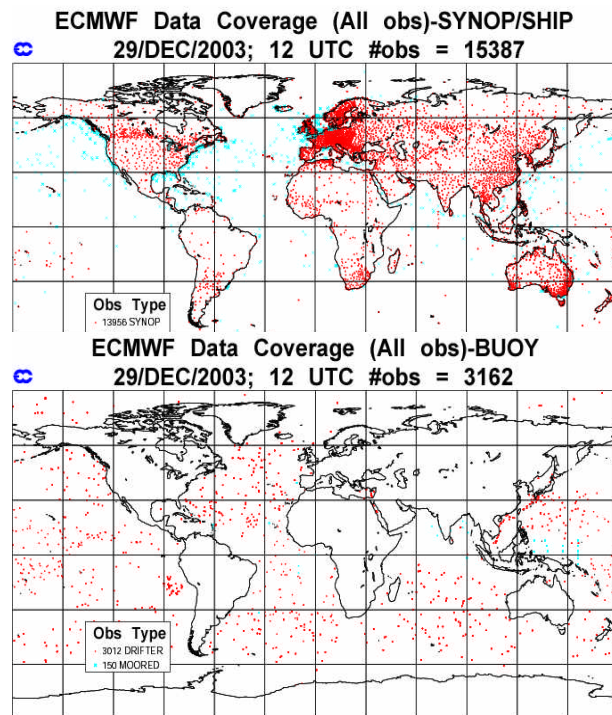


$$P(\text{Sevilla Pcp}) =$$

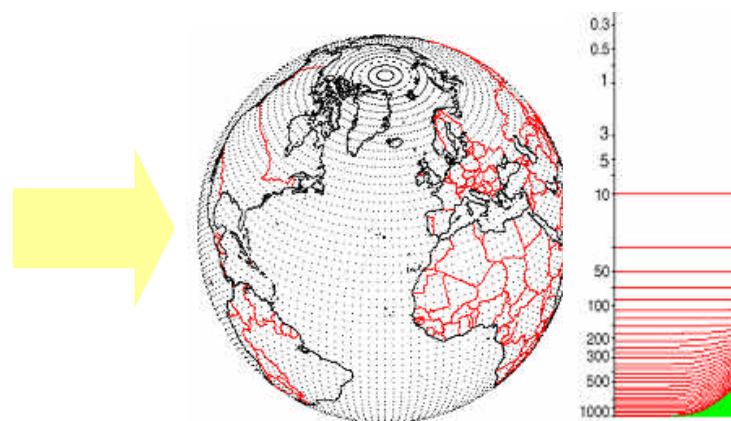
$$P(\text{Sevilla Pcp} \mid \text{Atmospheric Pattern})$$

No Linealidad e incertidumbre en observaciones

Para hallar la condición inicial es necesario asimilar las observaciones:

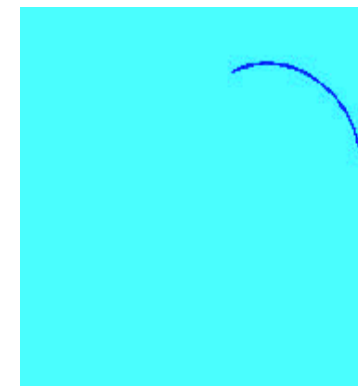


Tanto las observaciones como su proceso de asimilación a la rejilla del modelo tienen fuentes intrínsecas de incertidumbre, e introducen errores en la condición inicial.



Los modelos atmosféricos son “no lineales” y, por tanto, sensibles a pequeñas perturbaciones en las condiciones iniciales (Caos, Lorenz 1963).

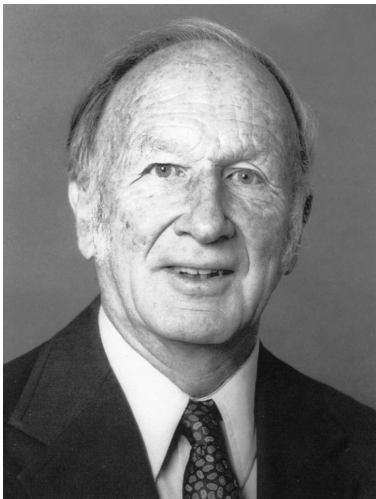
Esto obliga a plantear la predicción en términos probabilísticos (especialmente en plazos de predicción largos, o en escalas pequeñas).



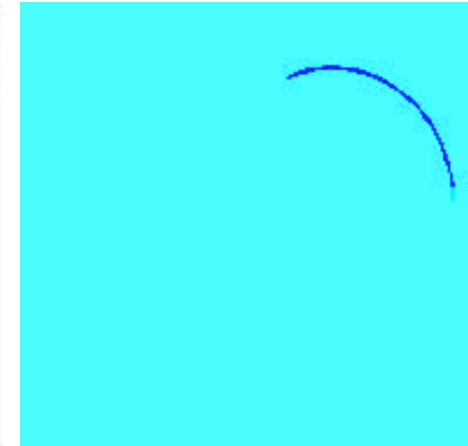
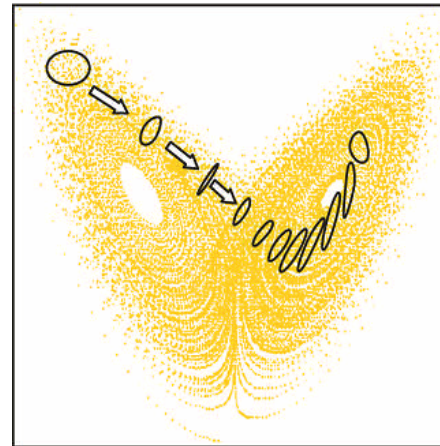
El Modelo de Lorenz. Caos Determinista en la Atmósfera

A comienzos de los años 1960 el meteorólogo americano Edward Lorenz se preguntaba: *¿Cómo es posible que conociendo las ecuaciones de la circulación atmosférica y las condiciones de partida, no se llegaba a predecir con un grado de fiabilidad aceptable el tiempo que haría tres días después?* Para tratar de responder a esta pregunta, Lorenz simplificó drásticamente las ecuaciones de la circulación atmosférica hasta llegar al sistema que lleva su nombre:

$$\frac{dx}{dt} + \sigma(x - y) = 0, \quad \frac{dy}{dt} + y - rx + xz = 0, \quad \frac{dz}{dt} + bz - xy = 0.$$



“... one flap of a sea-gull's wing may forever change the future course of the weather”
(Lorenz, 1963)

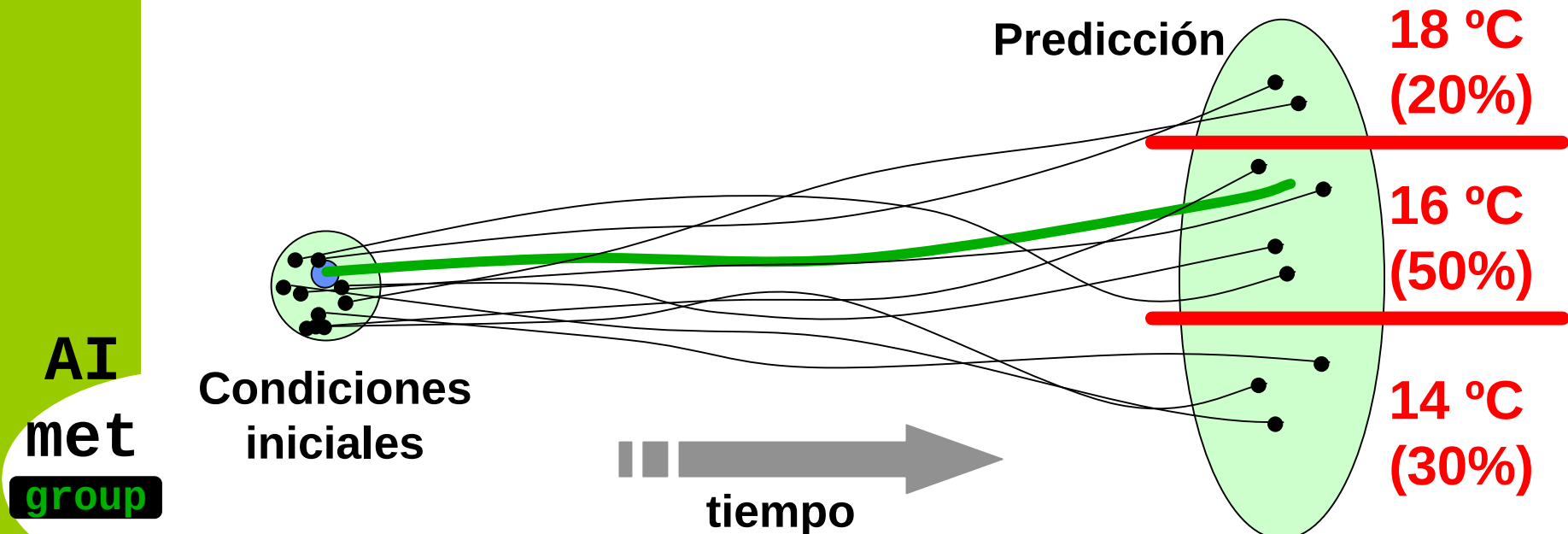


Predicción Probabilística. Predicción por Conjuntos (EPS)

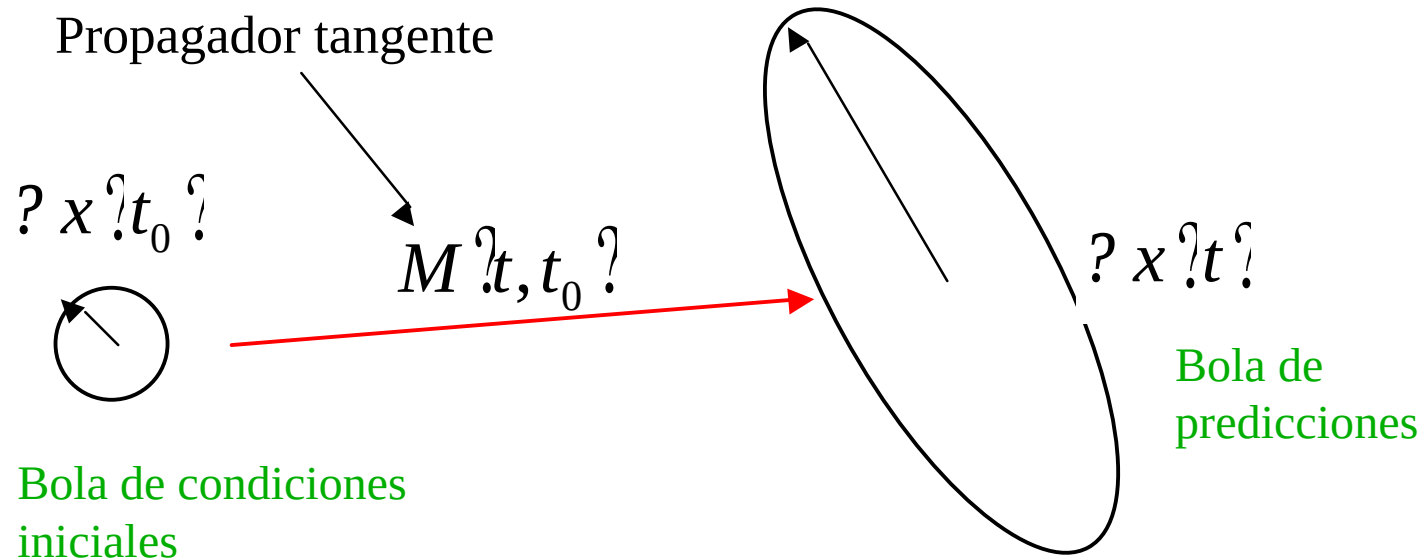
Son técnicas “prácticas” para tener en cuenta la incertidumbre:

- **En las condiciones iniciales:** Se genera un conjunto de predicciones a partir de varias condiciones iniciales representativas de las fuentes de incertidumbre.
- **En los modelos/parametrizaciones:** Se genera un conjunto de predicciones perturbando las parametrizaciones, o ejecutando distintos modelos (**multi-modelo**).

Como resultado, se obtiene un conjunto de N predicciones que proporciona una predicción probabilística (o una predicción determinista promedio).



Generación de perturbaciones: Singular Vectors

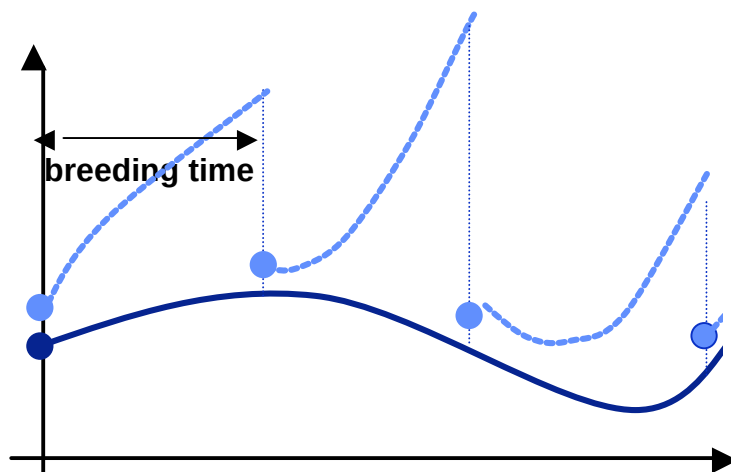


$$\max_{x(t_0) \neq 0} \frac{\langle \delta x(t), \delta x(t) \rangle}{\langle \delta x(t_0), \delta x(t_0) \rangle} = \max_{x(t_0) \neq 0} \frac{\langle M \delta x(t_0), M \delta x(t_0) \rangle}{\langle \delta x(t_0), \delta x(t_0) \rangle} =$$

$$\max_{x(t_0) \neq 0} \frac{\langle \delta x(t_0), M^* M \delta x(t_0) \rangle}{\langle \delta x(t_0), \delta x(t_0) \rangle} \quad ? \quad M^* M \quad x(t_0) \quad ? \quad x(t_0)$$

Generación de perturbaciones: Breeding Vectors

1. Breeding fast-growing vectors BV:



(1) Fluctuation after time dt (breeding time):

$$\delta \mathbf{x}(dt) = \mathbf{x}^*(dt) - \mathbf{x}(dt)$$

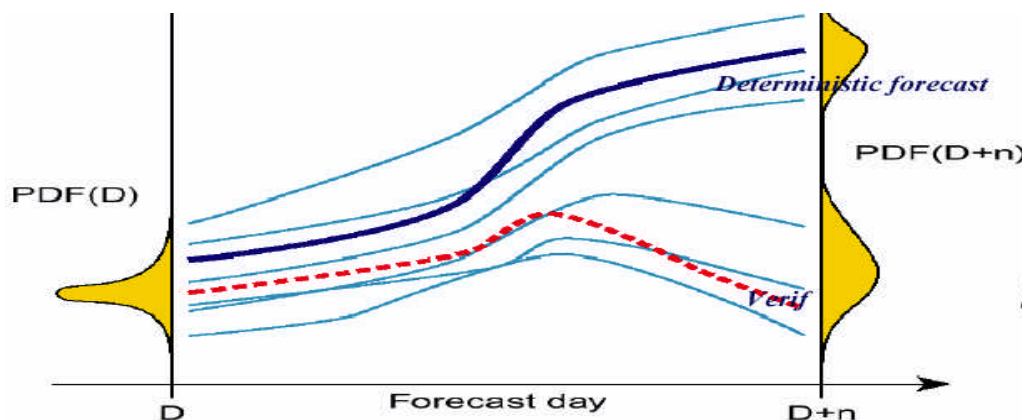
$\mathbf{x}(t)$ control integration

$\mathbf{x}^*(t)$ perturbed integration

(2) Rescaling fluctuations (constant norm ?):

$$\mathbf{bv}(dt) = \frac{\Delta}{\|\delta \mathbf{x}(dt)\|} \delta \mathbf{x}(dt)$$

2. Non-gaussian statistics:

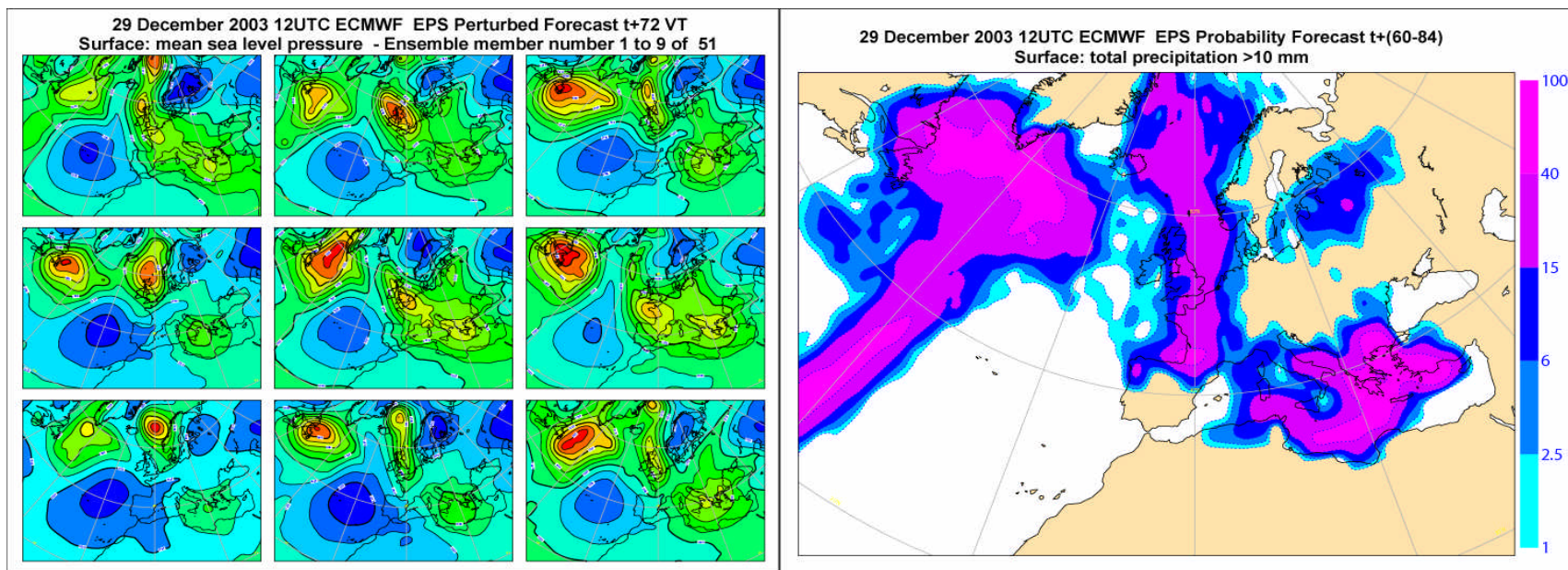


The new logarithmic breeding method

$$\rho(t) = \left(\prod_{l=1}^L \Delta x(l, t) \right)^{1/L}$$

AI
met
group

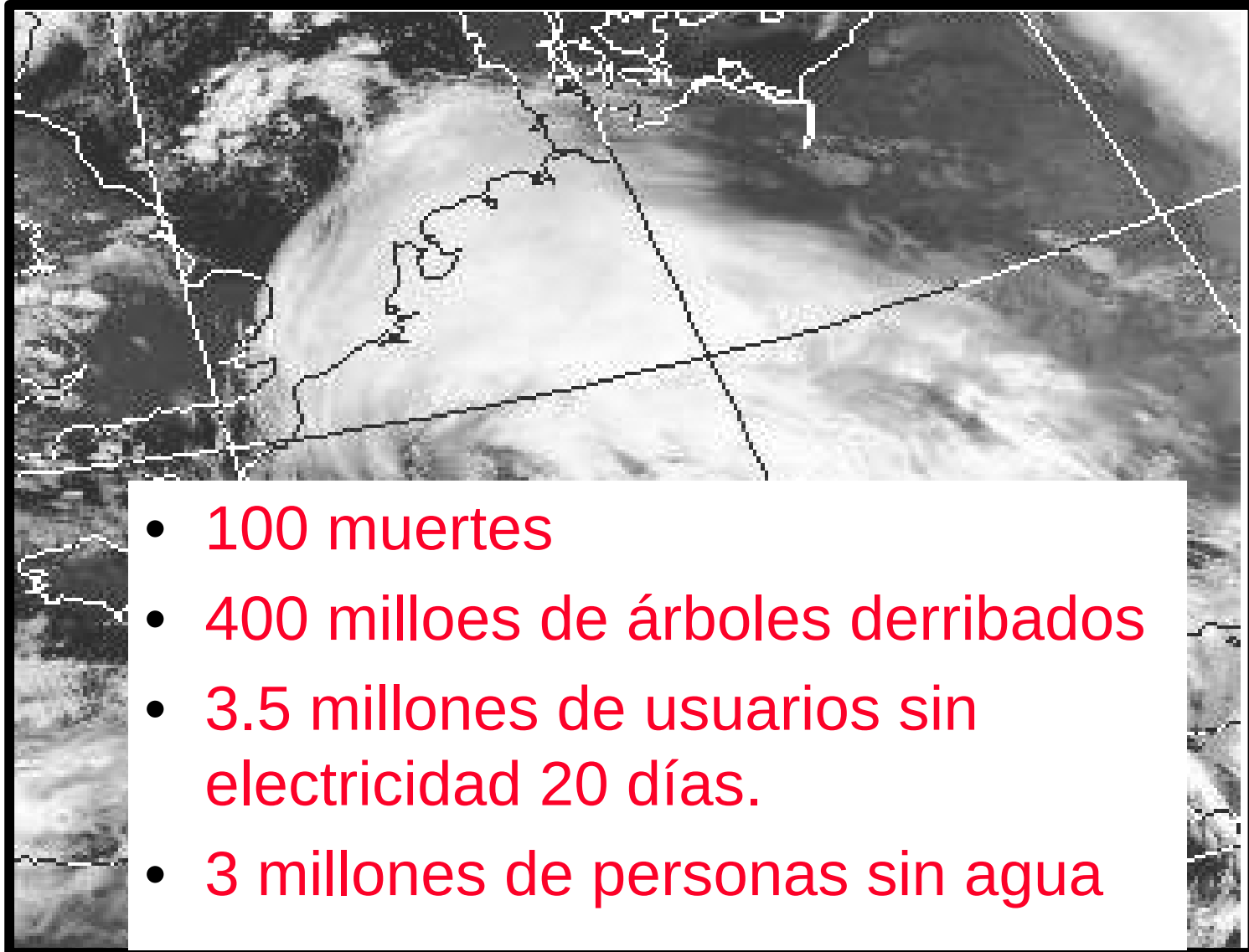
¿Como combinar las predicciones en una sóloa?



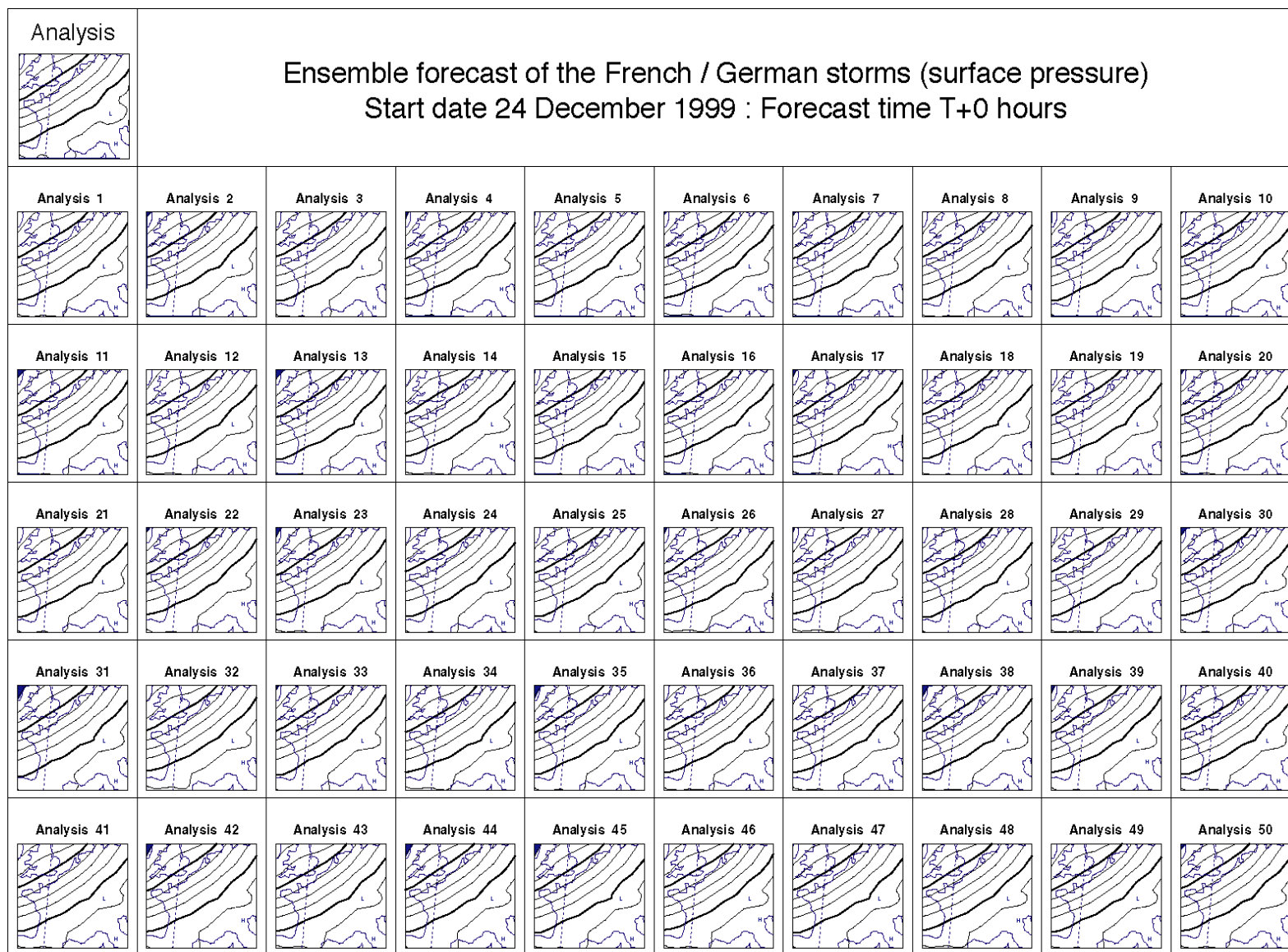
- *¿Ha de tratarse cada predicción como independiente?*
- *¿Deberían de agruparse en grupos diferenciados?*
- *¿Cómo corregir el “bias” del modelo?*

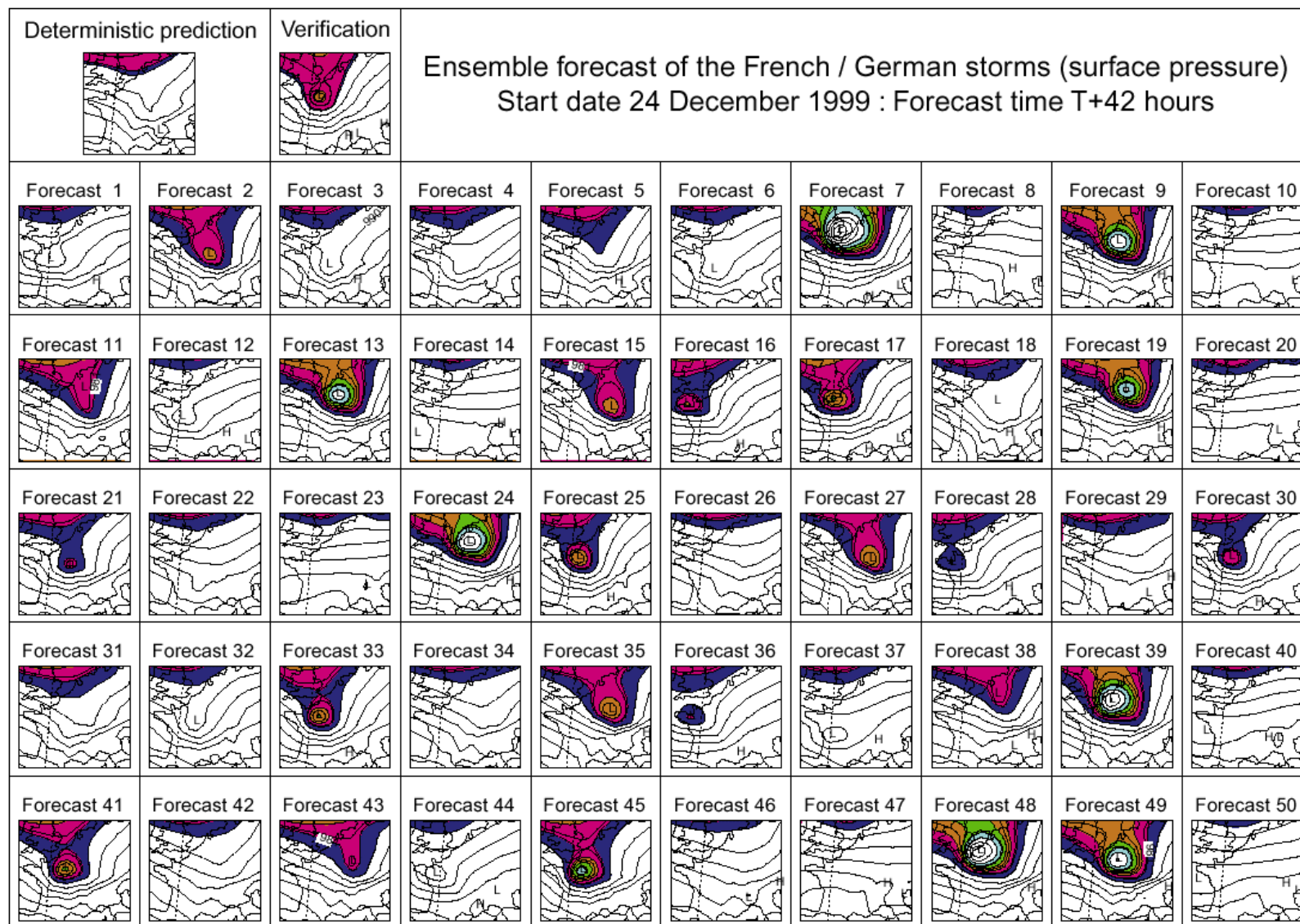
Un Caso de Estudio: La Borrasca Lothar

Lothar: 08Z, 26 Dec. 1999



- 100 muertes
- 400 millones de árboles derribados
- 3.5 millones de usuarios sin electricidad 20 días.
- 3 millones de personas sin agua



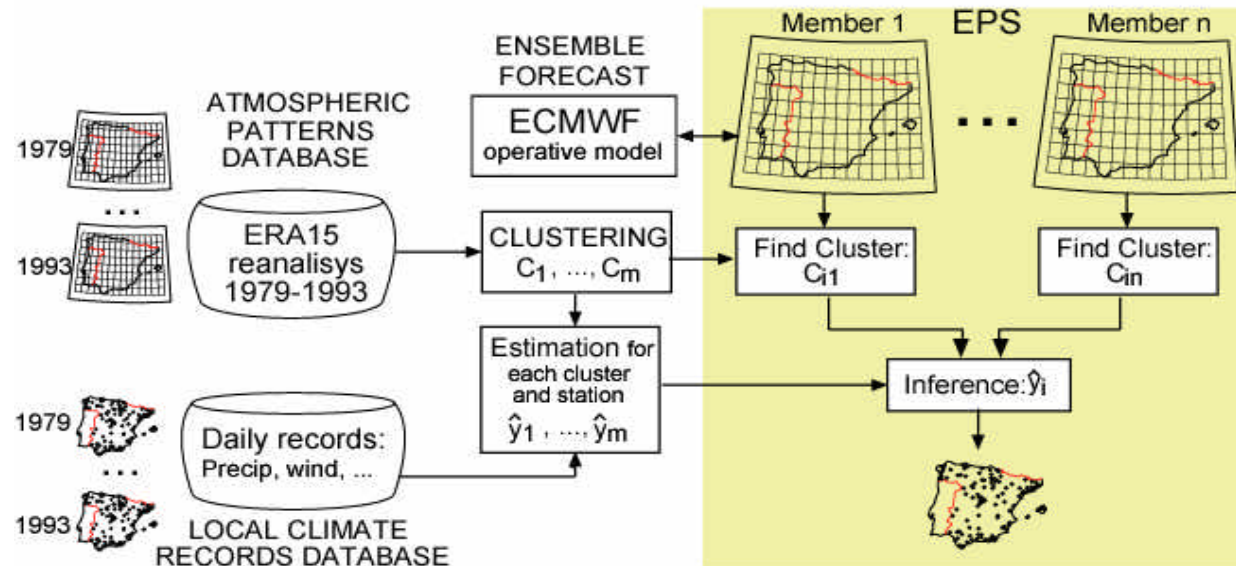
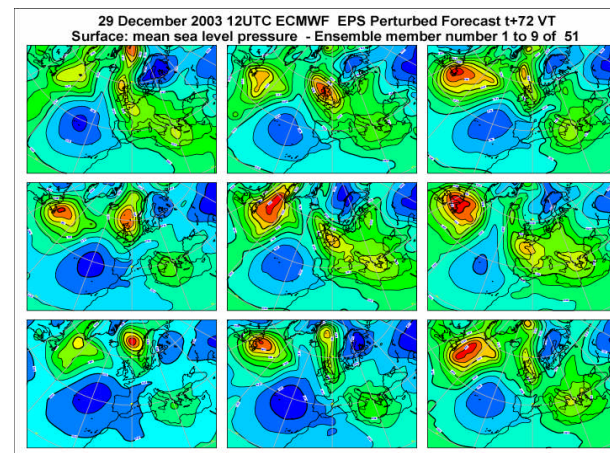


Predicción por Conjuntos Local

El método anterior es fácilmente generalizable para trabajar con conjuntos de predicciones.

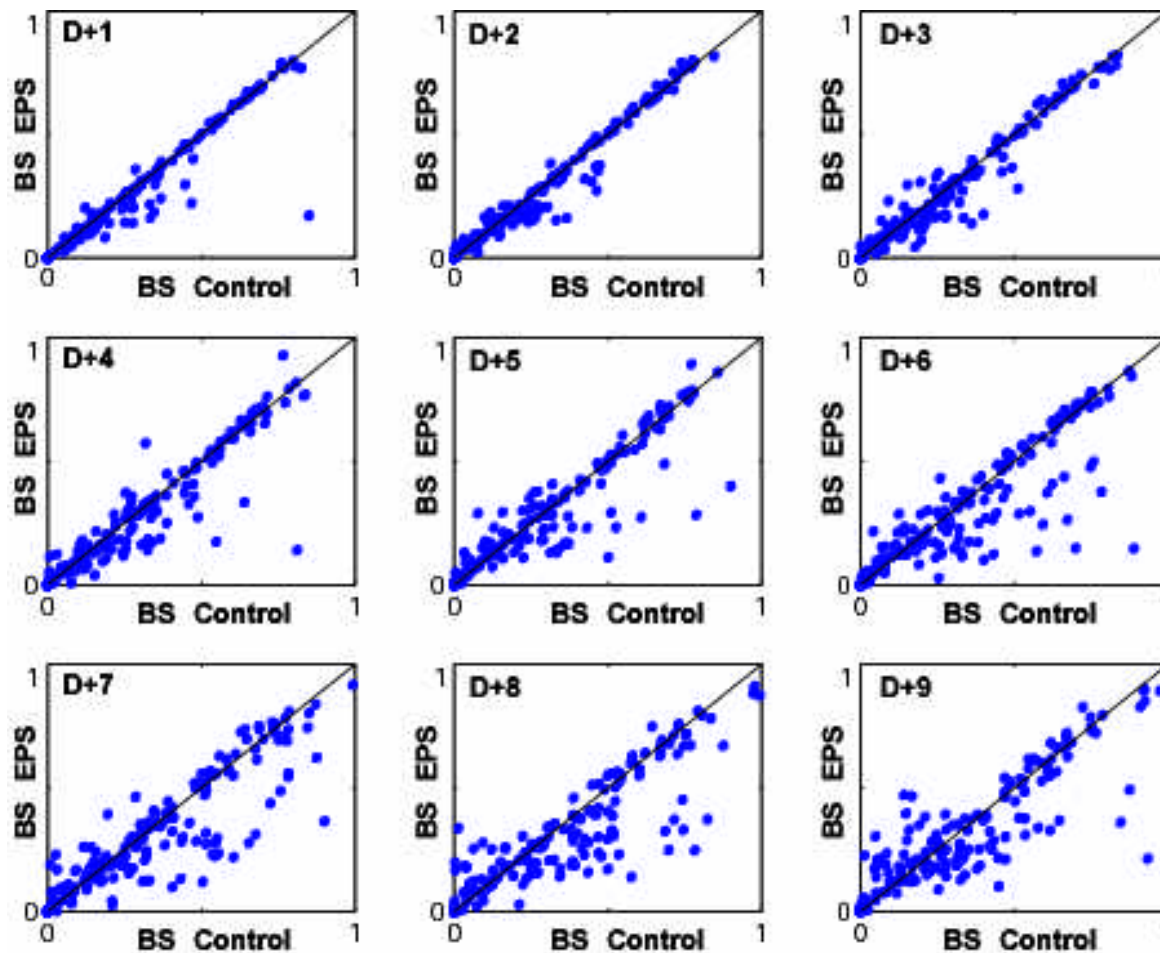
Un conjunto de patrones ($X_1, \dots, X_n$),
define una distribución sobre el
conjunto de clusters C_k , $k=1, \dots, m$
y, por tanto,

$$P(y^s | u) = \frac{\sum_{k=1}^m \text{frec}(C_k) P^s(k)}{n}$$



Predicción a Plazo Medio. Validación

La predicción de consenso realizada considerando todos los miembros del conjunto se muestra superior a la predicción basada en el control (la determinista).



EPS del
ECMWF:
51 miembros.

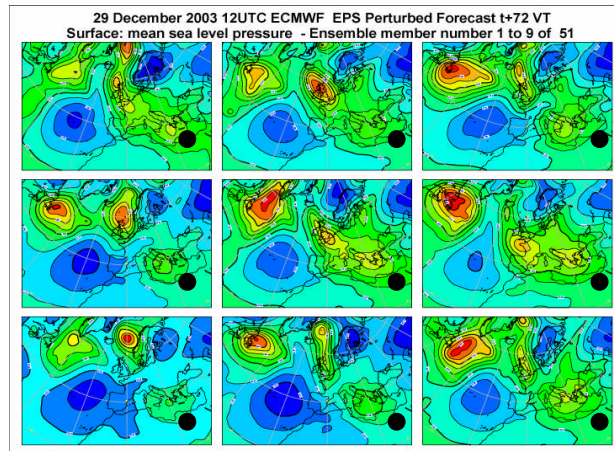
100 estaciones
de la cuenca
norte.

Período:
Dec-97 - Feb-98

Medidas de Predictibilidad (dispersión del EPS)

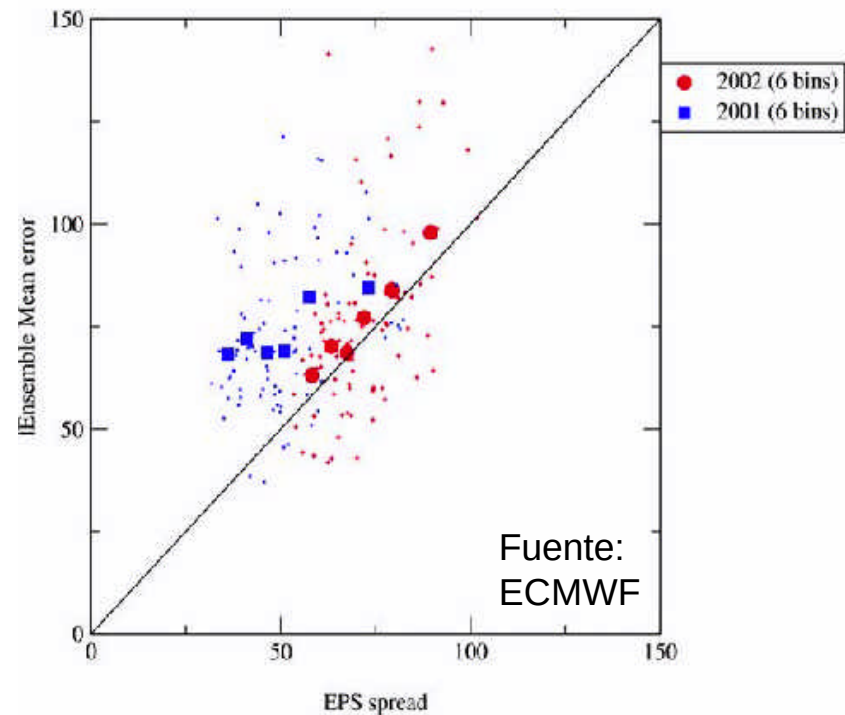
Se ha constatado que en EPS bien calibrados el error del modelo se correlaciona con la dispersión del conjunto, luego la dispersión puede proporcionar una medida de predictibilidad.

Normalmente la dispersión se analiza considerando el valor de una variable concreta del modelo.



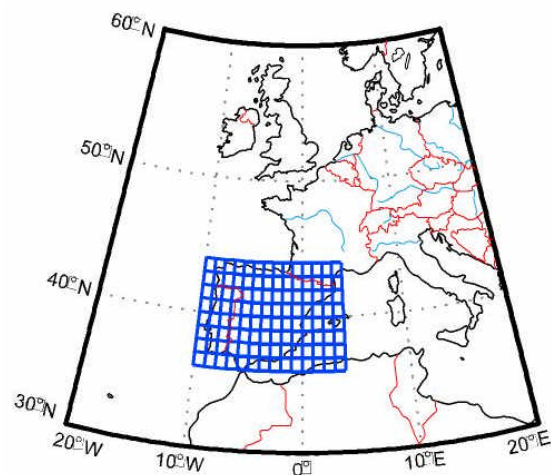
En nuestro caso podemos analizar este problema considerando la distribución del EPS sobre los “grupos”.

Z500, D6, winter, Europe

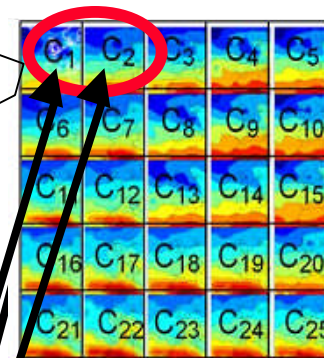


Redes Auto-Organizativas SOM (agrupamiento ordenado)

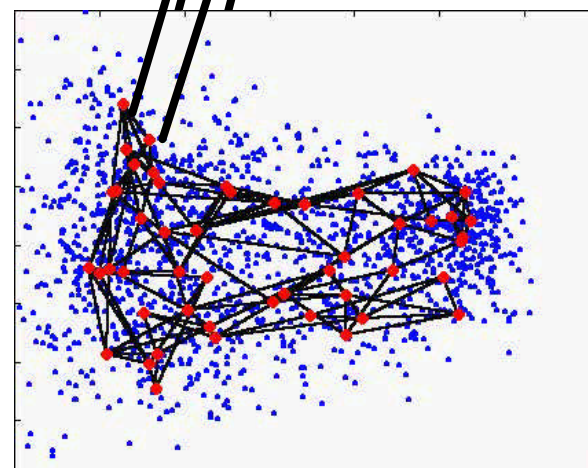
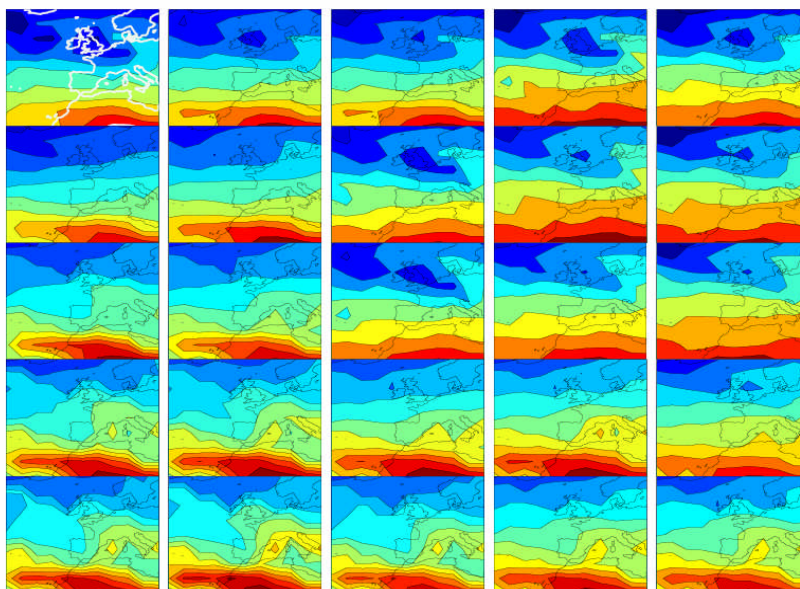
Las redes auto-organizativas son una variante del método de k-medias que incluyen una restricción topológica de vecindad en una retícula:



Patrones similares
Cercanos en el espacio de CPs!!



Retícula 5 x 5



**Proyección de ERA-15
usando 2 PCs**

Los patrones se agrupan de forma ordenada en una retícula 2D.

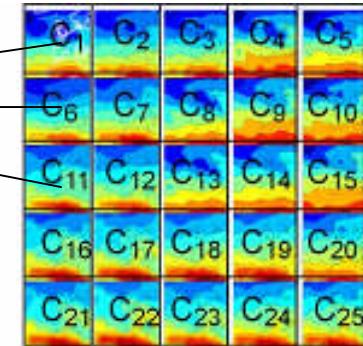
**AI
met
group**

SOM. Algoritmo de entrenamiento

Una SOM está formada por un número arbitrario de (prototipos) centros $c_1, \dots, c_m$, dispuestos en una retícula 2D.

Cada prototipo $\mathbf{w}_i = (w_{i1}, \dots, w_{in})$
 n es la dimensión del espacio original.

SOM 5 x 5



El entrenamiento se realiza en ciclos ($k=1, \dots, n$):

1) Calcular el prototipo “ganador” (más cercano)
 $\mathbf{w}_{i(k)}$ para cada patrón $\mathbf{v}_k$:

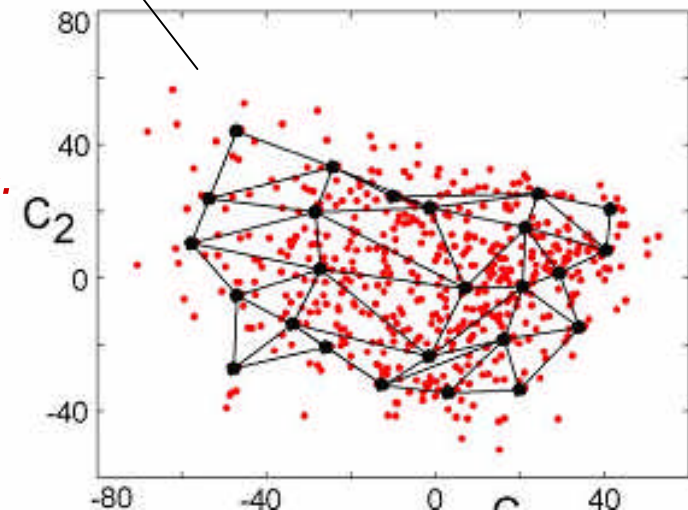
$$\|\mathbf{v}_k - \mathbf{w}_{i(k)}\| = \min_i \{\|\mathbf{v}_k - \mathbf{w}_i\|, i=1, \dots, m\}.$$

2) El prototipo ganador y sus vecinos se mueven hacia el vector:

$$\mathbf{w}_i(t+1) = \mathbf{w}_i(t) + a(t) \mathbf{v}_k h(\|\mathbf{w}_i(t) - \mathbf{w}_{i(k)}(t)\|),$$

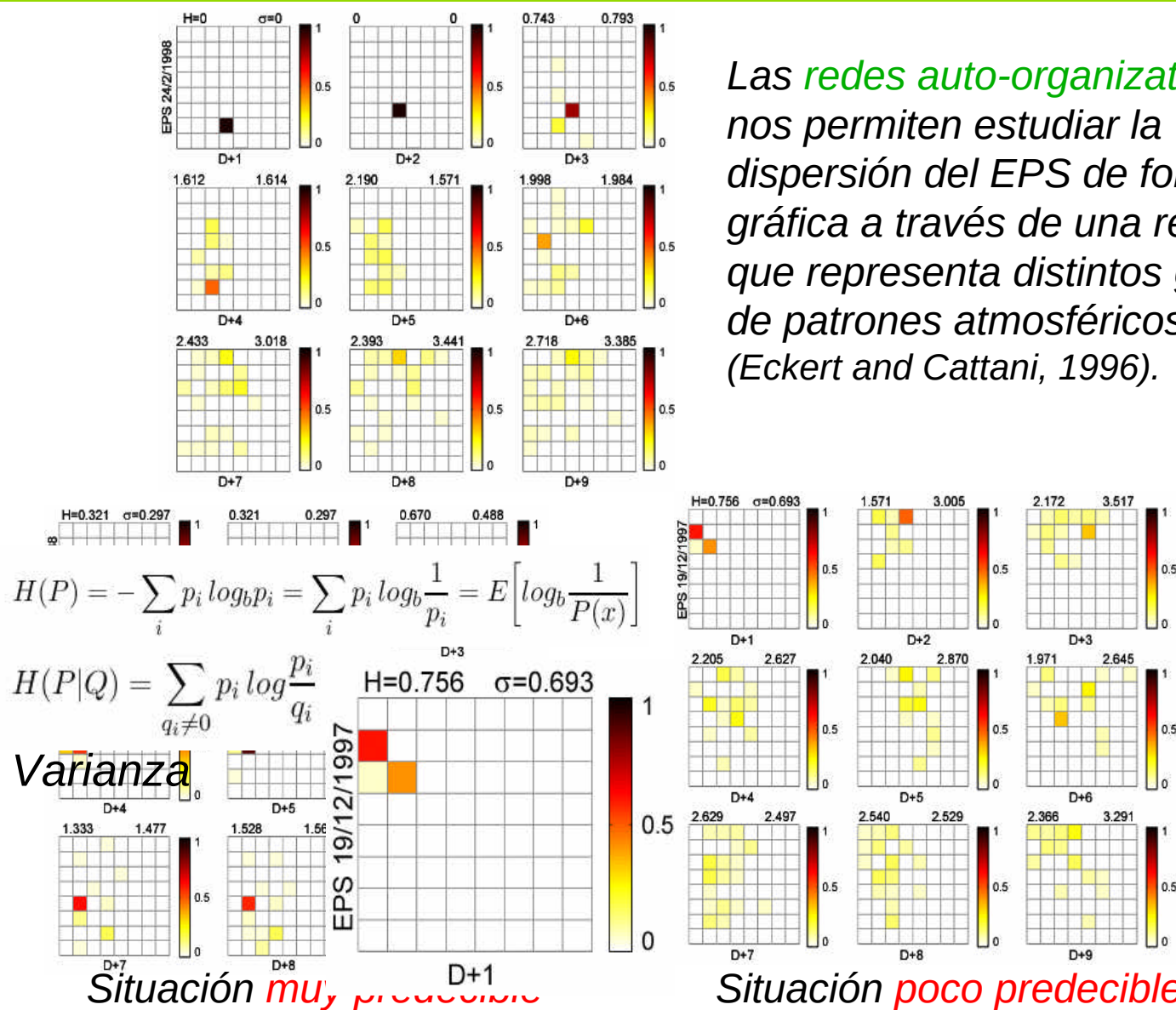
$a(t)$ tasa de aprendizaje (decrece linealmente);

$h(x)$ núcleo de vecindad (la varianza decrece linealmente)



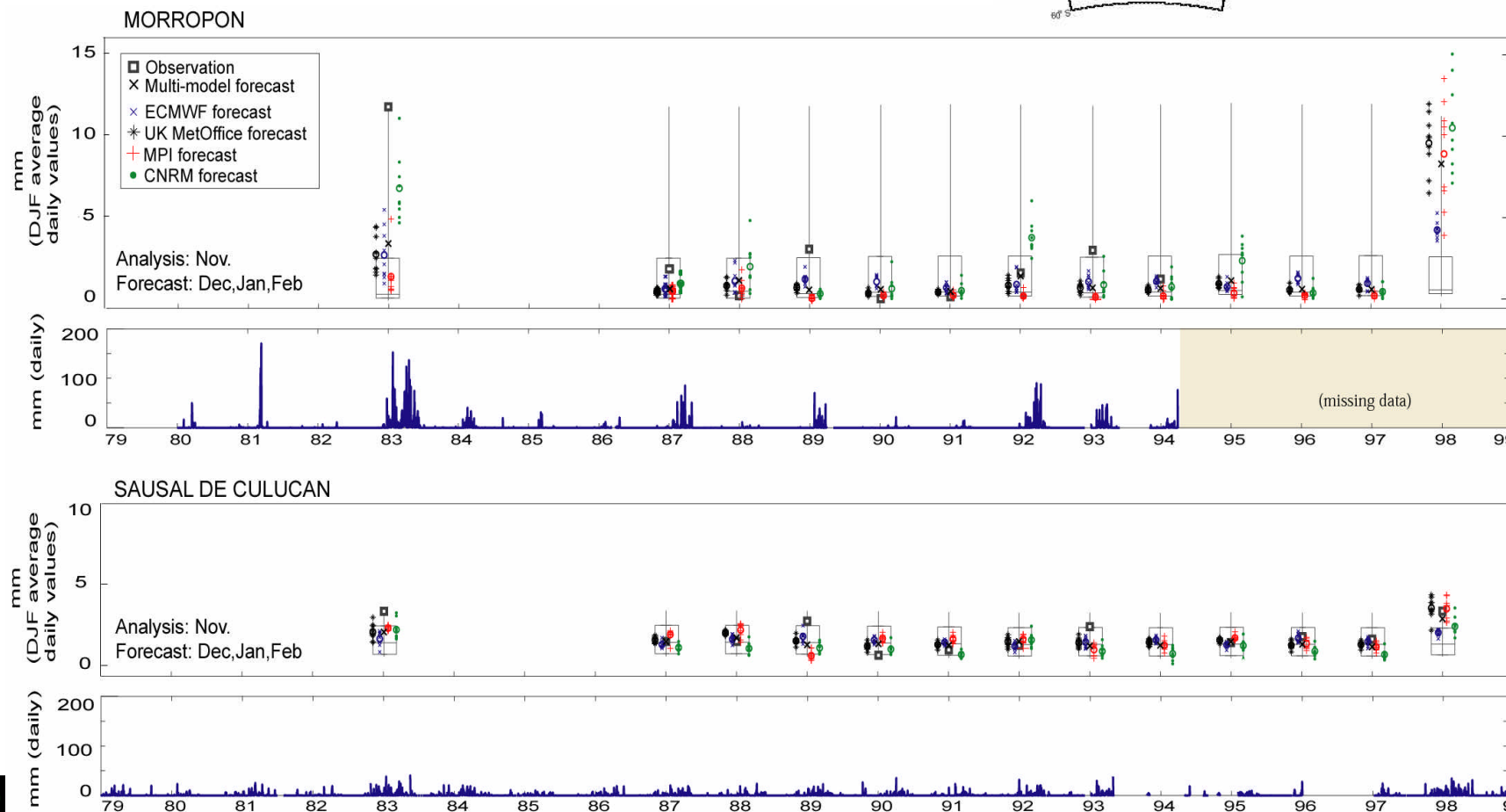
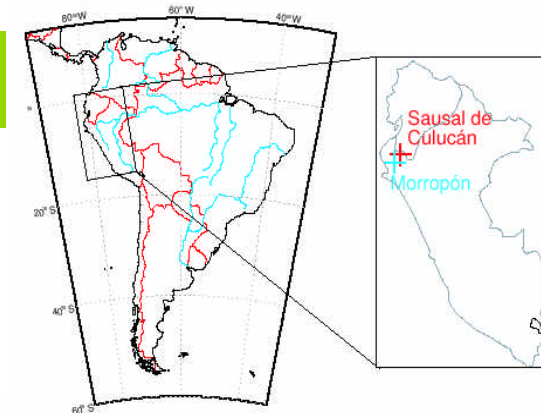
Predictibilidad de la Predicción

Las *redes auto-organizativas* nos permiten estudiar la dispersión del EPS de forma gráfica a través de una retícula que representa distintos grupos de patrones atmosféricos (Eckert and Cattani, 1996).

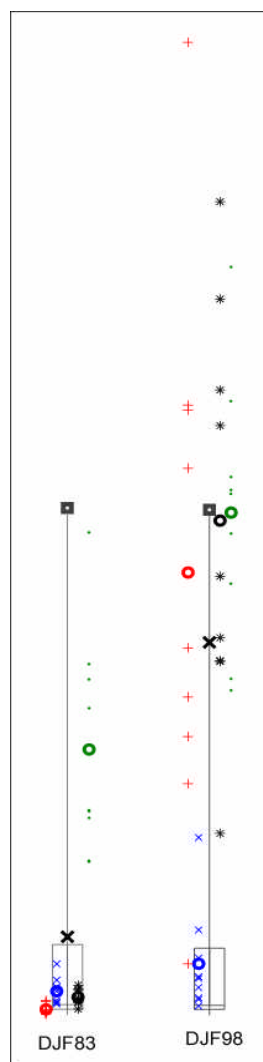


Predicción Estacional (DEMETER)

Los modelos estacionales con alcances de seis meses permiten analizar las anomalías medias mensuales de los campos atmosféricos (el Niño). *Proyecto DEMETER.*



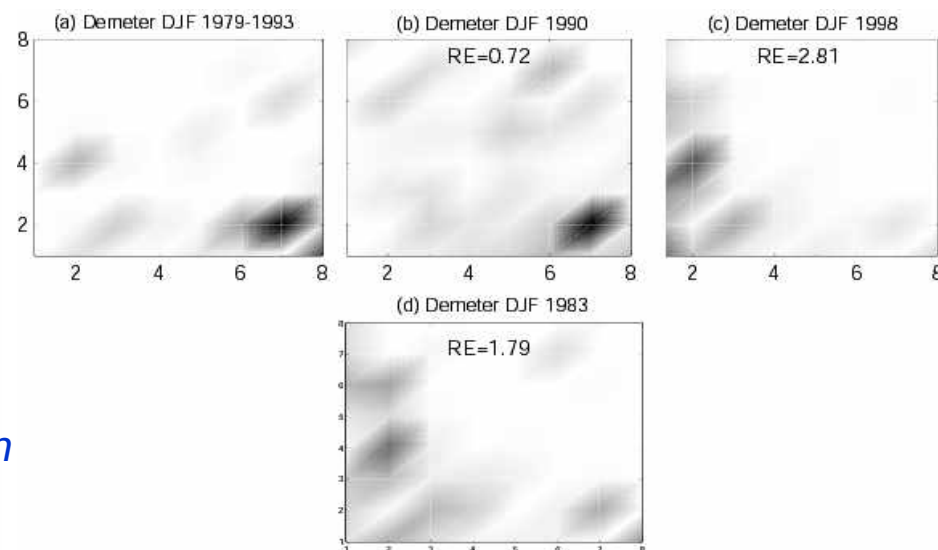
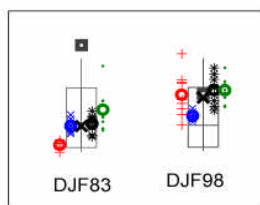
Predicción Estacional Multi-Modelo (Demeter)



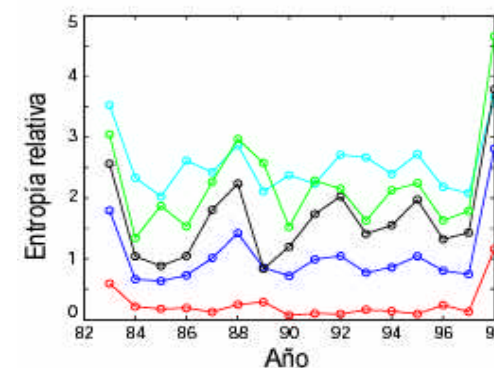
*Predicción con
cuatro meses
de antelación*

■ Observation
 × Multi-model forecast
 × ECMWF forecast
 * UK MetOffice forecast
 + MPI forecast
 • CNRM forecast

Analysis: Aug.
Forecast: Dec, Jan, Feb



*Las anomalías de los
períodos “Niño”
quedan reflejadas en
la distribución en la
SOM de los miembros
de la predicción.*

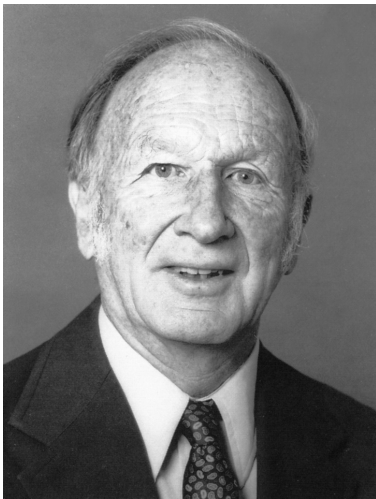


J.M. Gutiérrez, A.S. Cofiño, R. Cano and C. Primo
“Analysis and downscaling multi-model seasonal
forecasts using self-organizing maps”, **Tellus A**
(número especial del proyecto DEMETER), 2004 (in press).

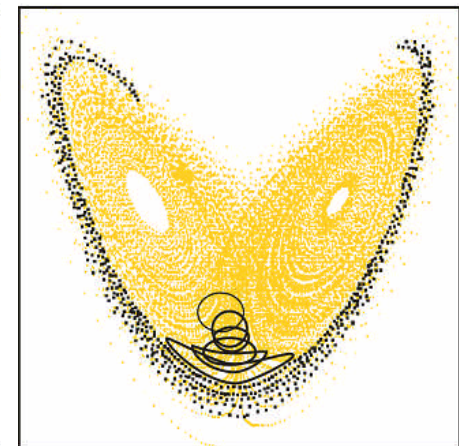
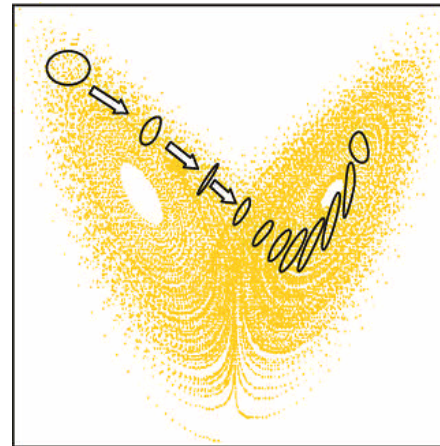
Modelo de Juguete: El Sistema de Lorenz

A comienzos de los años 1960 el meteorólogo americano Edward Lorenz se preguntaba: *¿Cómo es posible que conociendo las ecuaciones de la circulación atmosférica y las condiciones de partida, no se llegaba a predecir con un grado de fiabilidad aceptable el tiempo que haría tres días después?* Para tratar de responder a esta pregunta, Lorenz simplificó drásticamente las ecuaciones de la circulación atmosférica hasta llegar al sistema que lleva su nombre:

$$\frac{dx}{dt} + \sigma(x - y) = 0, \quad \frac{dy}{dt} + y - rx + xz = 0, \quad \frac{dz}{dt} + bz - xy = 0.$$



“... one flap of a sea-gull's wing may forever change the future course of the weather” (Lorenz, 1963)

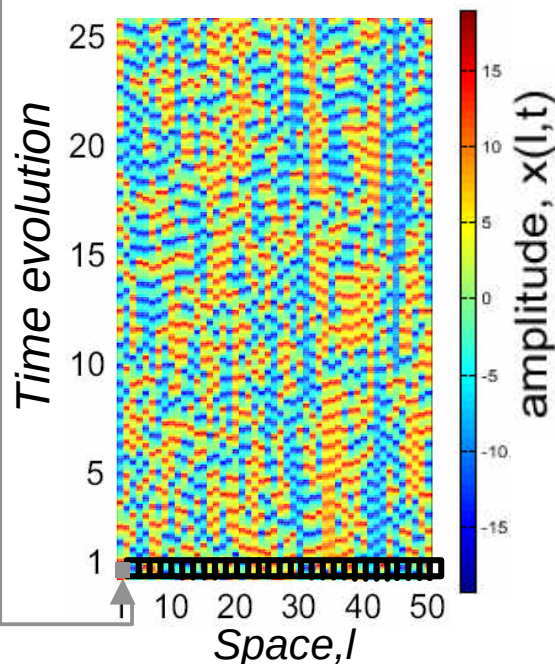


Modelo de Juguete: Cadena de sistemas de Lorenz

$$\begin{cases} \dot{x}_l = \sigma(y_l - x_l) \\ \dot{y}_l = R x_l - y_l - x_l z_l + D \cdot (y_{l-1} - 2y_l + y_{l+1}) \\ \dot{z}_l = x_l y_l - b z_l \end{cases}$$

The *diffusion parameter* **D** determines the strength of spatial correlation:

Strong chaos
low spatial correlation



$D = 0.15$ $D = 0.50$

Spatiotemporal systems

The *spatial correlation* plays a key role in spatiotemporal dynamics !!!

“Low-dimensional” chaos
high spatial correlation

