

TALLER “MATEMÁTICAS EN ACCIÓN”

MATEMÁTICAS DEL MAR

Iñigo J. Losada

Grupo de Ingeniería Oceanográfica y de Costas

Dpto. de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio
Ambiente

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA



Índice

- [1] Introducción general. ¿Por qué necesitamos las matemáticas en el mar?
- [2] Física + matemáticas. De lo más fácil a lo más difícil.
- [3] Modelos que resuelven la fase
- [4] Modelos basados en las ecs. extendidas de Boussinesq
- [5] Modelos basados en las ecuaciones RANS
- [6] Conclusiones

























- Rebase en obras de abrigo



- Rebase en obras de abrigo







- Inundación de la costa



ondas largas

ondas de superficie

24 h

12 h

5 min

30 s

1 s

0.1 s

Período

Onda supramareal

Onda de largo período

Ondas infragravitatoria

Ondas de gravedad

Ondas de ultragravedad

Ondas capilares

Tipo de onda

Tormentas, tsunamis

Sol, luna

Viento

Principal fuerza generadora

Fuerza de Coriolis

Tensión superficial

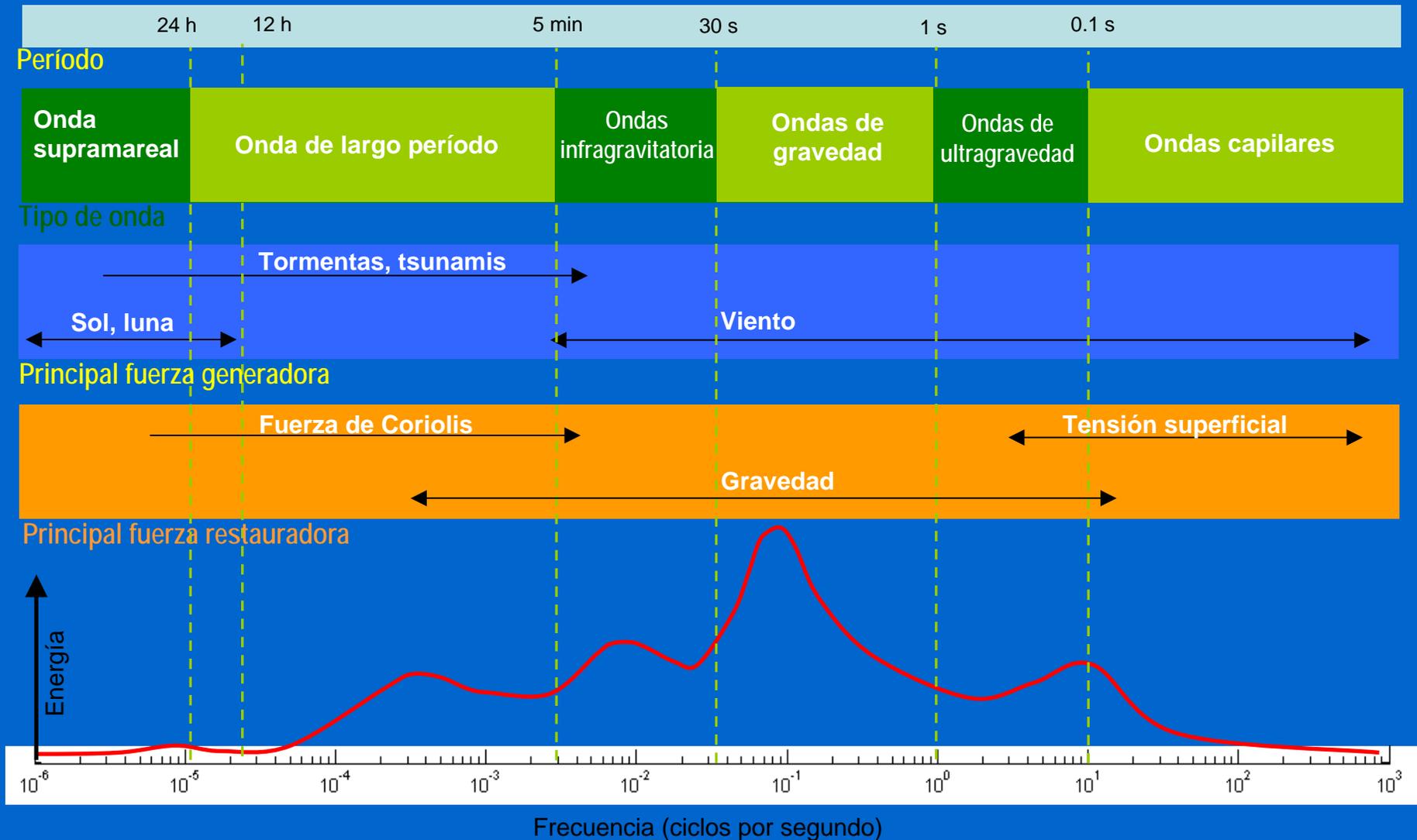
Gravedad

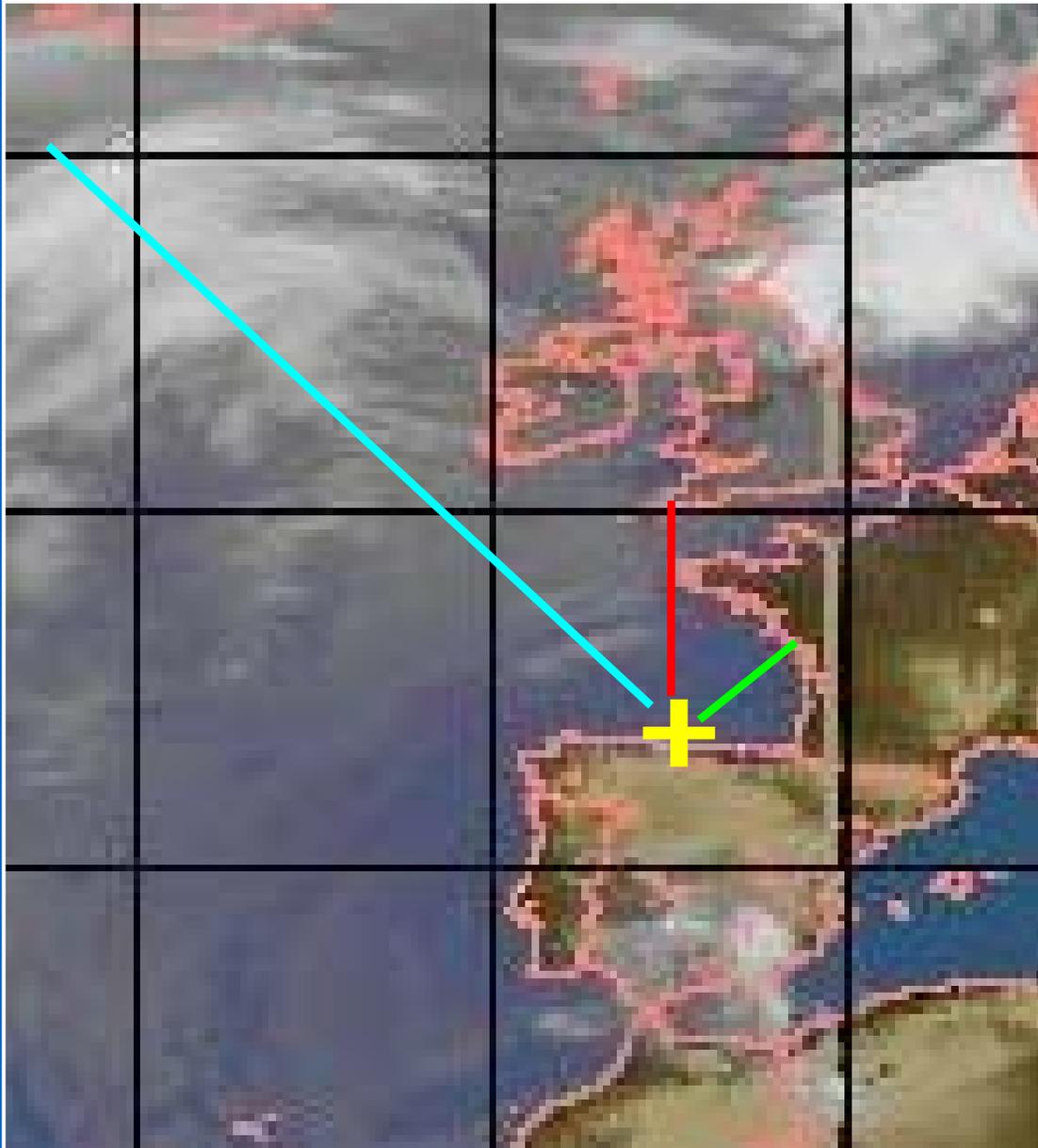
Principal fuerza restauradora

Energía

10^{-6} 10^{-5} 10^{-4} 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} 10^0 10^1 10^2 10^3

Frecuencia (ciclos por segundo)

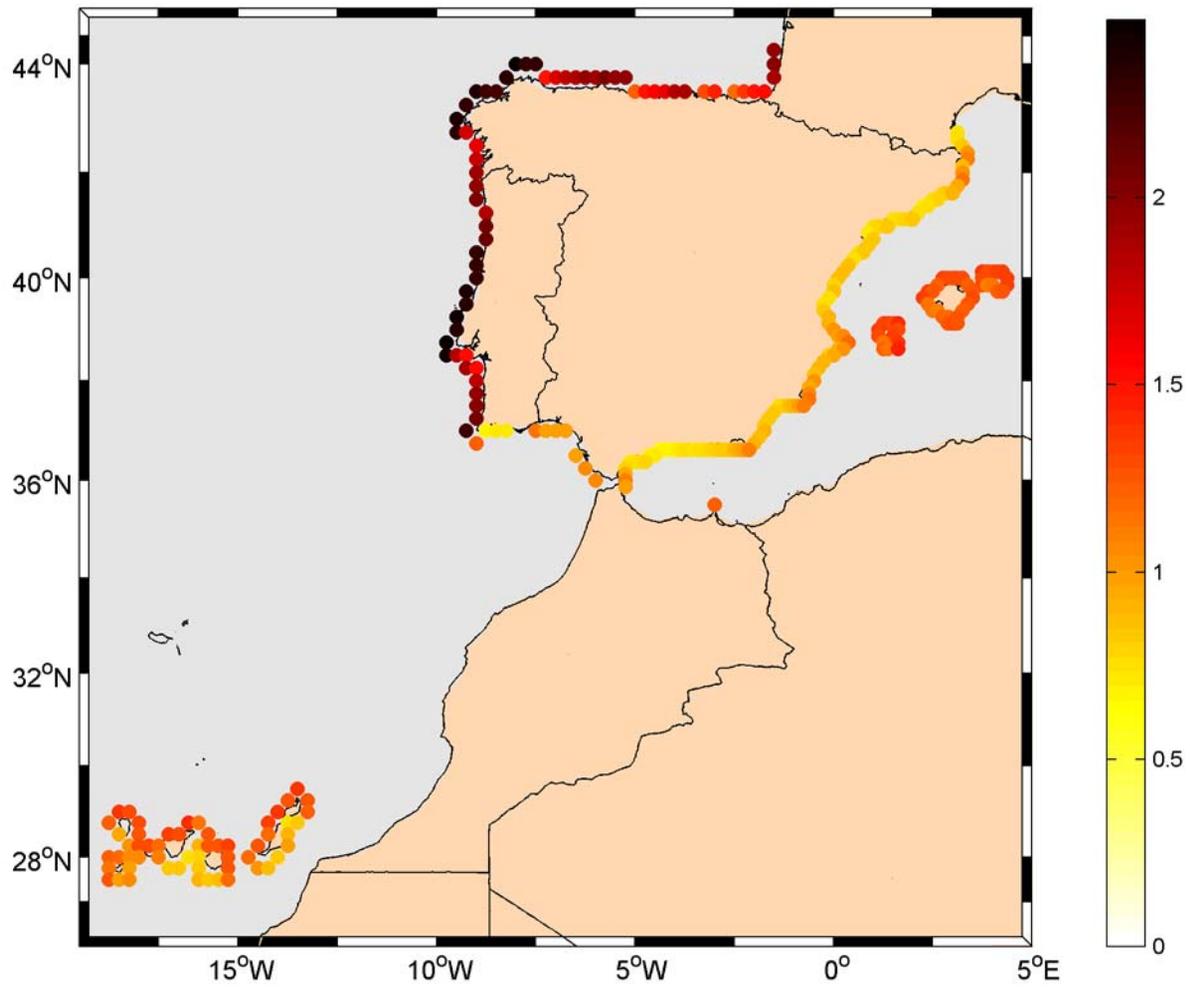




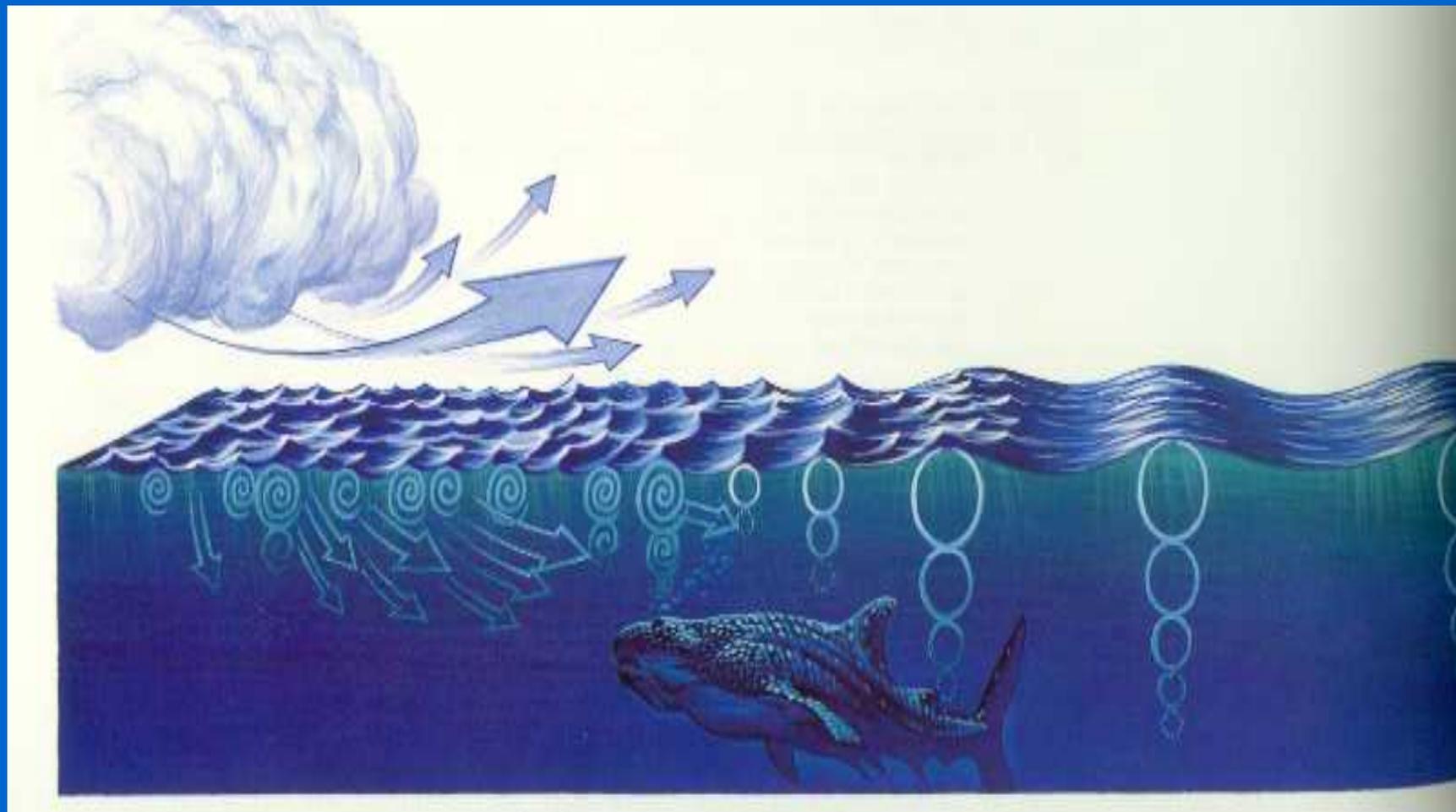
Temporales típicos

	H_s (m)	T_p (s)
NW	6	16
N	4	10
NE	2	7

H_s media (m)





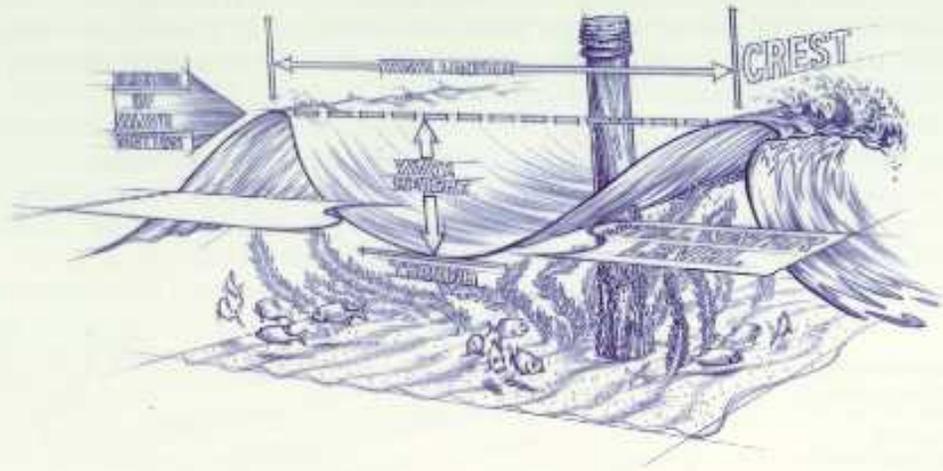






frussurf.com





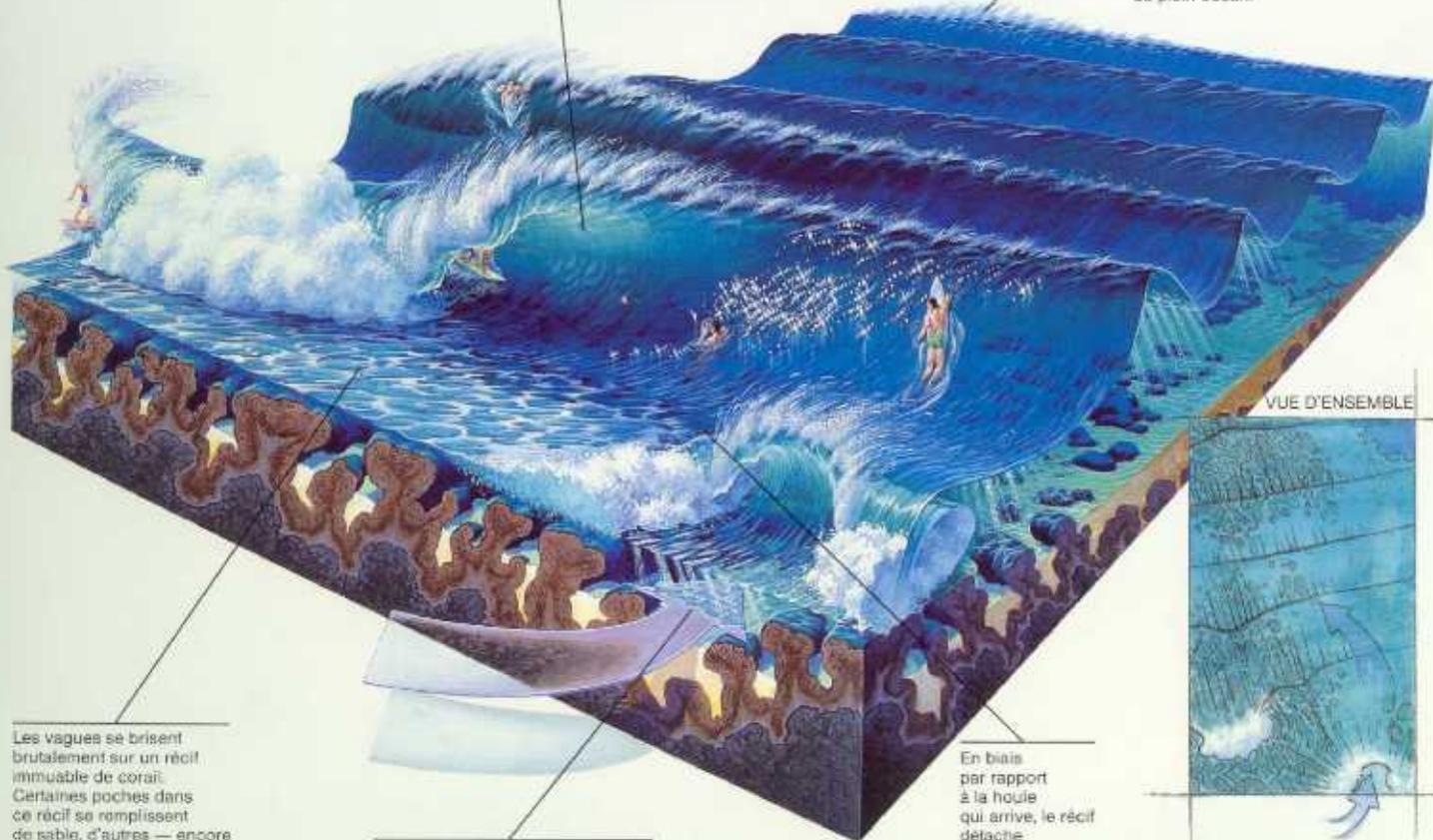
LES BRISANTS DIRECTS DE RECIF

Banzai Pipeline, Hawaï

Les vents de terre contribuent à creuser la forme cylindrique de ces vagues plongeantes.

Le récif extérieur concentre l'énergie des vagues et amplifie la taille et la puissance des brisants.

Sur la côte Nord de Hawaï, à cause de l'absence du plateau continental, les lames heurtent les récifs de l'île avec la puissance quasi intacte du plein océan.



VUE D'ENSEMBLE

Les vagues se brisent brutalement sur un récif immuable de corail. Certaines poches dans ce récif se remplissent de sable, d'autres — encore plus traîtres — sont balayées par l'action violente des vagues.

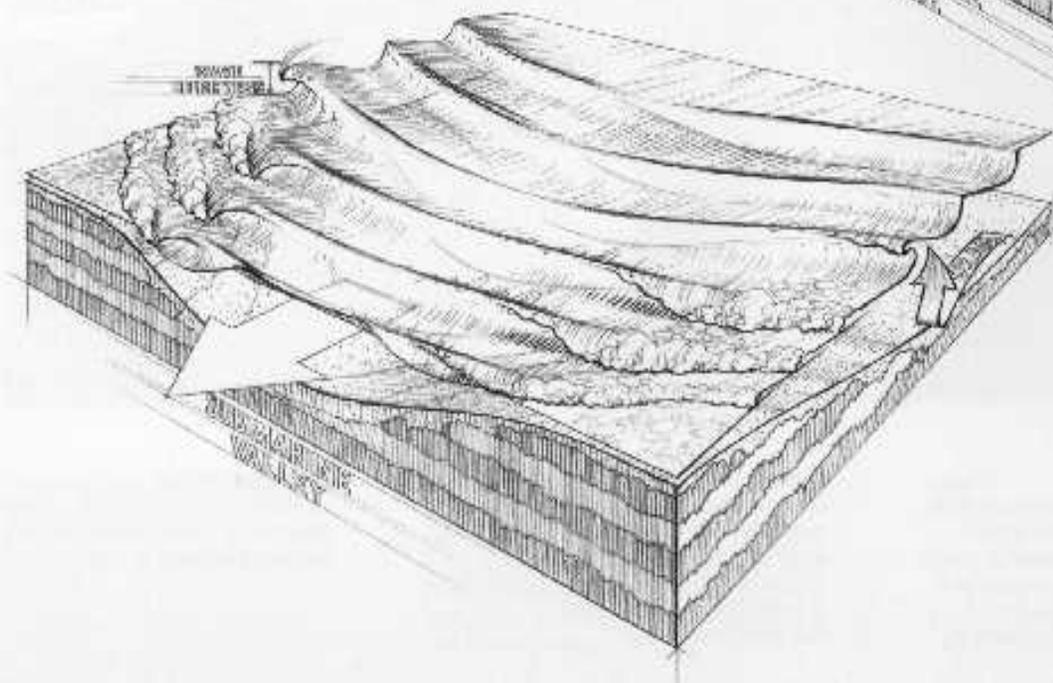
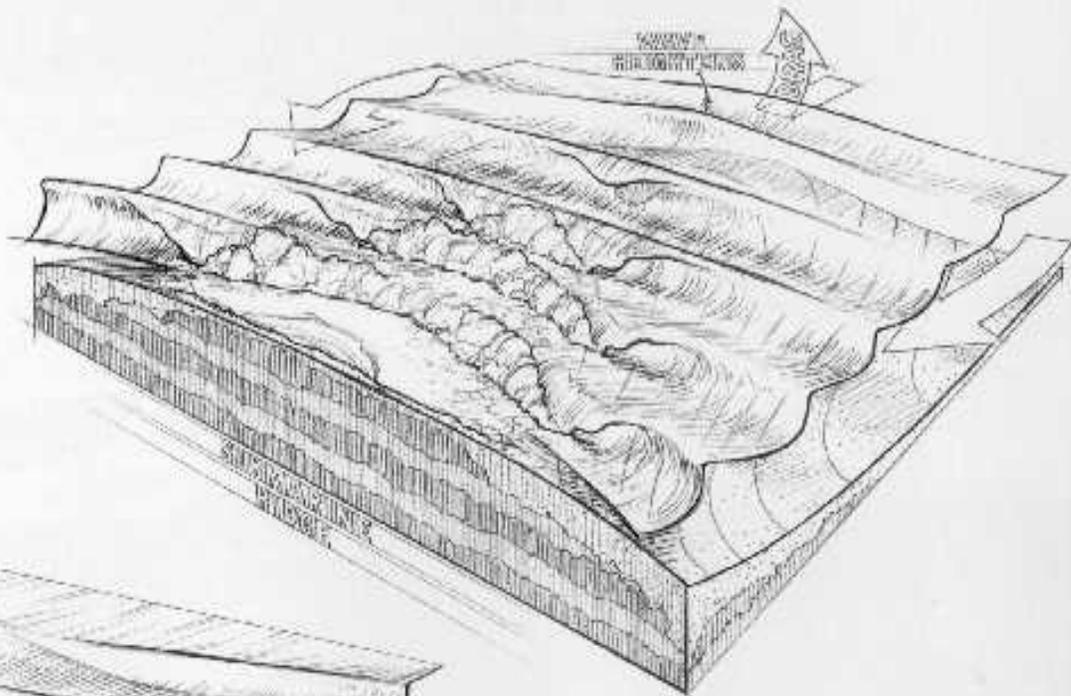
L'écoulement des eaux vers le large emprunte des passages à travers ou autour du récif.

En biais par rapport à la houle qui arrive, le récif détache les vagues avec une précision symétrique.



**La réfraction des vagues ►
au-dessus d'une crête
sous-marine**

A mesure qu'elles
ralentissent dans les eaux
moins profondes,
les vagues se courbent
et font ainsi converger leur
énergie au-dessus
des hauts-fonds.



**◀ La réfraction des vagues
au-dessus d'un canyon
sous-marin**

Ralenties par l'insuffisance
de la hauteur d'eau,
les vagues dispersent
leur énergie en épousant
le modèle du rivage.



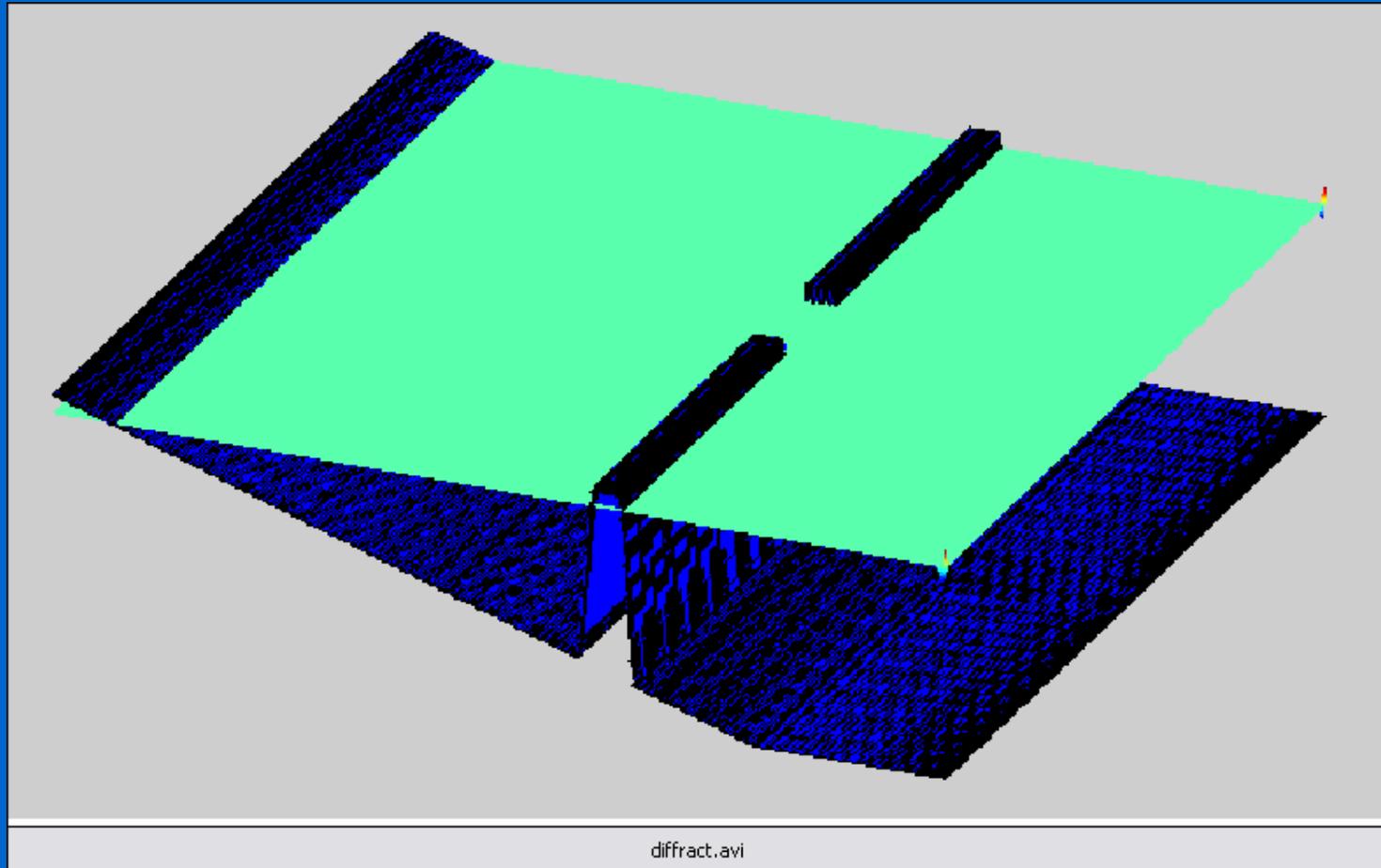
rotura

Difracción →

reflexión

refracción

Difracción inducida por un par de diques en profundidad variable

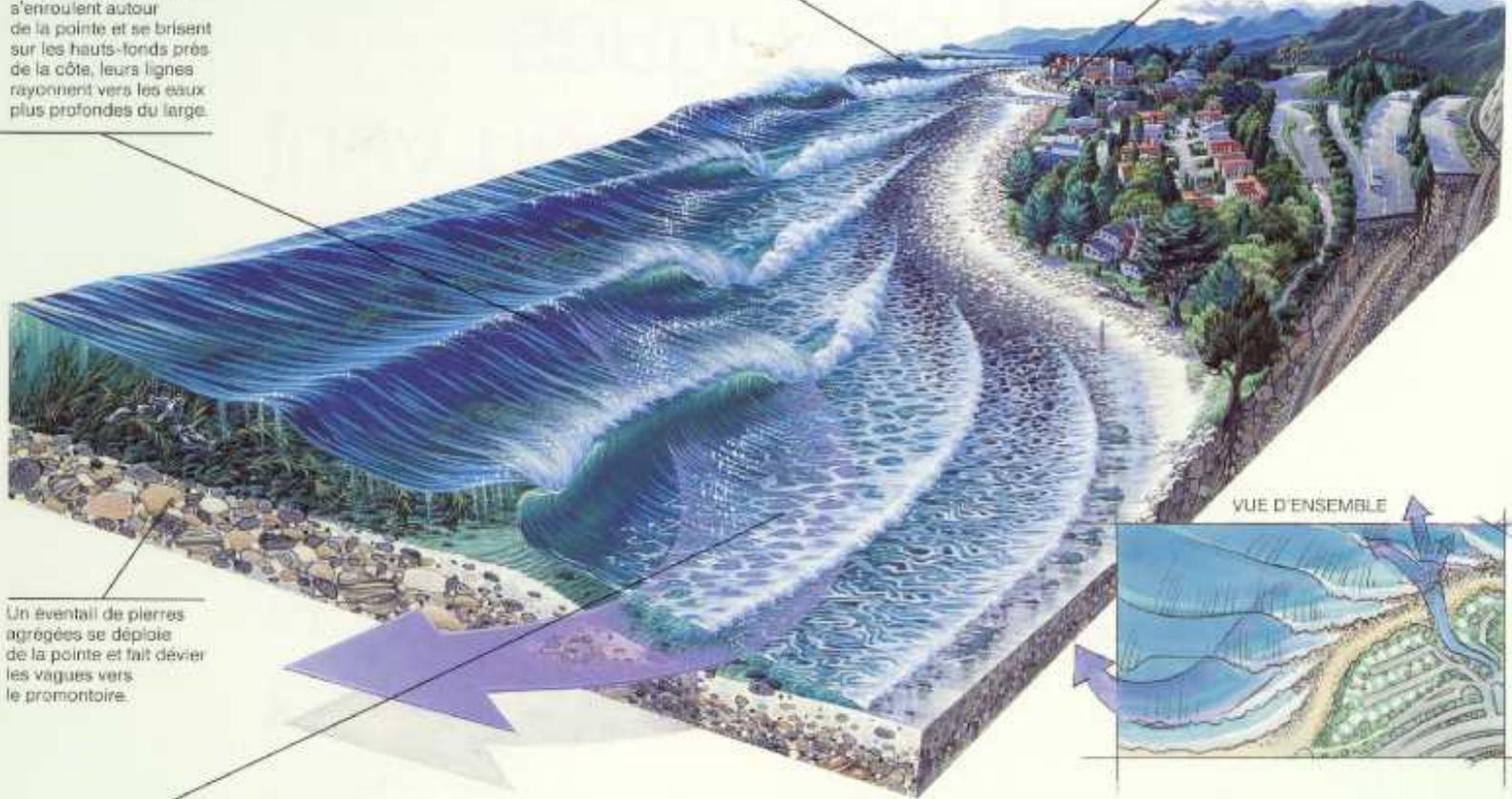


LES BRISANTS DE POINTE
Pointe de Rincon, Californie

Longeant la côte, les trains de houles se réfractent autour de la pointe de Rincon et se détachent le long de la plage de cailloux.

De gros rochers, des galets et du sable, déposés par les eaux d'un torrent, se trouvent près de l'extrémité de la pointe. Le courant du littoral, créé par les tempêtes d'hiver, les distribue le long du promontoire. Cette distribution par taille laisse du sable fin sur la plage la plus protégée.

À mesure que les lames s'enroulent autour de la pointe et se brisent sur les hauts-fonds près de la côte, leurs lignes rayonnent vers les eaux plus profondes du large.



Un éventail de pierres agrégées se déploie de la pointe et fait dévier les vagues vers le promontoire.

Le courant, qui balaye la pointe, s'échappe par un passage contournant les épaules des flots.

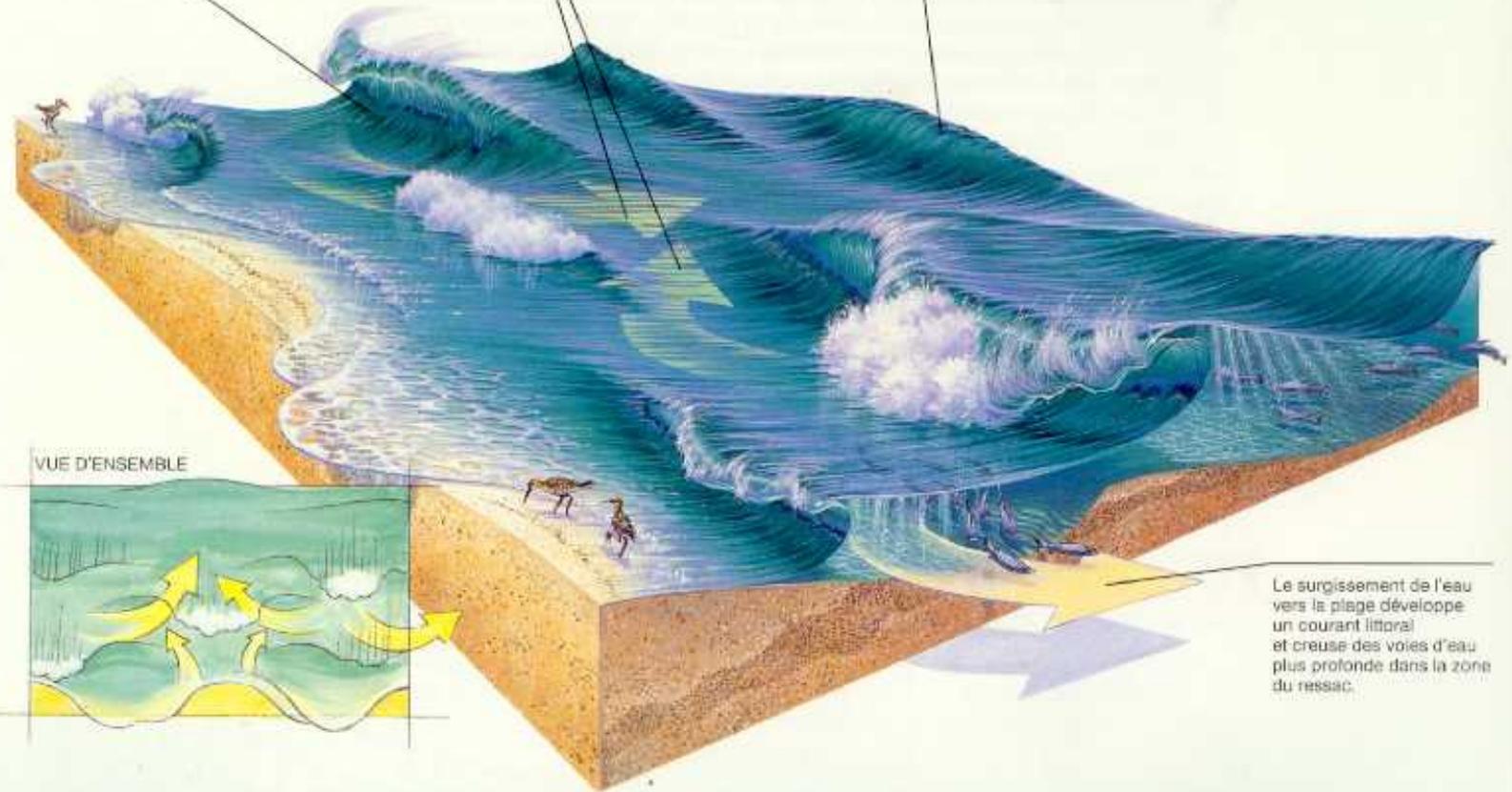
LES BRISANTS DE PLAGE

Lissées et sculptées par le vent de la terre, ces vagues peuvent devenir de parfaits cylindres plongeants.

Les poussées d'eau houleuses empruntent les voies plus profondes pour s'échapper vers le large.

Lorsqu'elles sont freinées par le plateau continental à quelques kilomètres de la côte, les vagues de ce type perdent souvent de leur force et de leur énergie.

Engendrés par les fluctuations saisonnières, les grandes tempêtes et les changements de direction de la houle peuvent, en quelques jours ou même quelques heures, modifier le caractère et la configuration d'une telle plage.



VUE D'ENSEMBLE

Le surgissement de l'eau vers la plage développe un courant littoral et creuse des voies d'eau plus profonde dans la zone du ressac.

L'alternance entre les brisants et les voies d'eau libre est déterminée par les bancs changeants de sable ou de gravier.























Jono Knight



Objetivo.

Describir la propagación del oleaje desde profundidades indefinidas hasta reducidas

Procesos:

Dispersión

Asomeramiento

Refracción

Difracción

Refracción-difracción

Interacción ola-corriente

Rotura y otros modos de disipación

Interacción no-lineal entre componentes

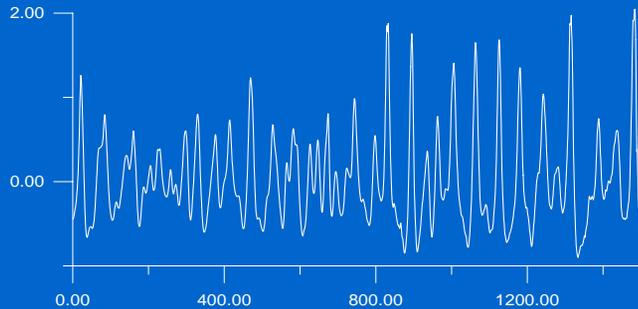
Reflexión

Pregunta:

¿Existe un modelo único que sea correcto y eficiente en cualquier profundidad relativa?



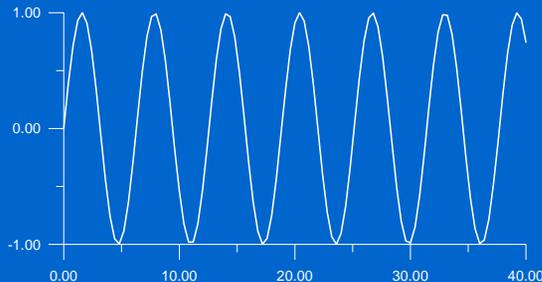
Oleaje



Oleaje: Aleatorio, irregular

Tratamiento estadístico y
espectral

ANÁLISIS DEL OLEAJE



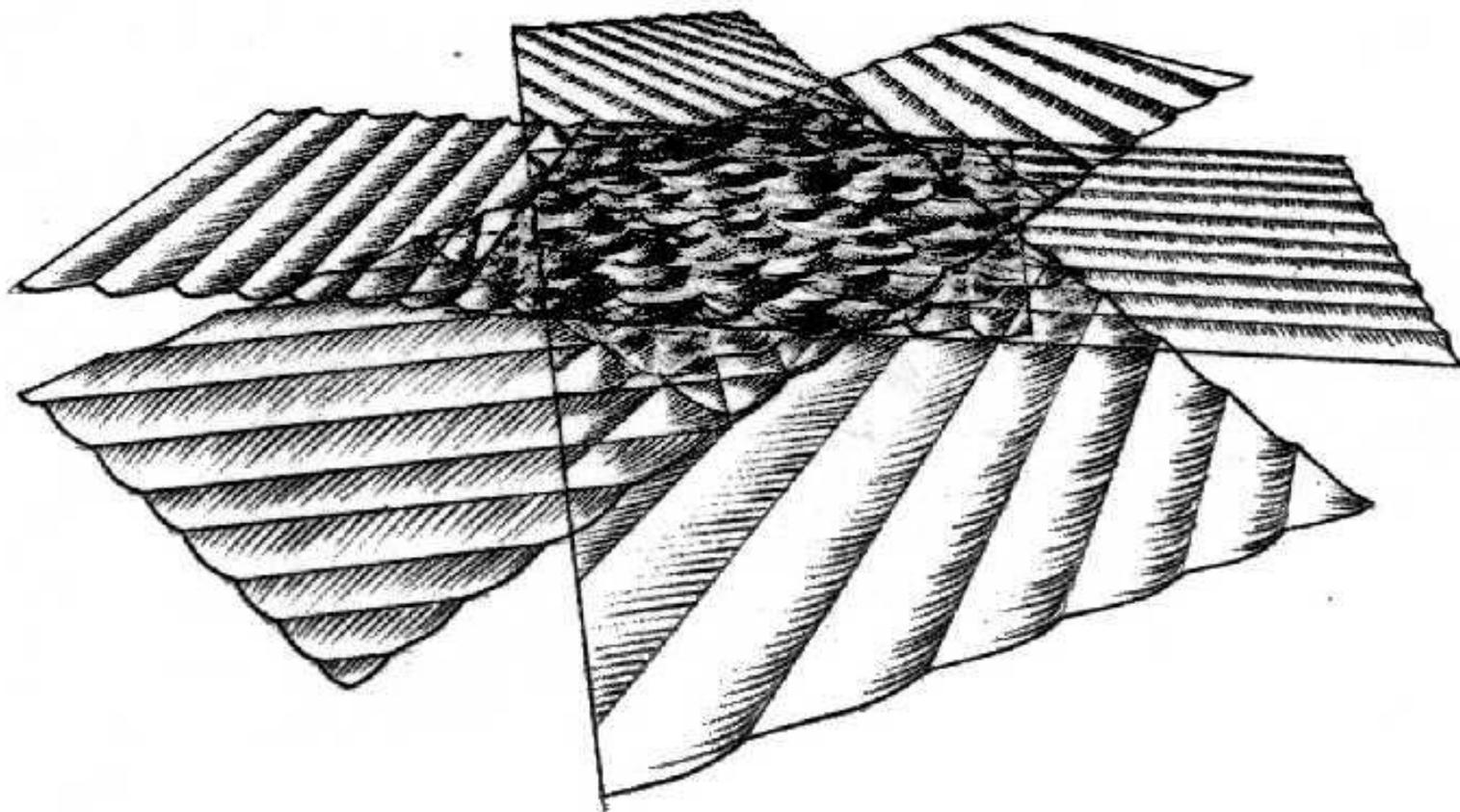
Onda: Modelo matemático
determinista

Oleaje regular, onda
monocromática

TEORÍA DE ONDAS

*Onda: Oscilación uniforme y
periódica de la superficie del agua*

Oleaje



Clasificación general de los modelos:

- a) modelos promediados en la fase que se basan en la conservación de la energía espectral
- no precisan una resolución tan pequeña pudiendo ser aplicados a áreas mucho mayores (20 km x 20 km)

Además, los diferentes procesos involucrados en la propagación del oleaje no son tratados de igual forma en cada uno de los tipos de modelos por lo que será necesario aplicar uno u otro en función de aquellos procesos que preponderen en cada caso de interés.

- b) modelos que resuelven la fase, basados en las ecuaciones no estacionarias de conservación de la masa y cantidad de movimiento, generalmente integrados en vertical
- Aplicables en áreas relativamente pequeñas (1 km x 1 km)
Se obtiene la superficie libre y el campo de velocidades en el espacio y en el tiempo



Modelos basados en el promediado de la fase

Basados en el balance de la energía espectral del oleaje

Predicción de las variaciones espaciales y temporales del espectro direccional basado en un campo de vientos incluyendo interacción ola-ola en profundidades indefinidas

- Predicen la energía del oleaje o altura de ola en función de la frecuencia y dirección pero no dan la fase

Ejemplos:

Aguas profundas:

WAM: incluye asomeramiento, refracción y disipación por fondo, viento, white-capping e interacción ola-ola

Aplicable $h > 20$ m

Aguas someras:

SWAN (simulating waves nearshore): interacción ola-ola, corrientes, rotura, variaciones del espectro direccional en zonas de poca profundidad

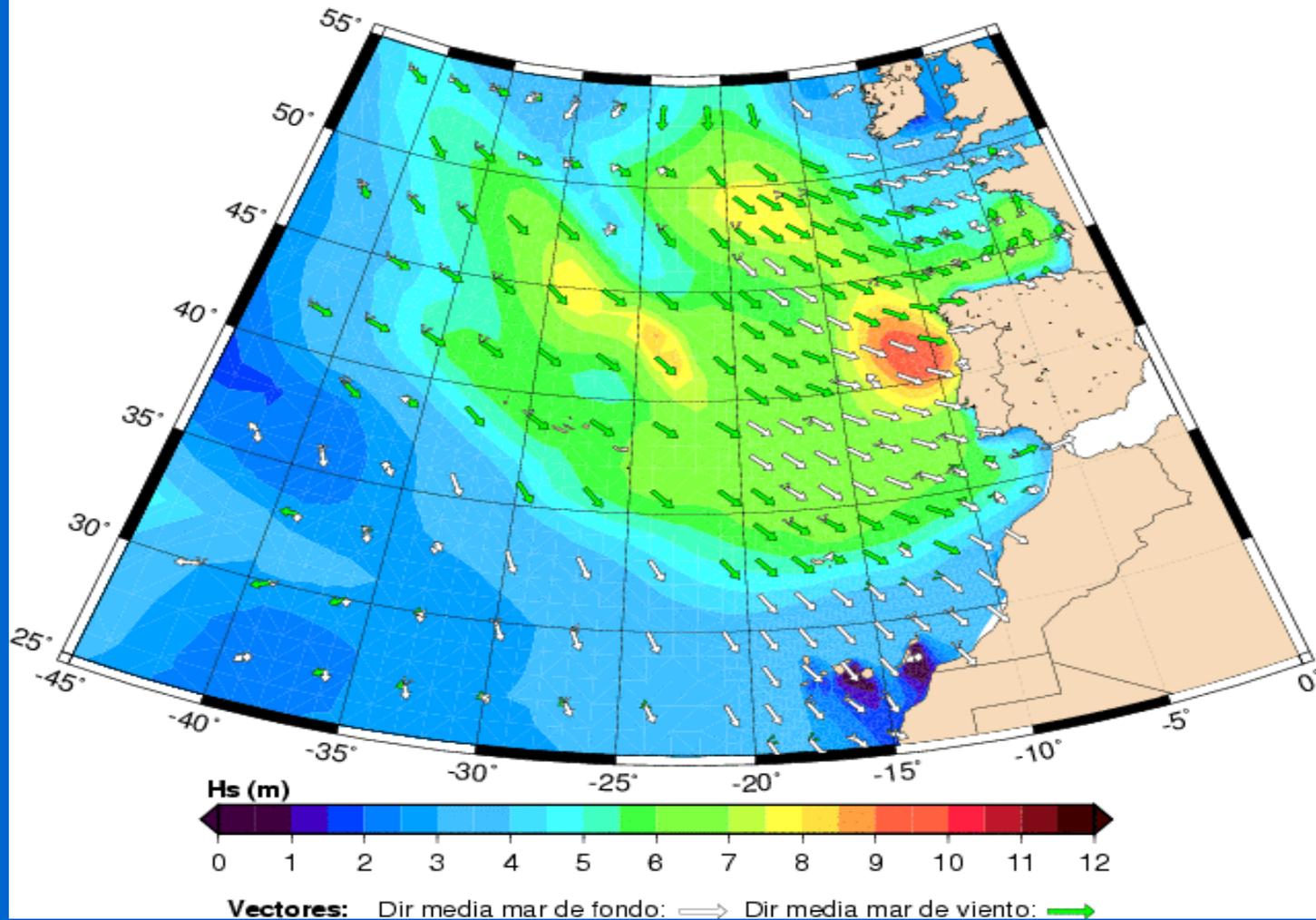


Predicción de oleaje de PE/INM, Atlántico Norte

SALIDA DEL MODELO DEL DÍA 13/11/2002 A LAS 18 UTC

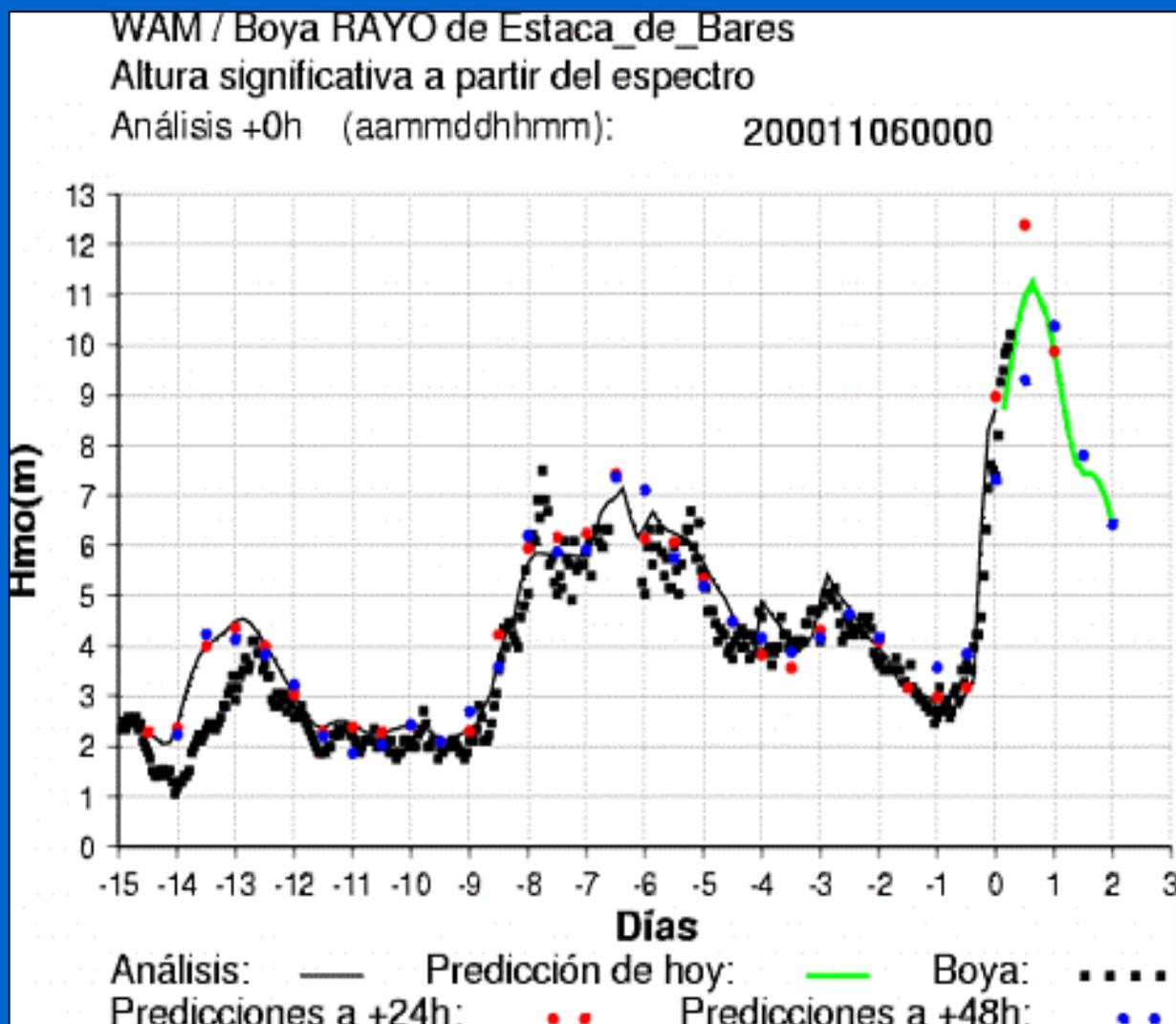
Campo de Oleaje a las 18 UTC del día 13/11/2002 / Horizonte Predicción = 00 horas

Horizonte (h) 00 03 06 09 12 15 18 21 24 27 30 33 36 39 42 45 48

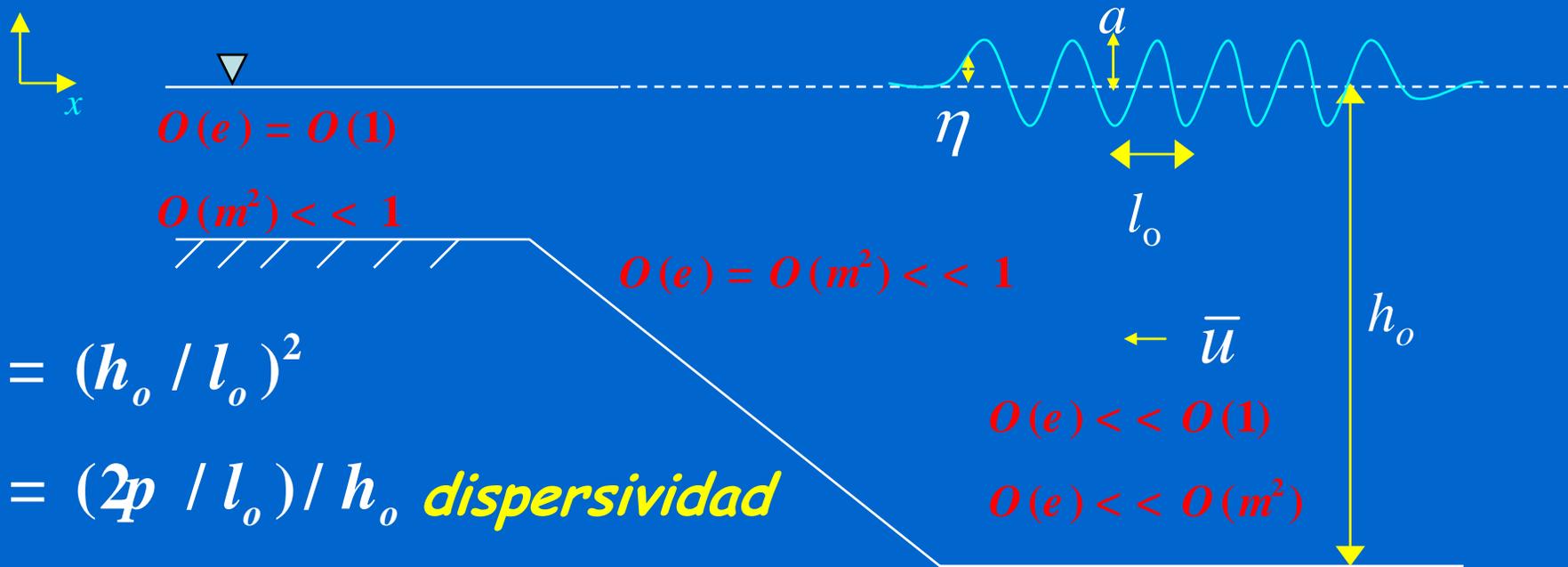


Predicción del oleaje a partir de vientos generados mediante el modelo HIRLAM

Predicción del oleaje: verificación



Parámetros adimensionales



$O(e) = O(1)$

$O(m^2) \ll 1$

$O(e) = O(m^2) \ll 1$

$O(e) \ll O(1)$

$O(e) \ll O(m^2)$

$m^2 = (h_o / l_o)^2$

$kh = (2\pi / l_o) / h_o$ **dispersividad**

$e = \frac{a}{h_o}$ **no linealidad**



Modelos que resuelven la fase

Ecuaciones de Navier-Stokes

Régimen de Stokes: $O(m^2) \ll 1$

Ecuación de la pendiente suave (basada en teoría de Airy)

Régimen de onda larga: $O(m^2) \ll 1$

Ecuaciones no lineales de onda larga (NSWE)

Ecuaciones convencionales de Boussinesq

Ecuaciones modificadas de Boussinesq



Ecuaciones Generales de la Mecánica de Fluidos

Principios fundamentales de la Mecánica:

Conservación de la masa

Conservación de la cantidad de movimiento

Conservación de la energía

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + g + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$$

Problemas:

Ecuaciones constitutivas para las tensiones tangenciales

Ecuaciones no lineales

Ecuaciones acopladas

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}$$

Ecuaciones de Navier-Stokes

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Fluido Newtoniano

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

Flujo laminar + flujo turbulento

Modelos que resuelven la fase

Ecuaciones de Navier-Stokes

- Conservación de la masa y de la cantidad de movimiento
- Condiciones de contorno: existencia de una interfase y continuidad del tensor de tensiones a través de la superficie libre
- Ecuaciones y condiciones de contorno no lineales
- Turbulencia
- Ecuaciones tridimensionales no lineales y transitorias
- Escala horizontal del movimiento: cientos de longitudes de ondas

!!!! **No asumible computacionalmente (de momento)!!!!**



Opciones:

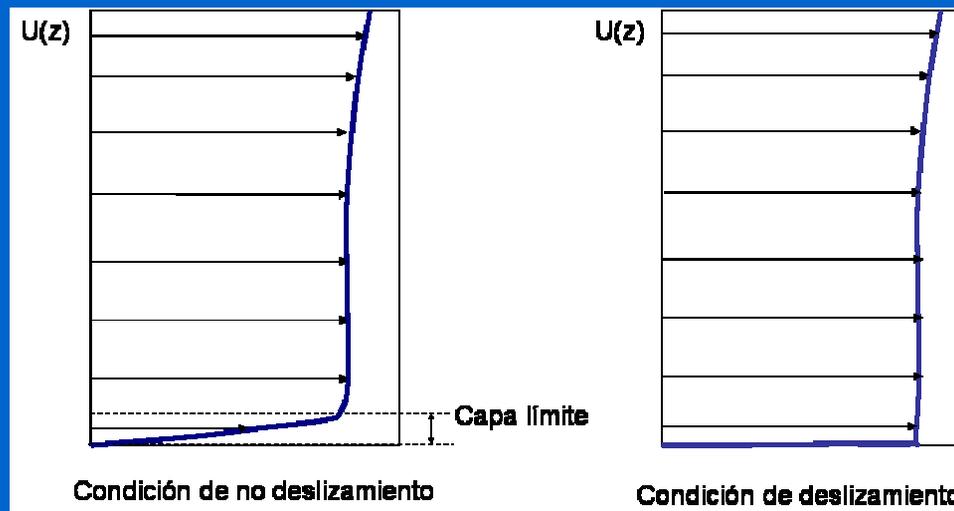
1) Desprecio las tensiones tangenciales (fluido ideal, no viscoso, EULER)

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g$$

Condición de deslizamiento frente a no deslizamiento



Además, flujo irrotacional

Ecuación de Laplace: lineal

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$

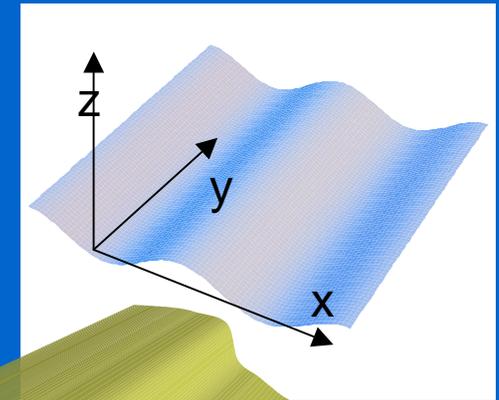
$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} + gz = C(t)$$

Ecuación de Bernoulli: no lineal

Planteamiento general del problema de ondas:

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0$$

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq L \\ -\infty < y < \infty \\ -h(x, y) \leq z \leq \eta(x, y, t) \end{cases}$$



$$F(x, y, z, t) = z - \eta(x, y, t)$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$z = -h(x, y)$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

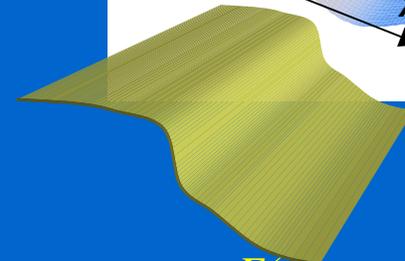
$$z = \eta(x, y, t)$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} + gz = C(t)$$

$$z = \eta(x, y, t)$$

$$\Phi(x, y, z, t) = \Phi(x, y, z, t + T)$$

$$\Phi(x, y, z, t) = \Phi(x + L, y, z, t)$$



$$F(x, y, z, t) = z + h(x, y, t)$$

No lineal a través de las condiciones de contorno

Seguimos simplificando a la búsqueda de soluciones analíticas

Problema 2-D: Teoría Lineal

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad \begin{cases} 0 \leq x \leq L \\ -\infty < y < \infty \\ -h \leq z \leq 0 \end{cases}$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad z = -h$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad z = 0$$

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial t} + g\eta = C(t) \quad z = 0$$

$$\Phi(x, z, t) = \Phi(x, z, t + T)$$

$$\Phi(x, z, t) = \Phi(x + L, z, t)$$

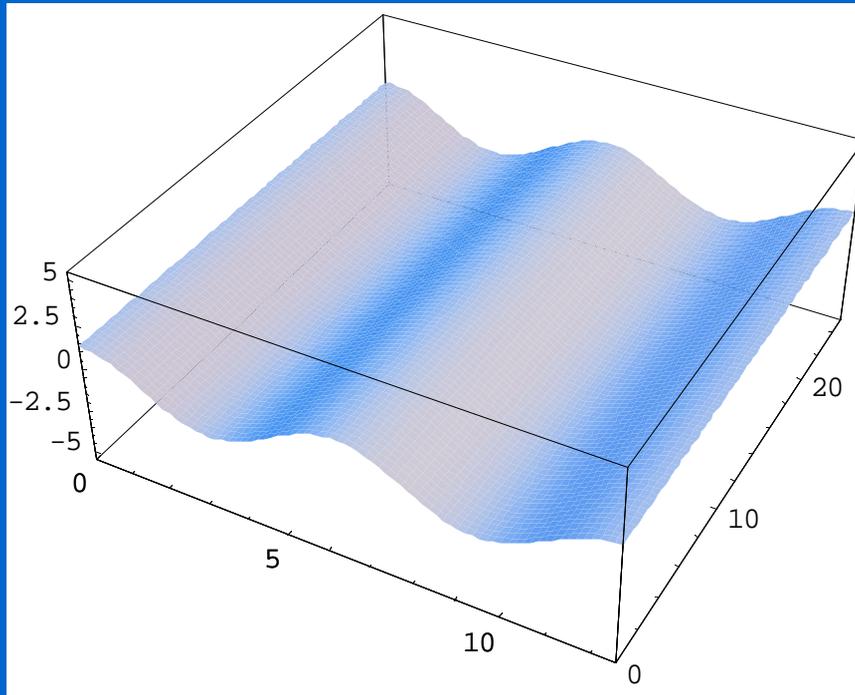
$$\Phi(x, z, t) = X(x)Z(z)T(t)$$

Separación de variables

Problema de Sturm-Liouville (Autofunciones)

$$\Phi(x, z, t) = -\frac{ig}{\sigma} A \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \exp[i(kx - \sigma t)]$$

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \sigma t)$$

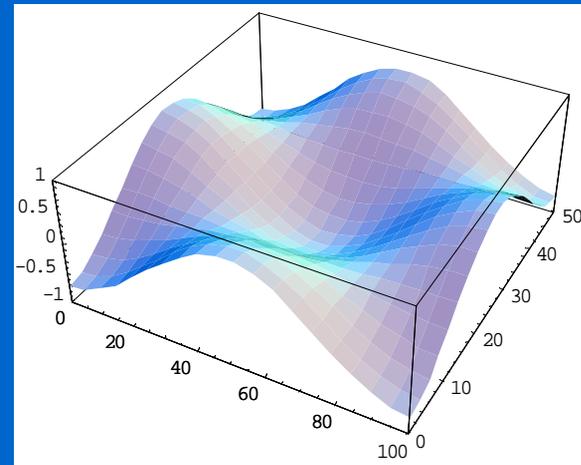
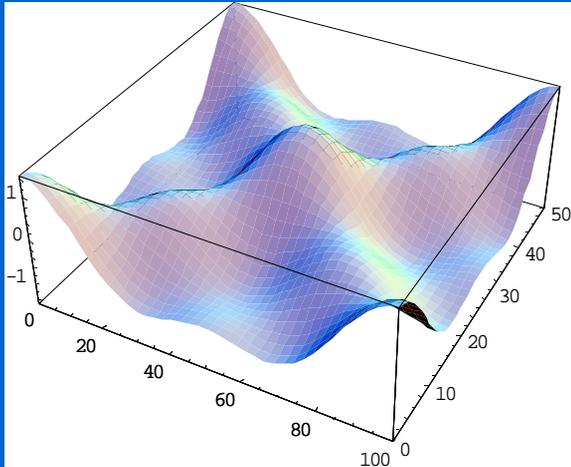


$$\Phi(x, z, t) = X(x)Z(z)T(t)$$

$$\Phi(x, z, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{b}\right) \frac{\cosh k_{mn}(h+z)}{\cosh k_{mn}h} \exp(i\sigma_{mn}t)$$

$$k_{mn}^2 = (m\pi/a)^2 + (n\pi/b)^2$$

$$\sigma_{mn}^2 = gk_{mn} \tanh k_{mn}h$$



Problema: Lido di Dante (Venecia)



ESTRUCTURAS SUMERGIDAS

Implicaciones para las morfodinámica

Funcionalidad



Estabilidad



Organismos fijados a la estructura (distribucion y mortalidad)

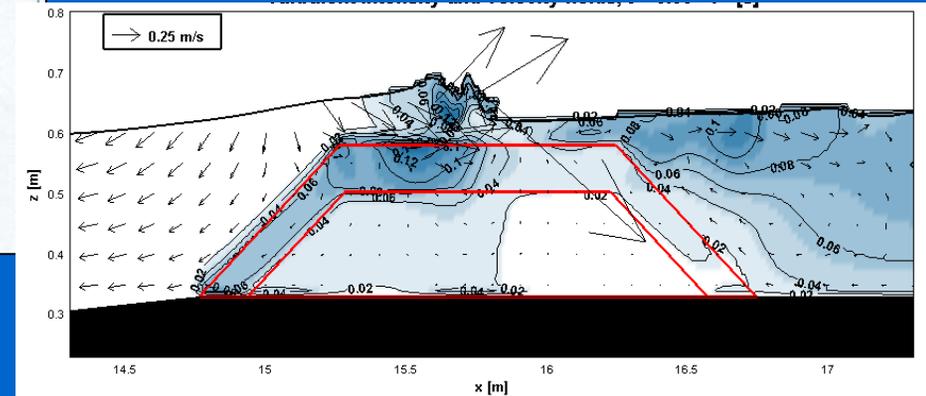
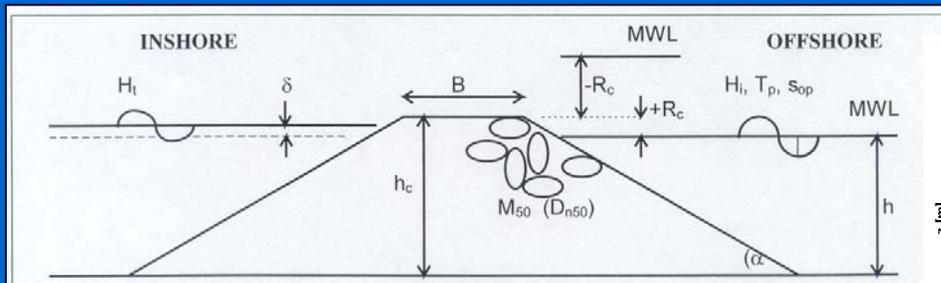
Procesos relevantes

Reflexión

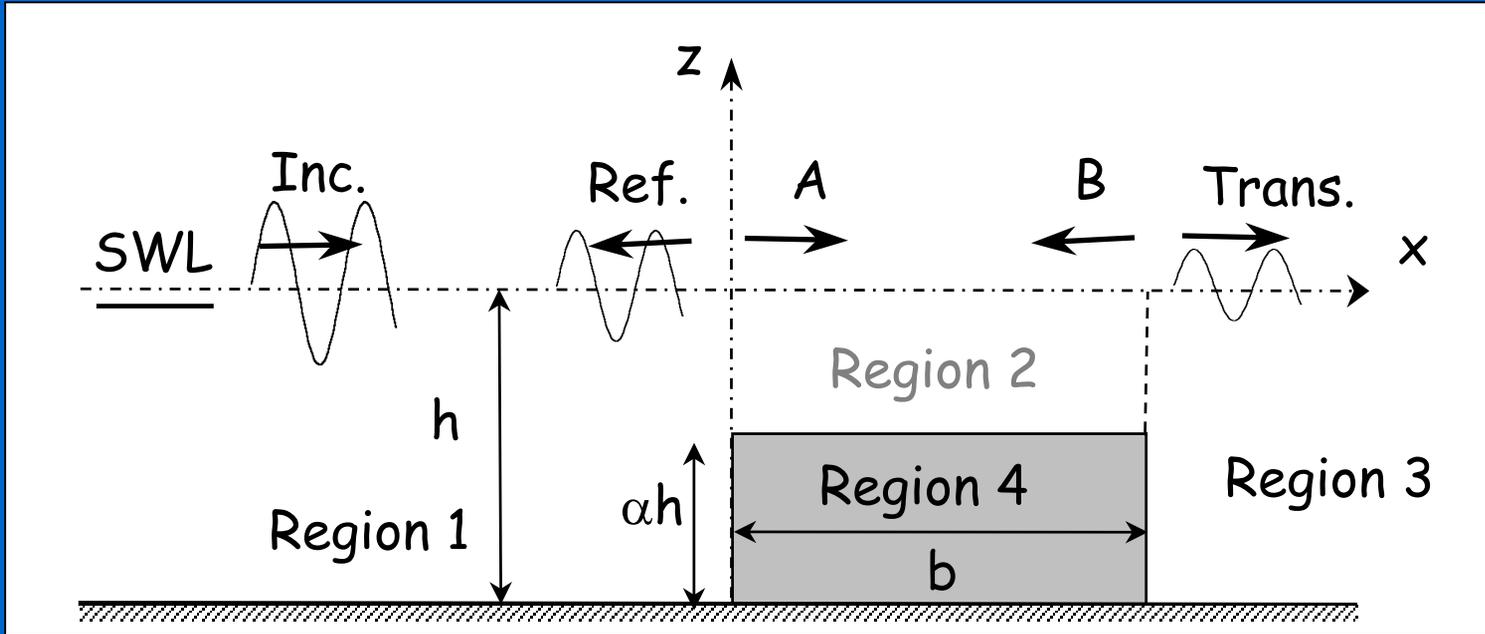
Transmisión: rebase, francobordo, anchura berma, medio poroso, etc.

Disipación: rotura, fricción con el medio poroso

Queremos conocer: evolución de la superficie libre, velocidades, presiones, Energía cinética turbulenta, etc.



Método de desarrollo en serie de autofunciones

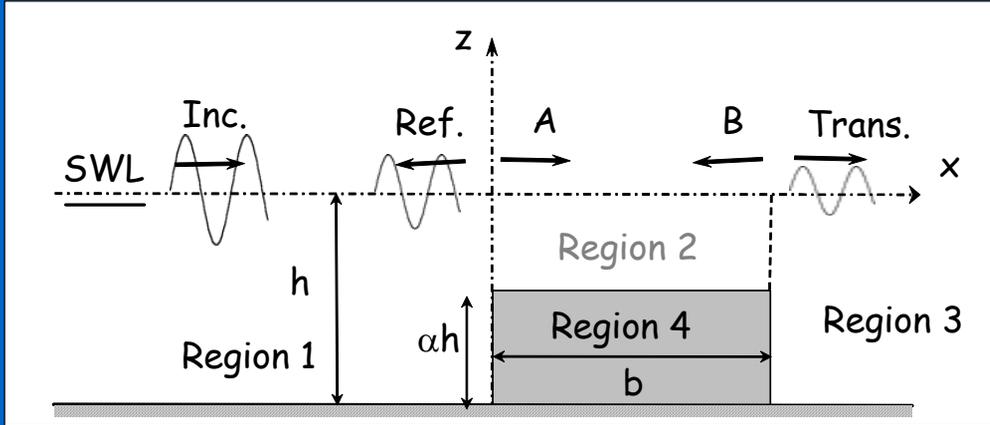


$$\Phi_j(x, y, z, t) = \phi(x, z)e^{-i(\lambda y - \sigma t)}$$

$$\nabla \bar{u}_4 = 0$$

$$s \frac{\partial \bar{u}_4}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla(p + \gamma z) - \frac{\nu \varepsilon}{K_p} \bar{u}_4 + \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{K_p}} \bar{u}_4 |\bar{u}_4| \approx -\frac{1}{\rho} \nabla(p + \gamma z) - f \sigma \bar{u}_4$$

Método de desarrollo en serie de autofunciones



$$\phi_1 = a I_0(z) e^{-ik_0 x} + a \sum_{n=0}^{\infty} I_n(z) R_n e^{ik_n x}$$

$$\phi_2 = a \sum_{n=0}^{\infty} M_n(z) \left\{ A_n e^{-iK_n x} + B_n e^{iK_n(x-b)} \right\}$$

$$\phi_3 = a \sum_{n=0}^{\infty} I_n(z) T_n e^{ik_n(x-b)}$$

$$\phi_4 = a \sum_{n=0}^{\infty} P_n(z) \left\{ A_n e^{-iK_n x} + B_n e^{iK_n(x-b)} \right\}$$

$$M_n(z) = \frac{ig \cosh K_n(h+z) - F_n \sinh K_n(h+z)}{\sigma \cosh K_n h - F_n \sinh K_n h}$$

$$P_n(z) = \frac{ig}{\sigma} \frac{1 - F_n \tanh K_n \alpha h}{s - if} \frac{\cosh K_n(h+z)}{\cosh K_n h - F_n \sinh K_n h}$$

$$F_n = \left(1 - \frac{\varepsilon}{s - if} \right) \frac{\tanh K_n a h}{1 - \frac{\varepsilon}{s - if} \tanh^2 K_n a h}$$

$$\sigma^2 - gK_n \tanh K_n h = F_n (\sigma^2 \tanh K_n h - gK_n)$$

+ Condiciones de contorno y de compatibilidad + ortogonalidad autofunciones



$$R_n, A_n, B_n, T_n$$

Modelos que resuelven la fase

Ecuaciones de Navier-Stokes

Régimen de Stokes:

$$O(m^2)^3 \ll 1$$

Ecuación de la pendiente suave

$$O(m^2) \ll 1$$

Régimen de onda larga:

Ecuaciones no lineales de onda larga (NSWE)

Ecuaciones convencionales de Boussinesq

Ecuaciones modificadas de Boussinesq



Ecuación de la *mild-slope* (pendiente suave)

Eckart (1952) y Berkhoff (1972, 1976)

- Teoría lineal de ondas
- teoría en 2D para estudio de refracción y difracción en grandes extensiones.

Onda monocromática de frecuencia ω , superficie libre η con un potencial de velocidades

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{-ig\eta(x, y)}{\omega} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} e^{-i\omega t}$$

Donde $h(x, y)$ y $k(x, y)$ varían suavemente en las direcciones horizontales, x e y , y siguiendo la relación de dispersión lineal

$$\omega^2 = gk \tanh kh$$

Superficie libre debe satisfacer la siguiente ecuación

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \eta) + \frac{\omega^2}{g} \eta = 0,$$

Válida cuando $|\nabla h|/kh$ es suficientemente pequeño

!!!!Ecuación elíptica!!!

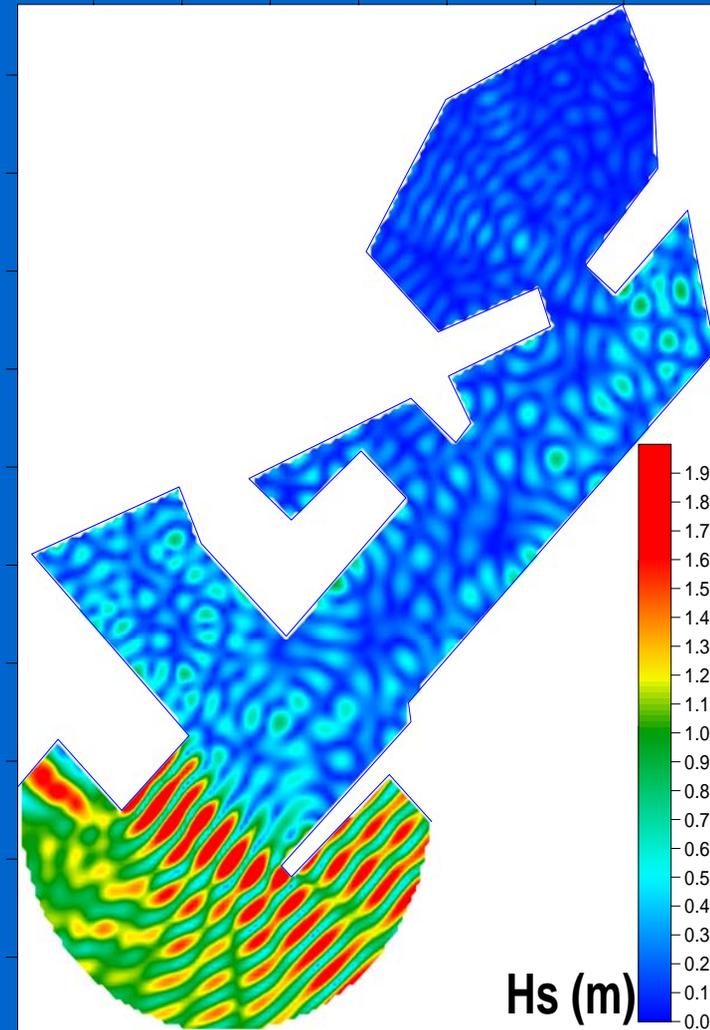


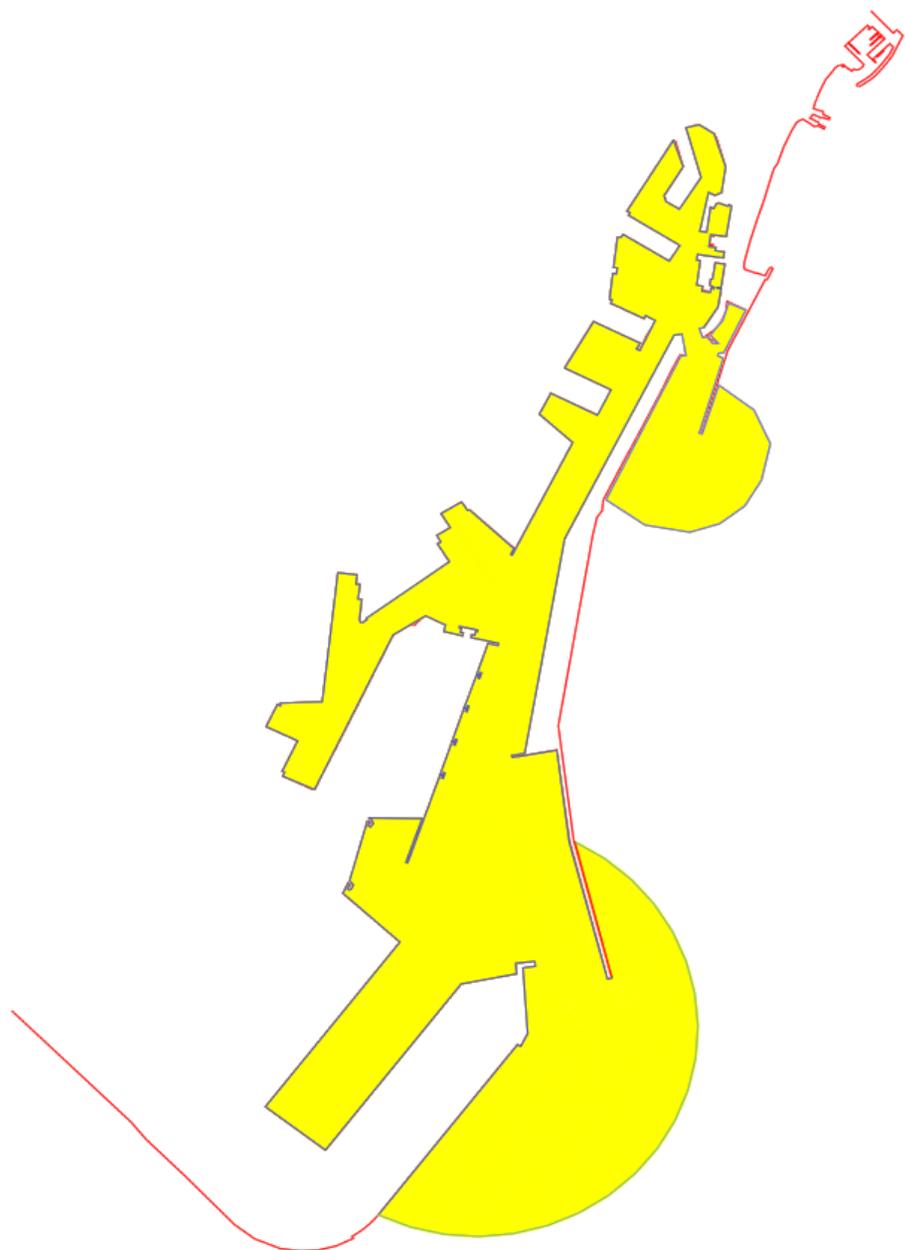
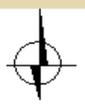
Ecuación de la Mild-Slope o pendiente suave

$$\Phi(x, y, z, t) = \phi(x, y) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \exp[i\sigma t]$$

$$\nabla^2 \Phi(x, y, z, t) = 0 \rightarrow \int_{-h}^{\eta} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \nabla^2 \Phi(x, y, z, t) dz = 0$$

$$\nabla(CC_g \nabla \phi) + k^2 CC_g \phi = 0$$





Manolos

Mallas | Casos | Cálculo | Resultados

Nombre	Descripción
Contorno 1	MALLA1
Contorno 2	
Contorno 3	

Añadir Quitar Editar Copiar

Malla de MSP

Nombre: Contorno 3
 Descripción:

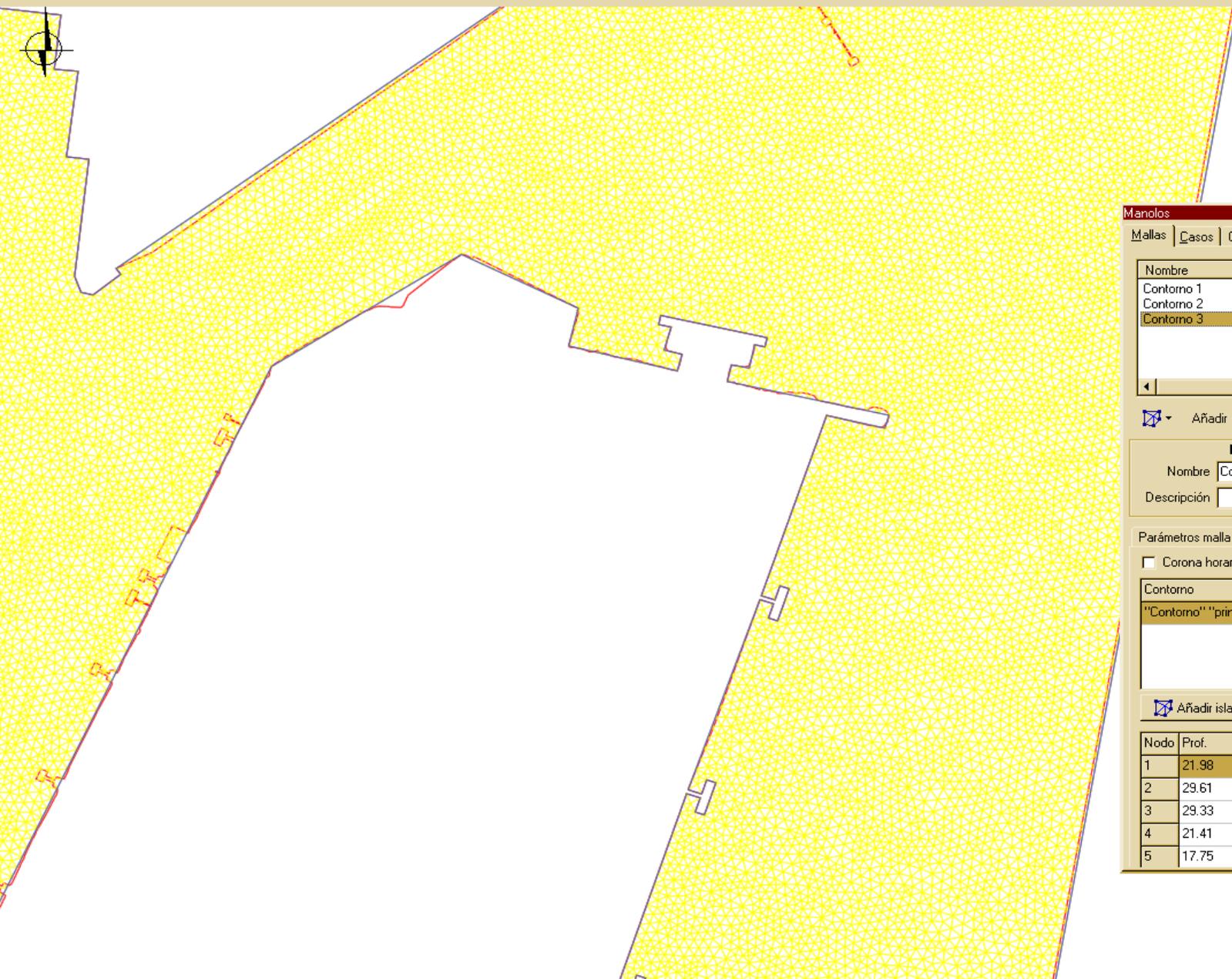
Parámetros malla Contornos | Ver | Info.

Corona horaria

Contorno
 "Contorno" "principal"

Añadir isla Borrar isla

Nodo	Prof.	% Reflx.
1	21.98	75.00
2	29.61	75.00
3	29.33	75.00
4	21.41	75.00
5	17.75	75.00



Manolos

Mallas | Casos | Cálculo | Resultados

Nombre	Descripción
Contorno 1	MALLA1
Contorno 2	
Contorno 3	

Añadir Quitar Editar Copiar

Malla de MSP

Nombre: Contorno 3
Descripción:

Parámetros malla Contornos Ver Info

Corona horaria

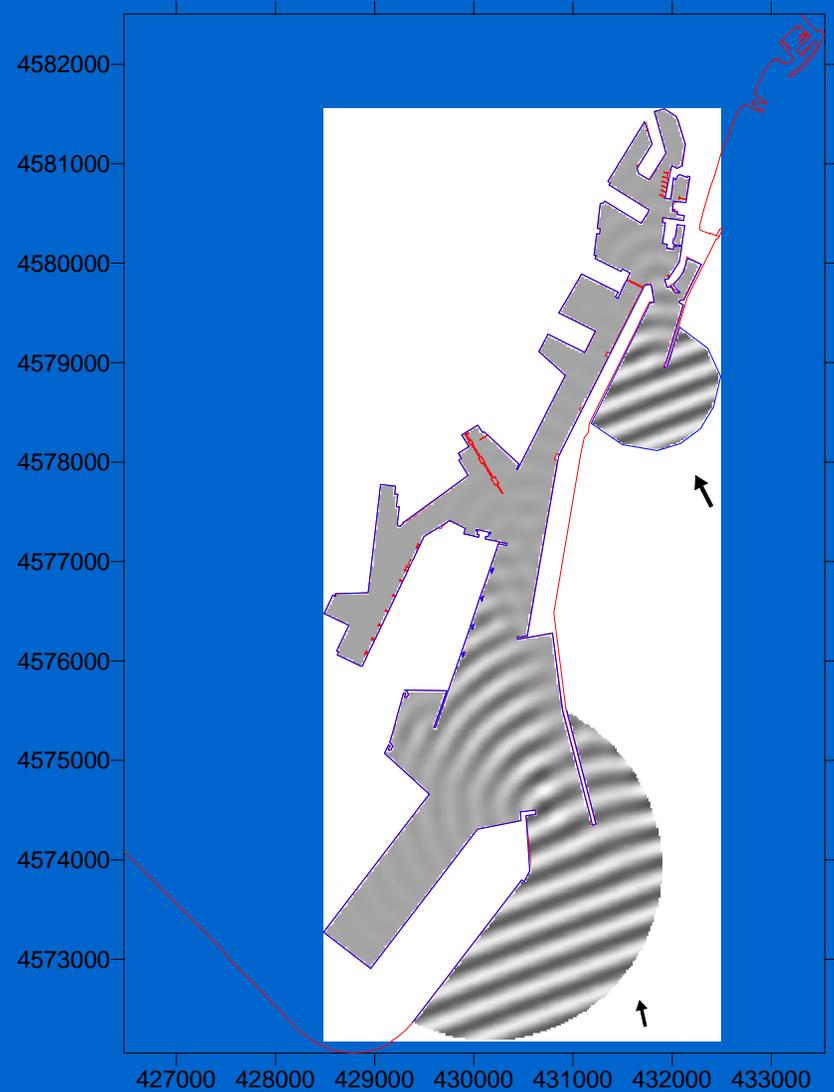
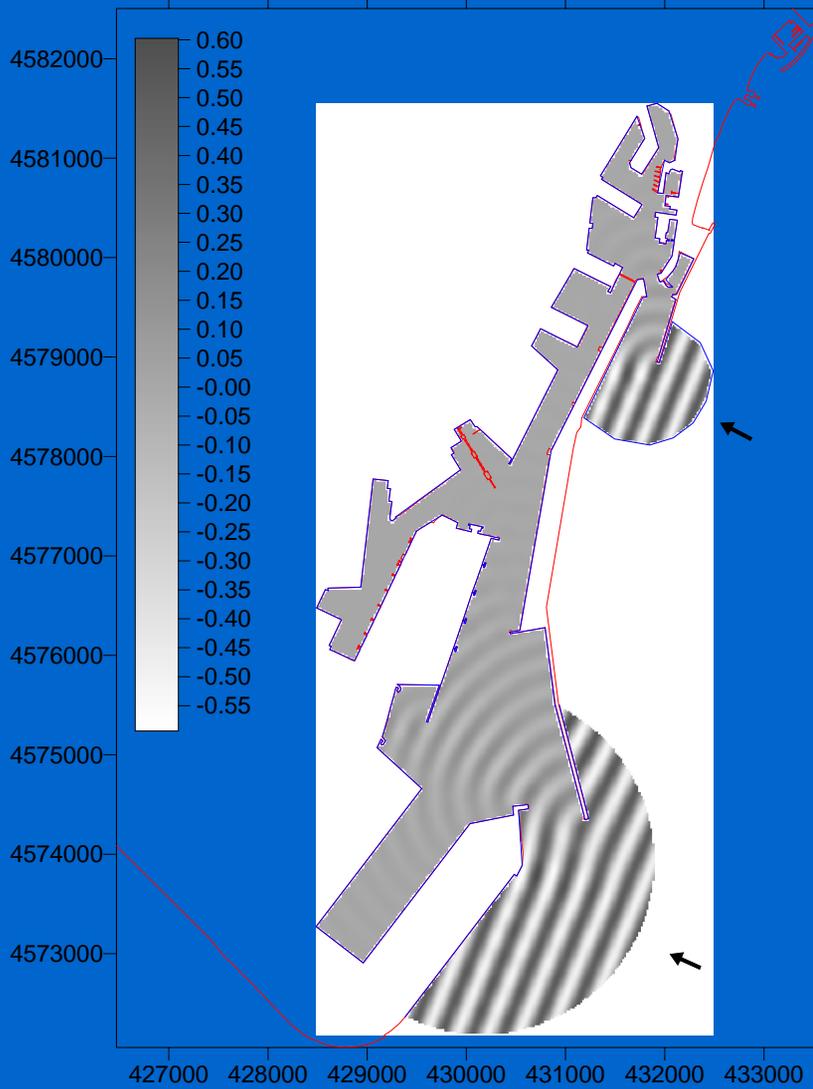
Contorno
"Contorno" "principal"

Añadir isla Borrar isla

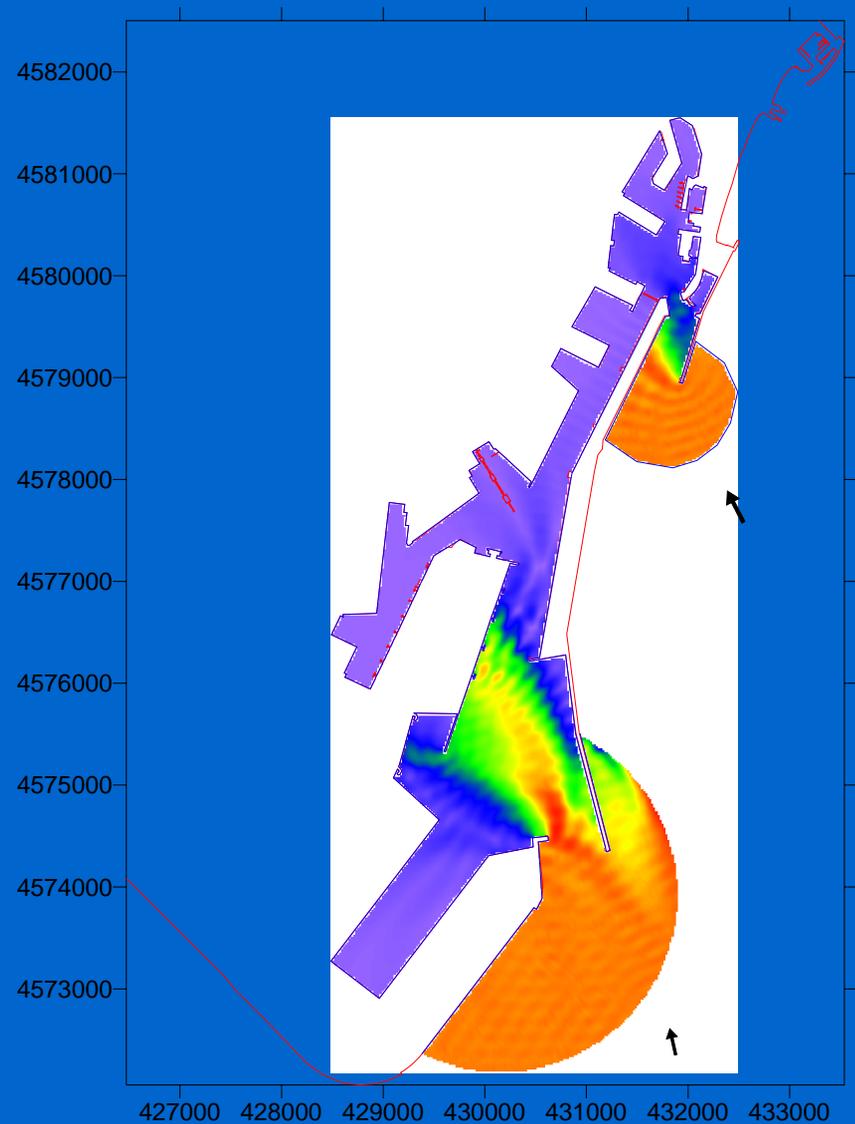
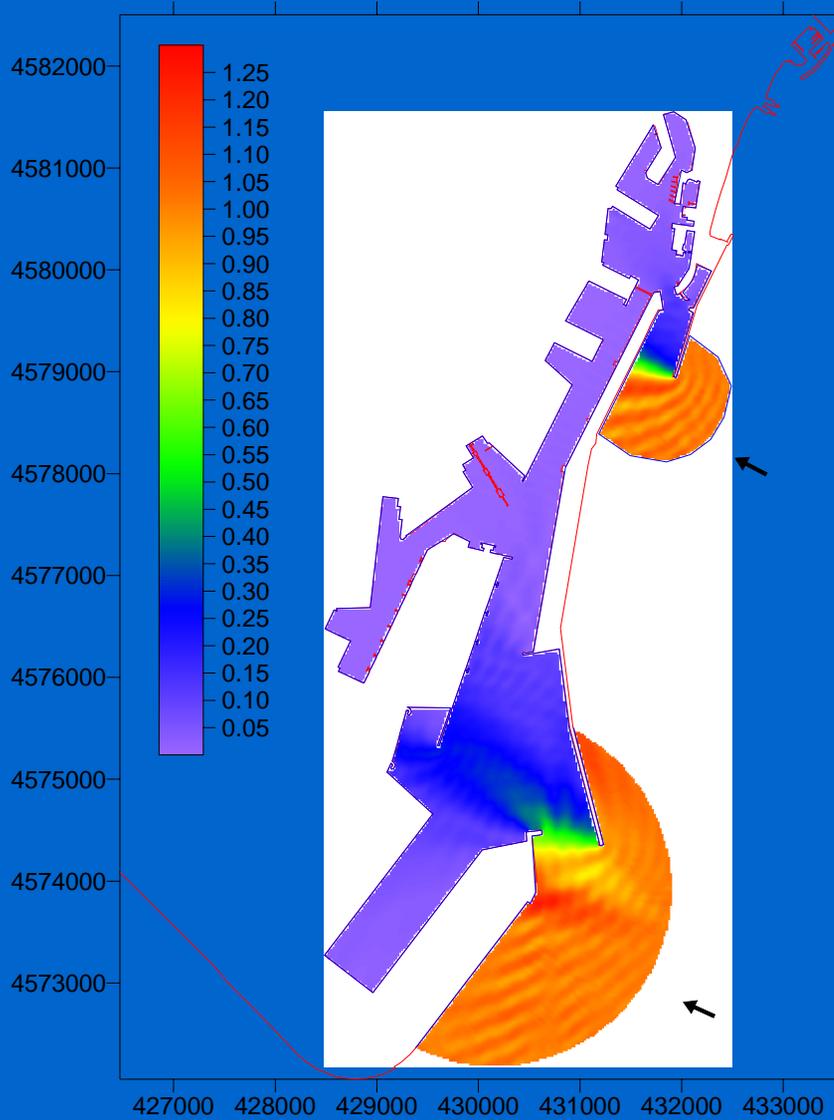
Nodo	Prof.	% Reflx.
1	21.98	75.00
2	29.61	75.00
3	29.33	75.00
4	21.41	75.00
5	17.75	75.00

Caso de prueba 6: Contornos totalmente absorbentes

Resultados de superficie libre en un instante



Caso de prueba 6: Contornos totalmente absorbentes Resultados de isoaltura de ola



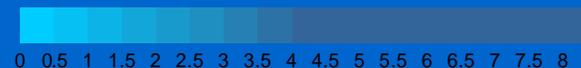
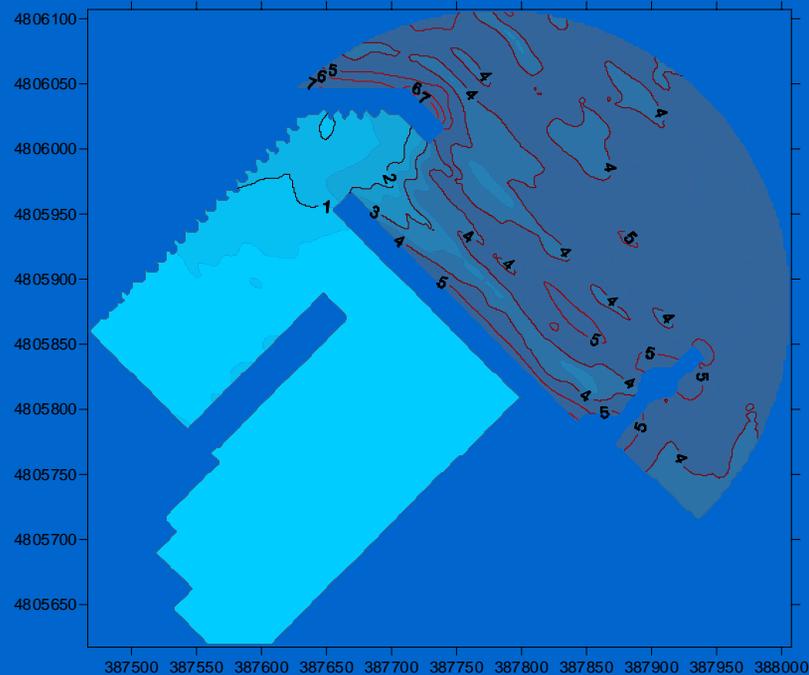
Modelo Avanzado No Lineal de Ondas

Módulo de Pendiente Suave



Resultados

Caso 51
Hs=4 m
Tp=10 s
Dir: NE
Pleamar
Dique rugoso



Isoaltura de ola (m)

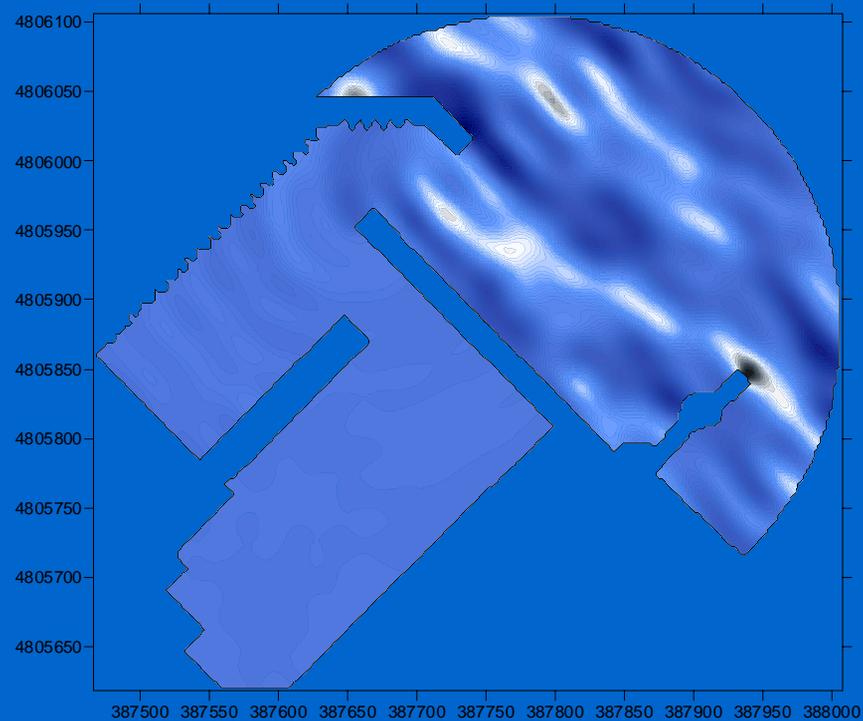
Modelo Avanzado No Lineal de Ondas

Módulo de Pendiente Suave



Resultados

Caso 51
Hs=4 m
Tp=10 s
Dir: NE
Pleamar
Dique rugoso



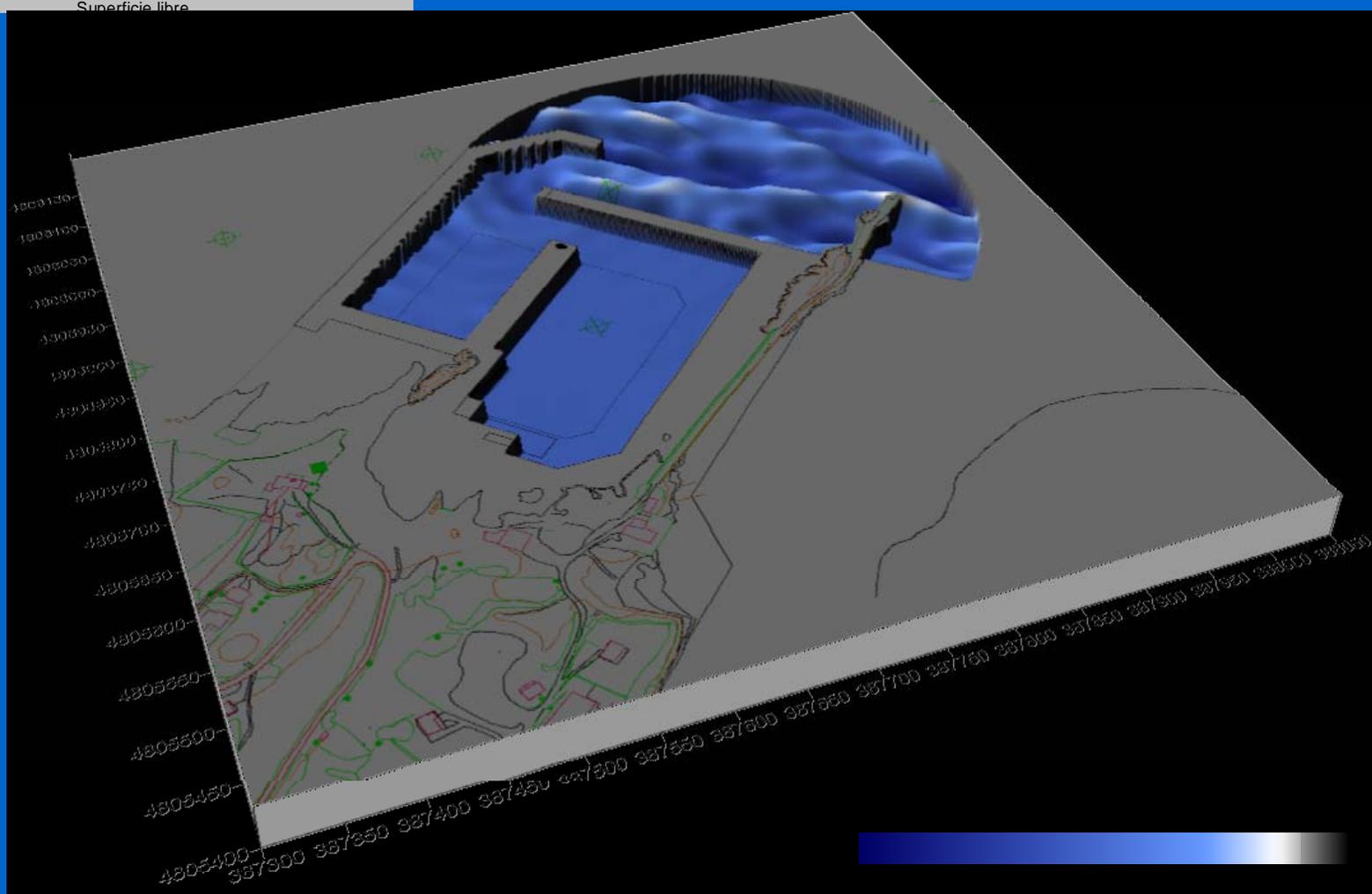
Elevación superficie libre (t=0)

Modelo Avanzado No Lineal de Ondas

Módulo de Pendiente Suave



Resultados

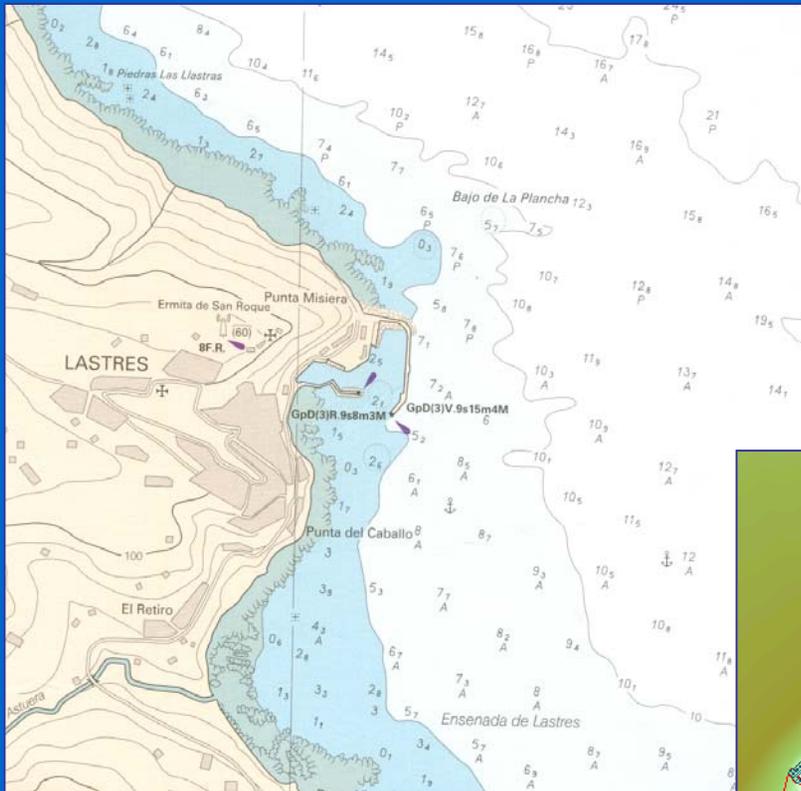


Modelo Avanzado No Lineal de Ondas

Módulo de Pendiente Suave

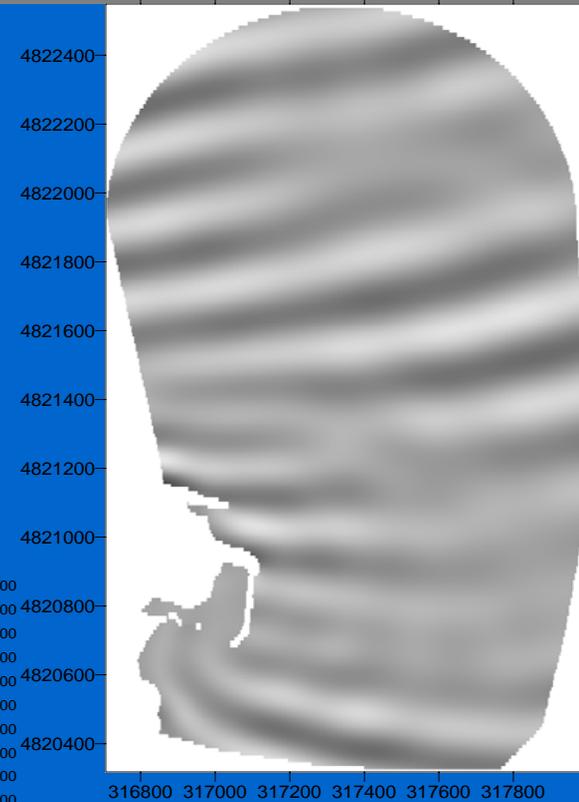
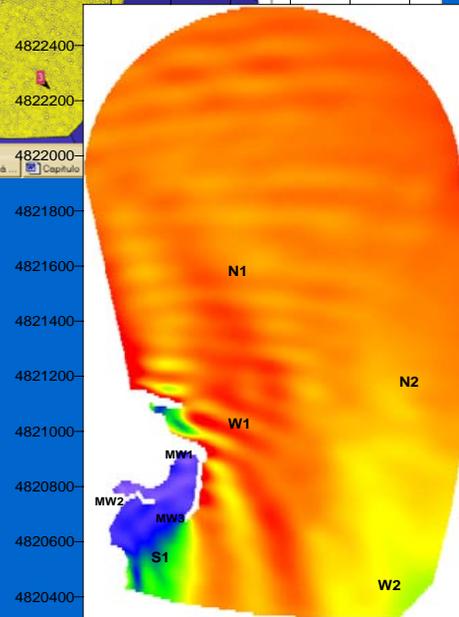
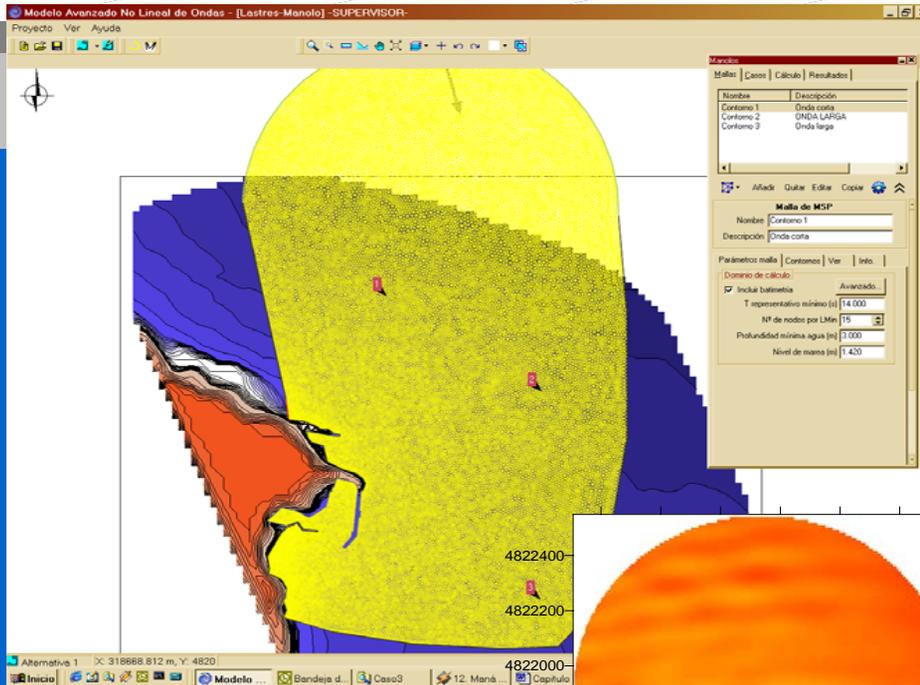


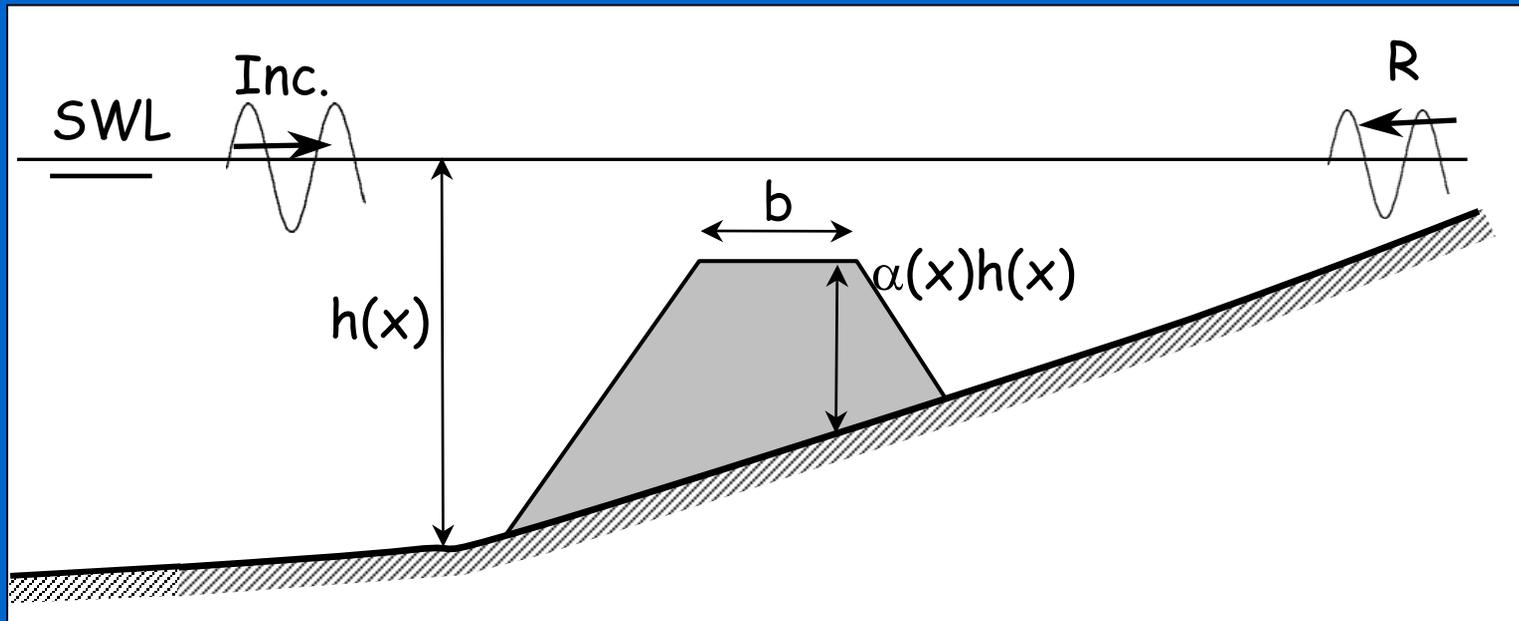
Resultados



Modelo Avanzado No Lineal de Ondas

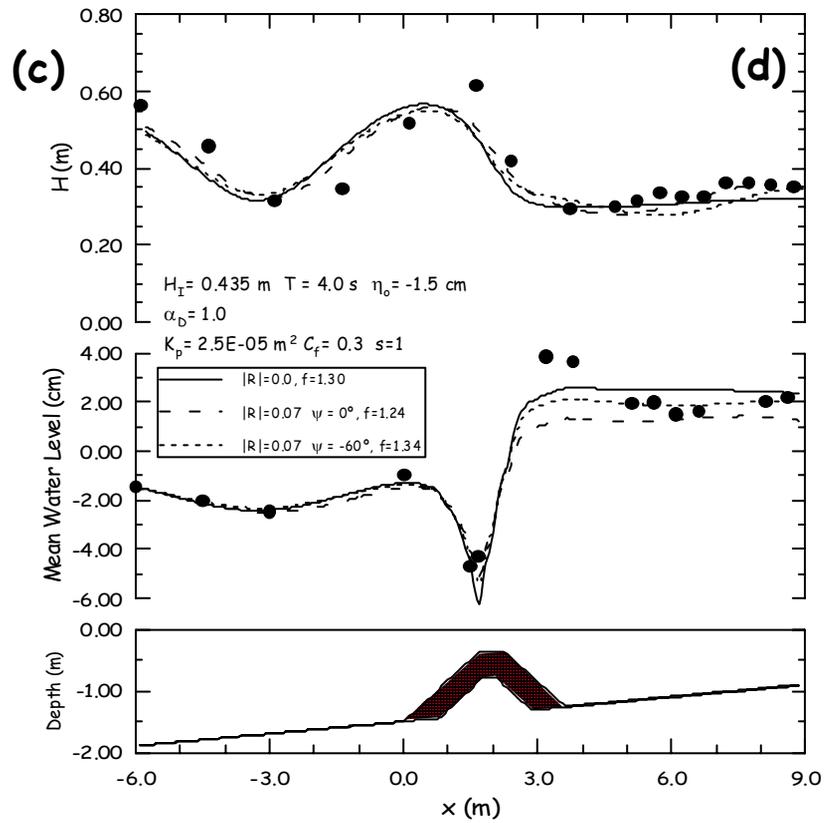
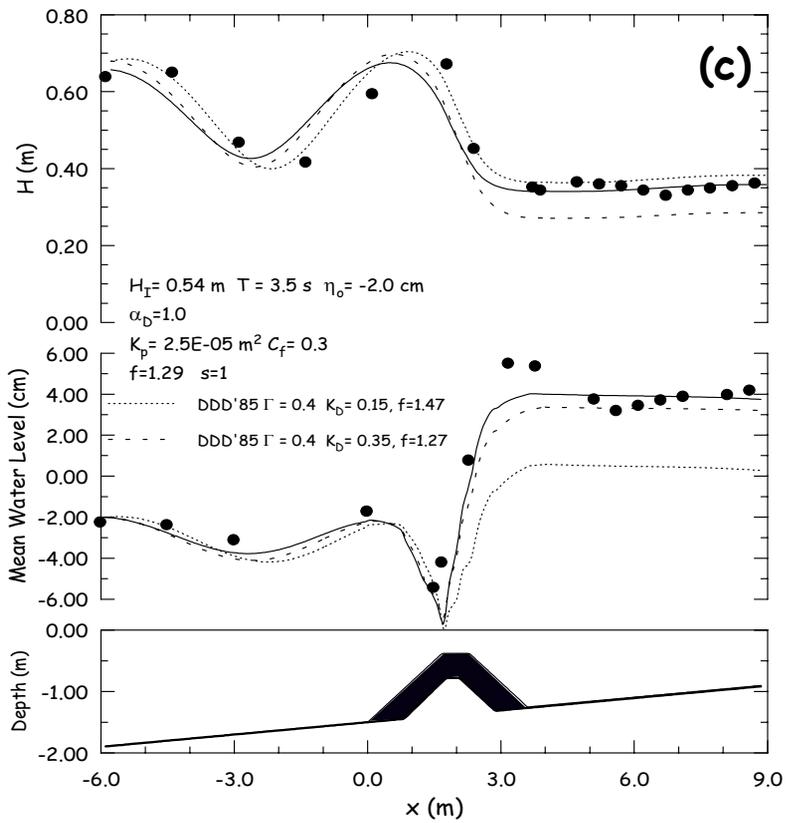
Módulo de Pendiente Suave





$$\nabla(\beta\nabla\phi) + (K_o^2\beta - i\sigma\beta f_D)\phi = 0$$

$$\beta = \left(\frac{\sigma}{ig}\right)^2 \int_{-h+\alpha h}^0 M_o^2(z)dz + \varepsilon(s-if) \int_{-h}^{-h+\alpha h} P_o^2(z)dz$$



Aproximación parabólica

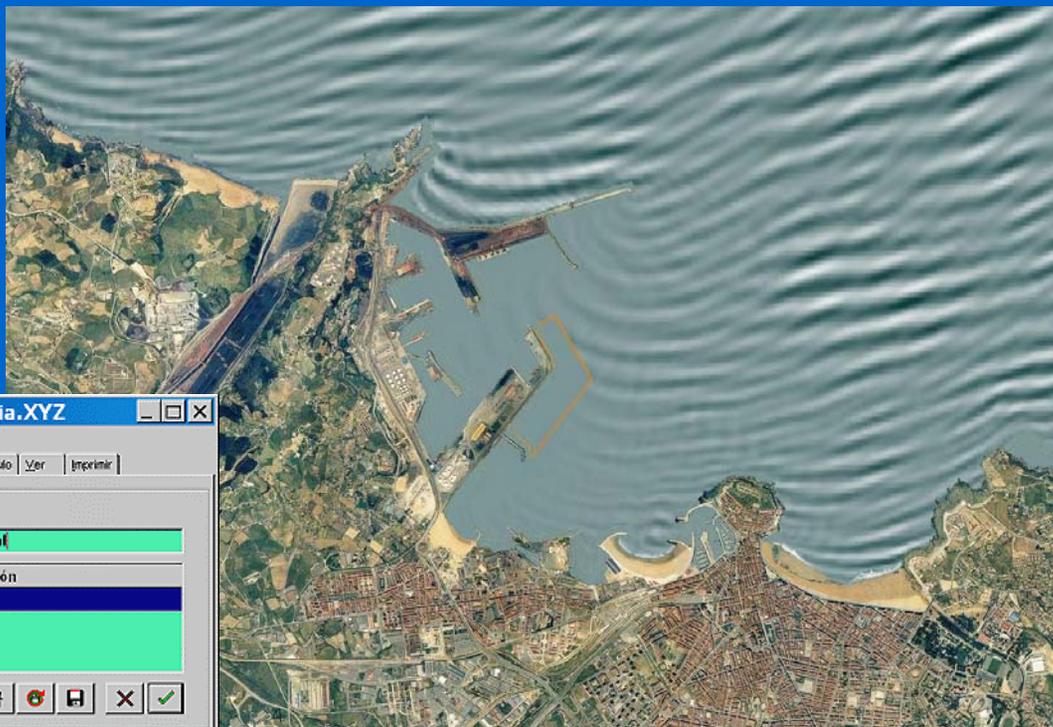
Mild-slope en grandes extensiones

- condiciones de contorno
- localización de la rotura
- ¿energía disipada, reflejada o transmitida en el contorno?

Solución: aproximación parabólica de la ecuación de la *mild-slope*.

- la onda se propaga esencialmente hacia adelante,
- efectos de la difracción se incluyen de forma aproximada en la aproximación parabólica

Sistema de Modelado Costero



MOPLA - C:\Archivos de programa\SMC\Mopla\Plencia\Plencia.XYZ

Archivo Cálculo Resultados Ayuda

MOPLA Batim. Mallas Casos Cálculo Ver Imprimir

Mallas

Clave	Descripción
M1	Malla inicial

Clave Descripción

Clave	Descripción

Geometría de la malla activa

Origen

X 125.92 Y 1991.88

Rumbo

Ángulo -39.84

Dimensiones

X 1627.84 Y 1567.53

Espaciado

Filas X 85.68 Columnas Y 82.50

Divisiones

Nº filas X 20 Nº columnas Y 20

Editor de malla

Rejilla visible

Editar malla

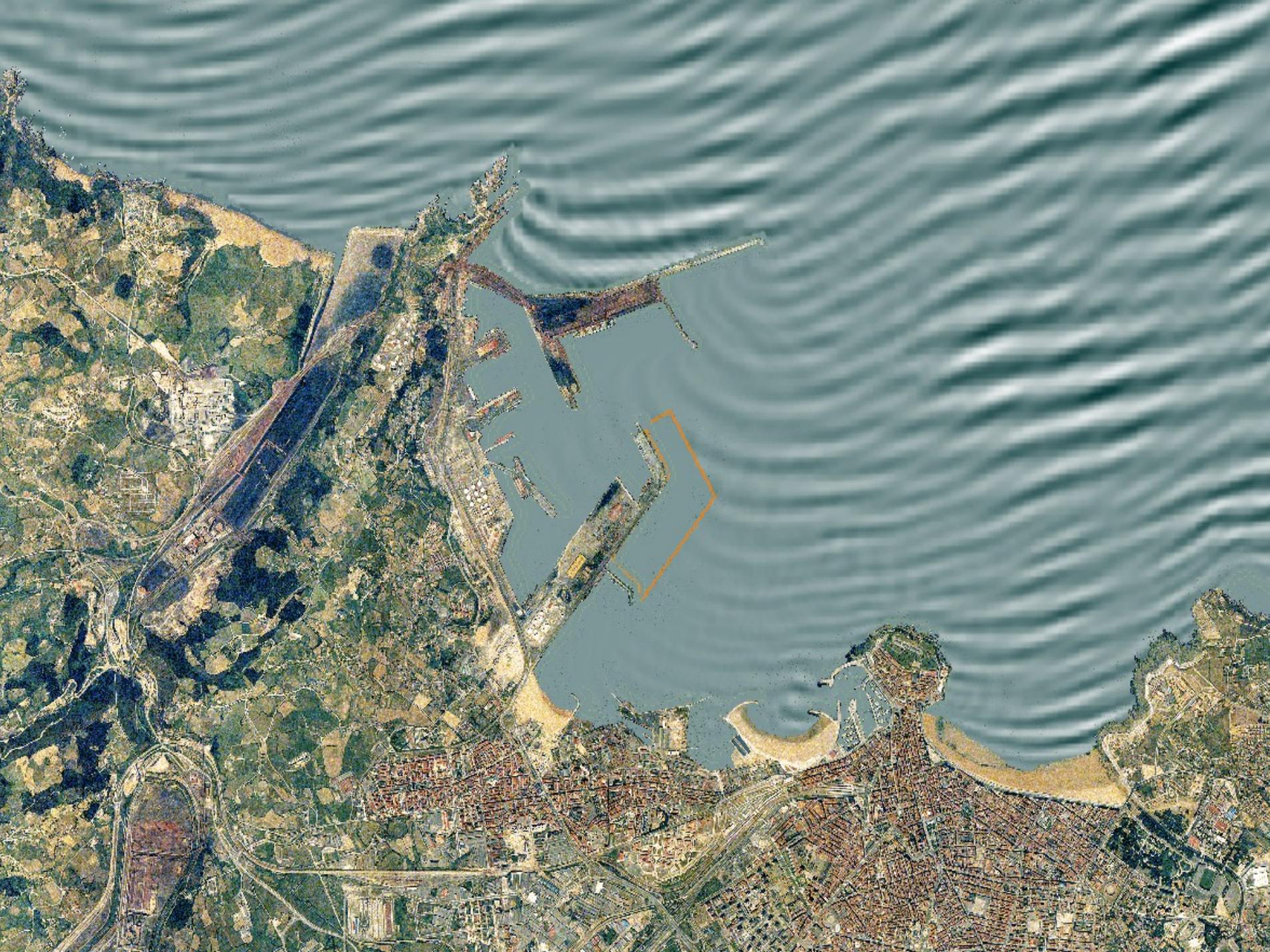
Borrar puntos de control

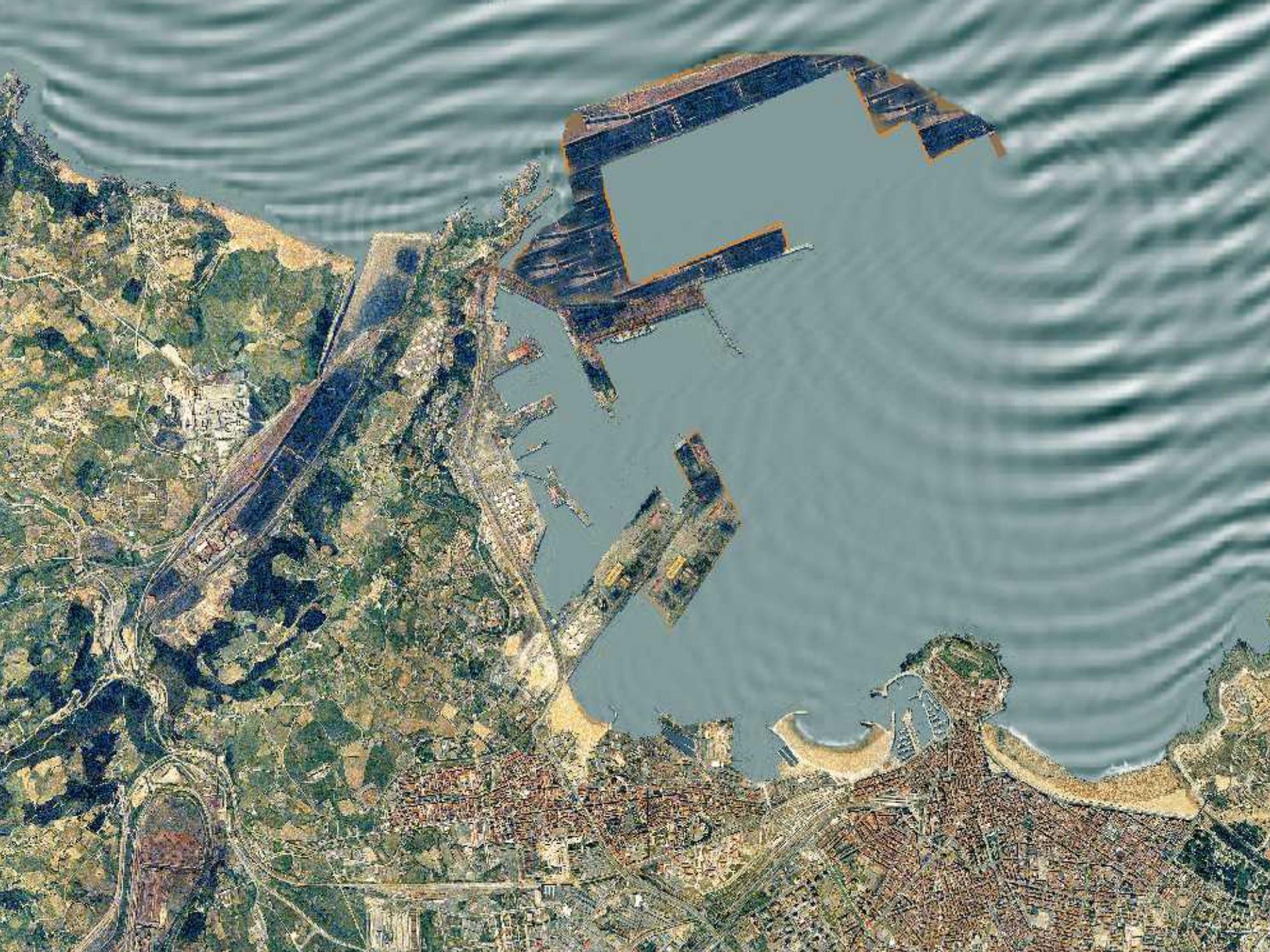
Malla: M1 Encad: (3872.20, 2814.53)

A screenshot of the MOPLA software interface. The main window displays a map of a coastal area with a grid overlay. The grid is composed of blue and green lines, indicating a mesh used for modeling. The land area shows buildings, roads, and vegetation. The interface includes a menu bar with 'Archivo', 'Cálculo', 'Resultados', and 'Ayuda'. Below the menu bar is a toolbar with various icons. The main window is divided into several panels: a map panel on the left, a 'Mallas' panel on the right, and a 'Geometría de la malla activa' panel at the bottom right. The 'Mallas' panel shows a table with columns 'Clave' and 'Descripción', containing one entry 'M1' with 'Malla inicial'. The 'Geometría de la malla activa' panel shows various parameters for the active mesh, including 'Origen' (X: 125.92, Y: 1991.88), 'Rumbo' (Ángulo: -39.84), 'Dimensiones' (X: 1627.84, Y: 1567.53), 'Espaciado' (Filas X: 85.68, Columnas Y: 82.50), and 'Divisiones' (Nº filas X: 20, Nº columnas Y: 20). There is also an 'Editor de malla' section with a checked 'Rejilla visible' option and an 'Editar malla' button. At the bottom of the interface, there is a 'Borrar puntos de control' button. The status bar at the bottom left shows 'Malla: M1' and 'Encad: (3872.20, 2814.53)'. The title bar of the window reads 'MOPLA - C:\Archivos de programa\SMC\Mopla\Plencia\Plencia.XYZ'.

www.smc.unican.es

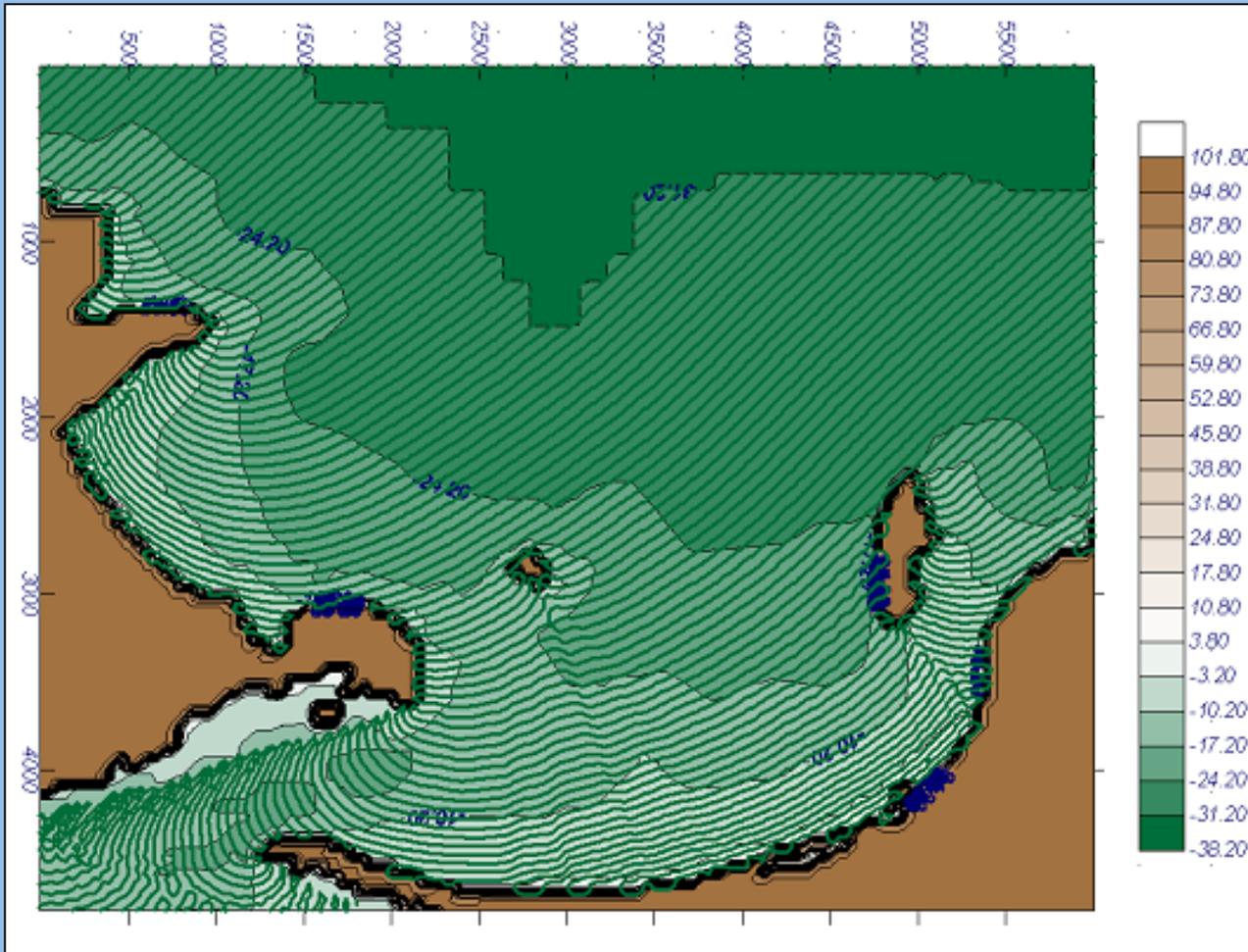






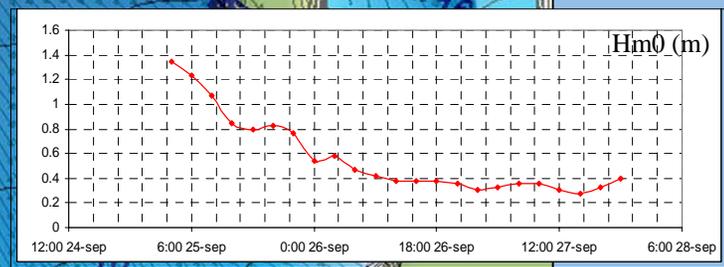
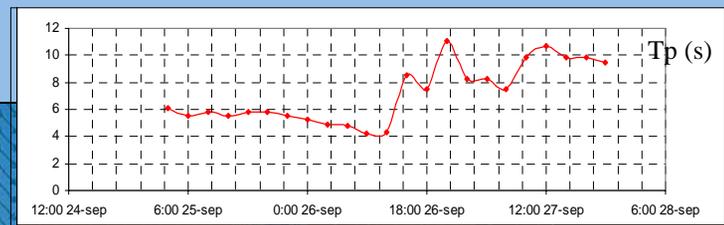
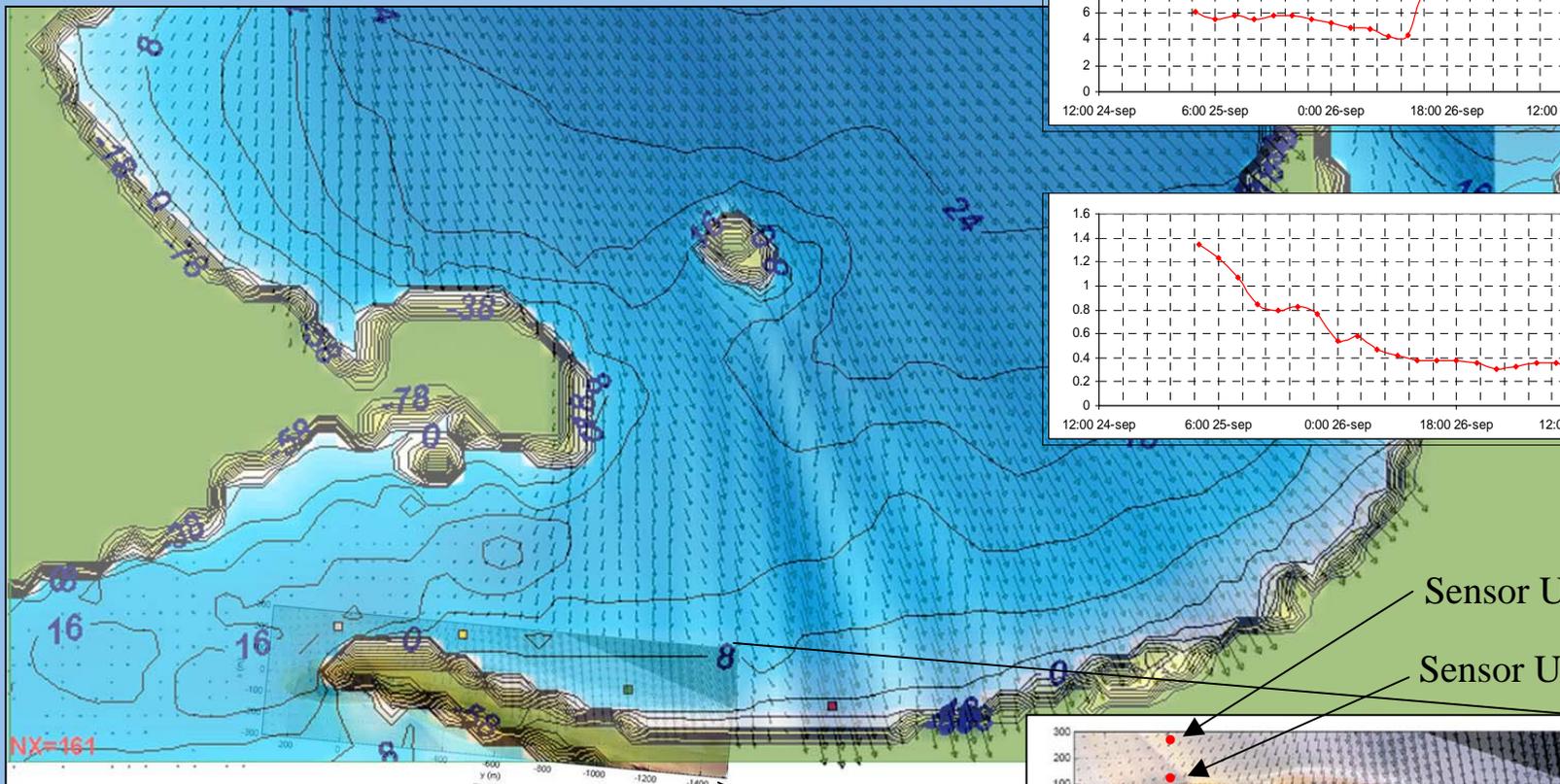


Wave front with MOPLA (Wave Model)



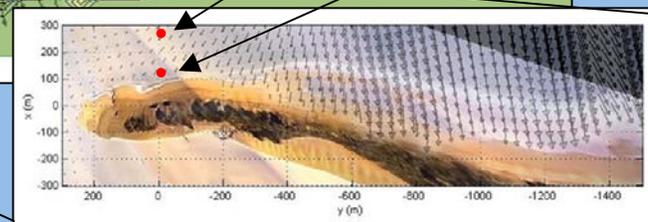


Vectors of Significant Wave Height with MOPLA (Wave Model)



Sensor UPI

Sensor UPC and UCa





MOPLA (Wave Model)

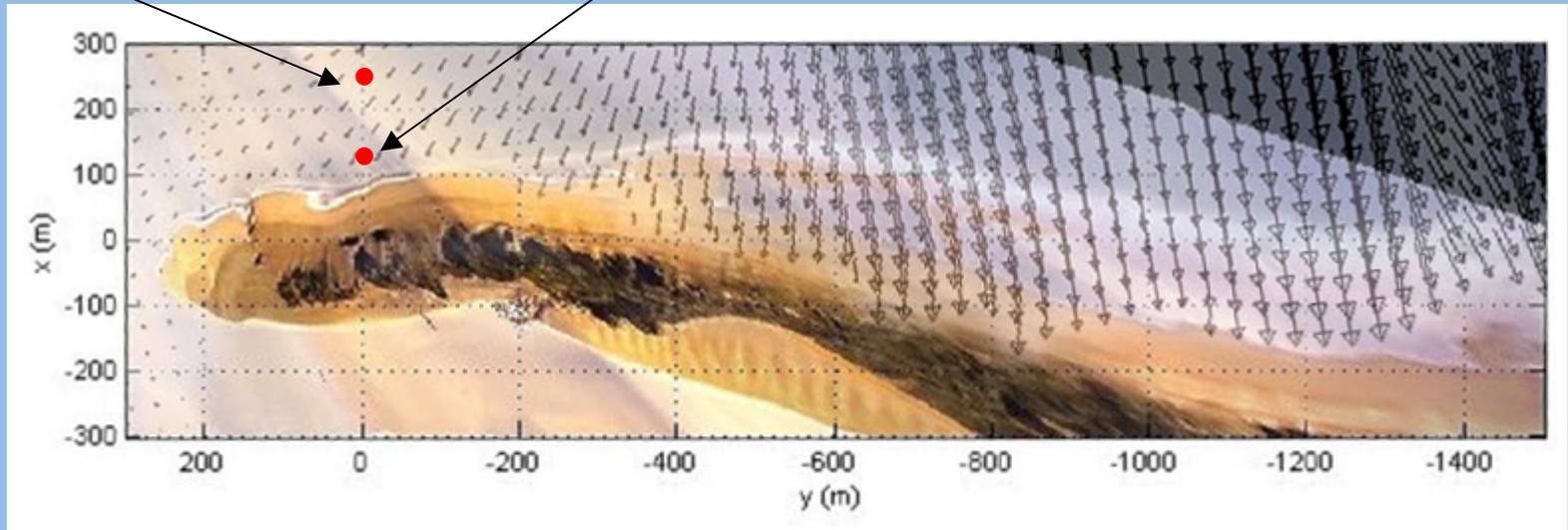
Significant wave high at instruments (*magnitude*)

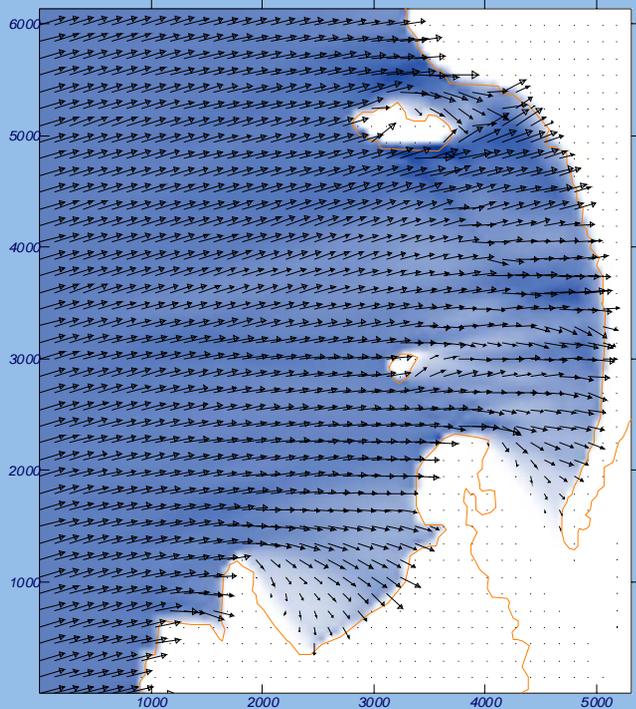
Hs (Model WAM) ≈ 0.4 m

Tp (Model WAM) ≈ 4.5 s

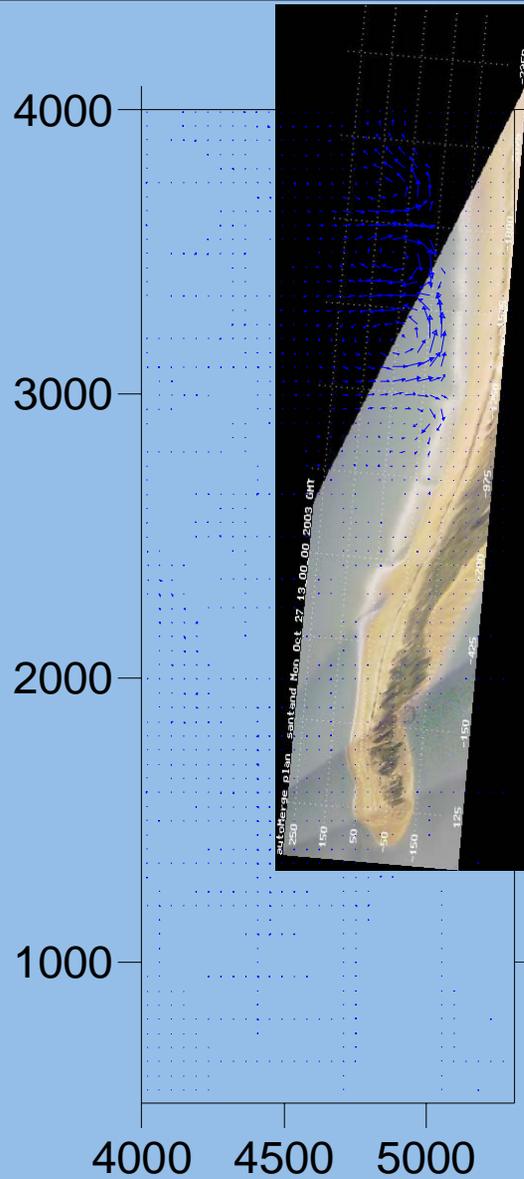
ADCP from UPI (Hs_MODEL= 0.2m)

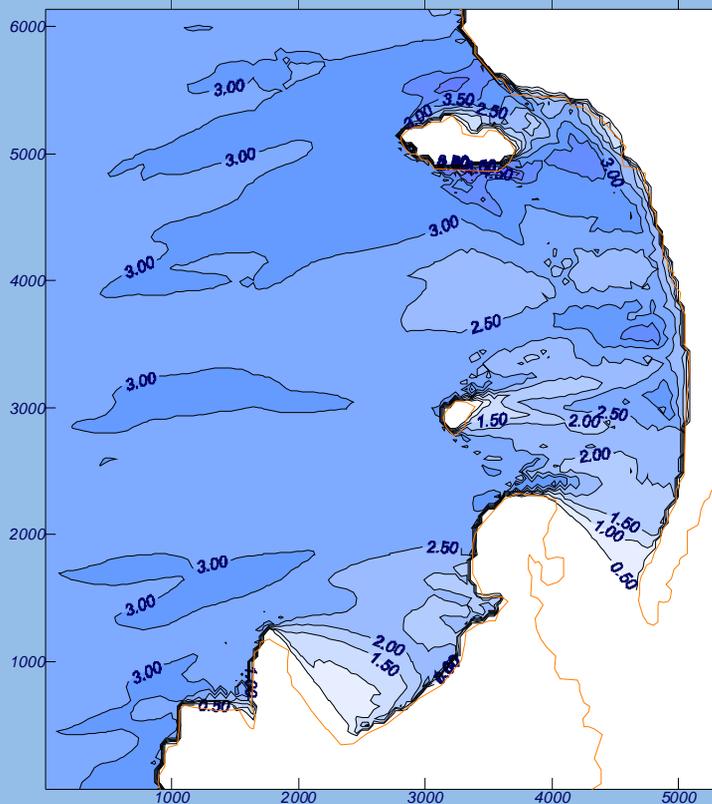
Sensor from UCa and UPC (Hs_MODEL= 0.1m)





Santander - El Puntal
27 Oct 2003





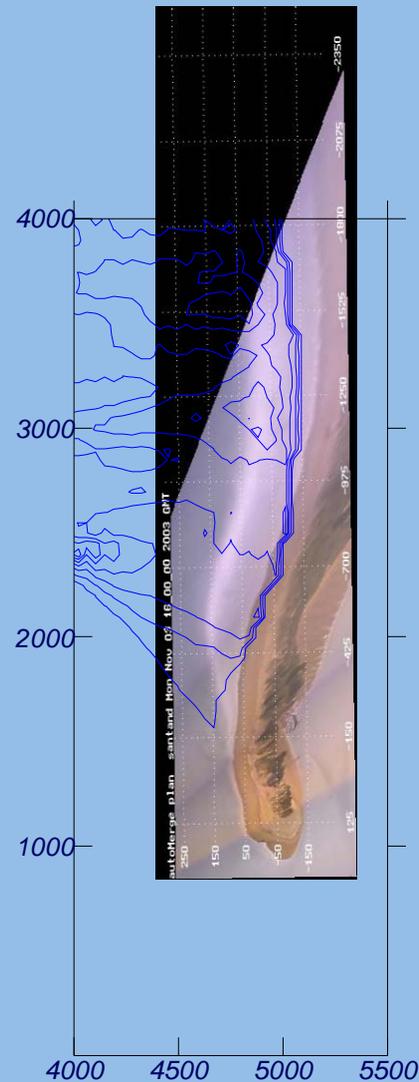
Santander - El Puntal
3 Nov 2003

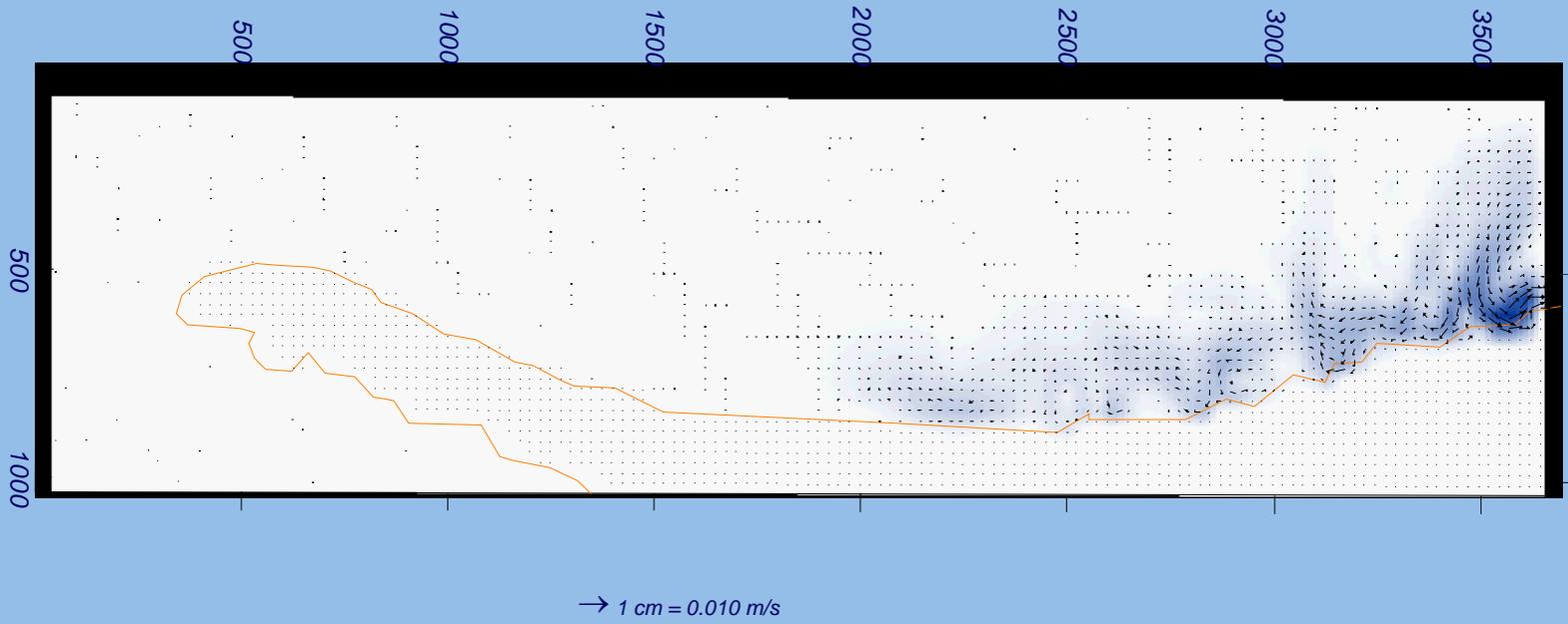
Espectro frecuencial (TMA)

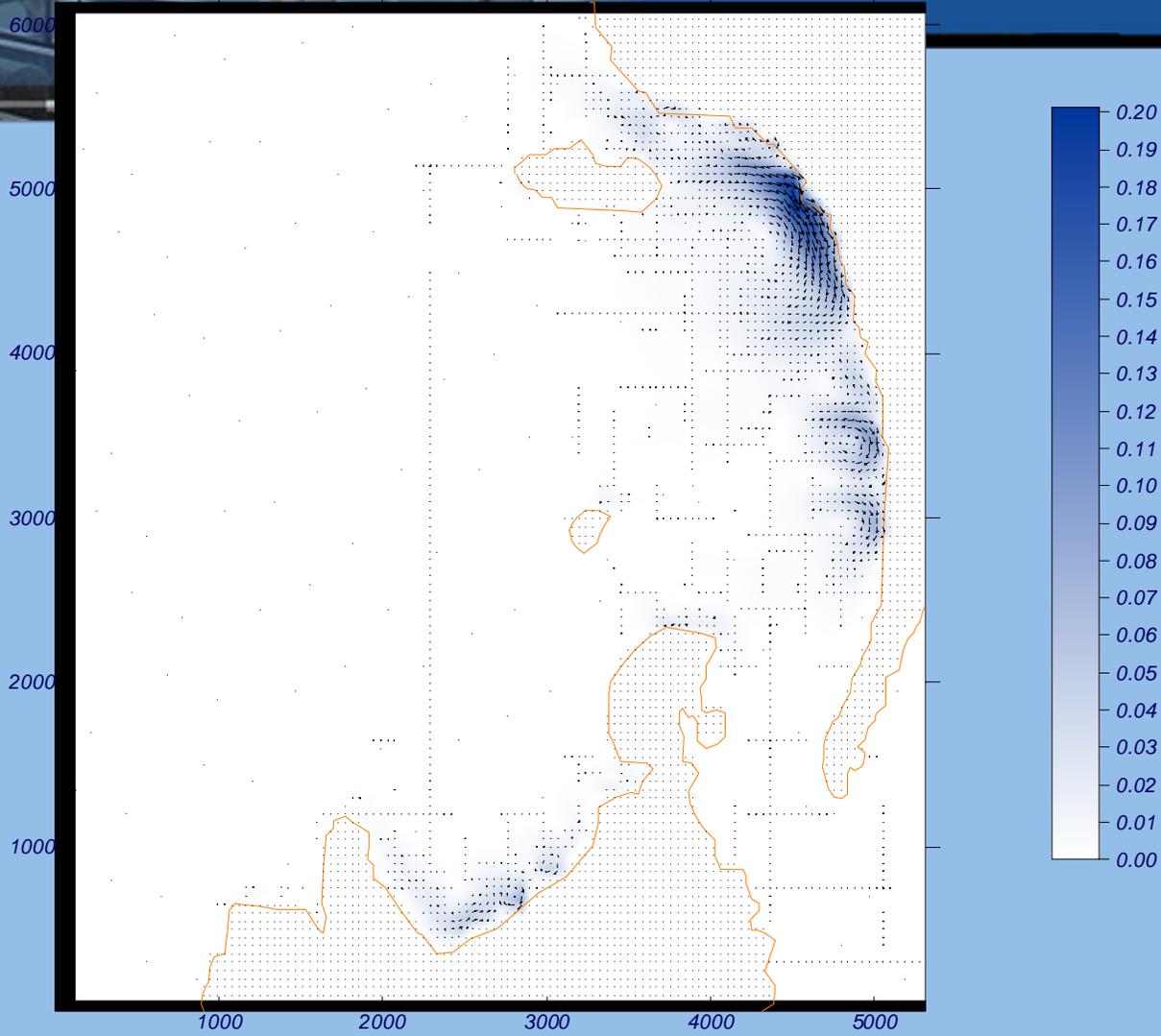
Hs: 3 m
h: 35 m
fp: 0.071428 Hz (Tp: 14.0001 s)
 γ : 8
Nº Comp.: 10

Espectro direccional

θ_m : 17° (N20.0W)
 σ : 5° - Nº Comp.: 10







Proyecto:

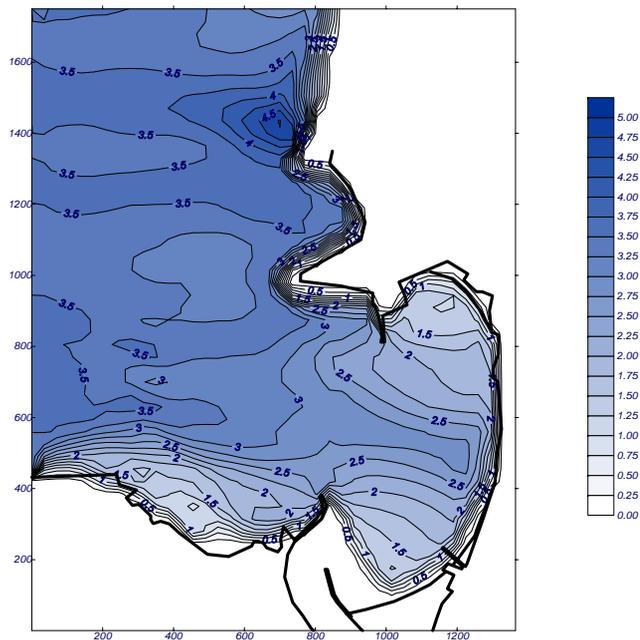
Gráfico: *Altura de ola*

Caso: M101

M1:
01: Hrms=3.5m, T=10 s.

Características de la simulación

OLUCA-RD	COPLA-RD	MOPLA-RD
Período T: 10 s Altura H: 3.5 m Dirección: 0° Marea NM: 5 m		



Proyecto:

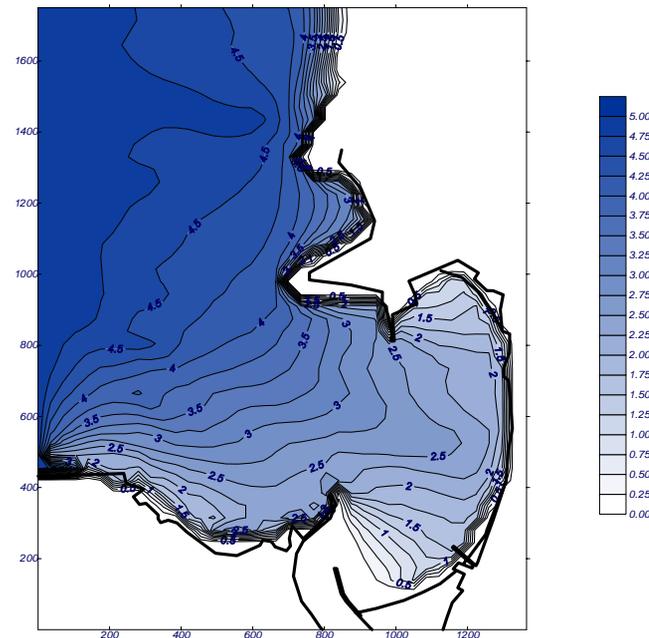
Gráfico: *Altura de ola significativa*

Espectro: M104

M1:
04: marea5fmax

Características de la simulación

OLUCA-SP	COPLA-SP	MOPLA-SP
Espectro frecuencial (TMA) Hs: 5 m h: 10 m fp: 0.1 Hz (Tp: 10 s) r: 3.3 m Nº Comp.: 10 Espectro direccional θs: 0° σ: 20° - Nº Comp.: 15		



Proyecto:

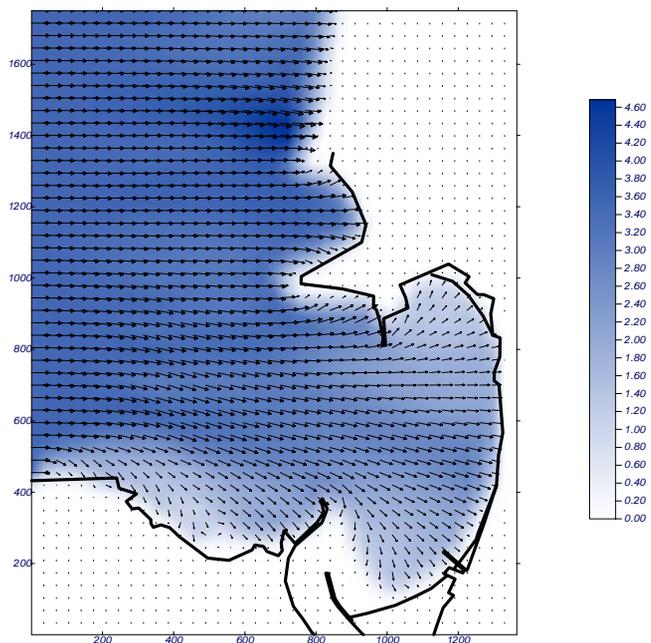
Gráfico: Vectores

Caso: M101

M1:
01: Hrms=3.5m, T=10 s.

Características de la simulación

OLUCA-RD	COPLA-RD	MOPLA-RD
Período T: 10 s Altura H: 3.5 m Dirección: 0° Marea NM: 5 m		



8.000 m



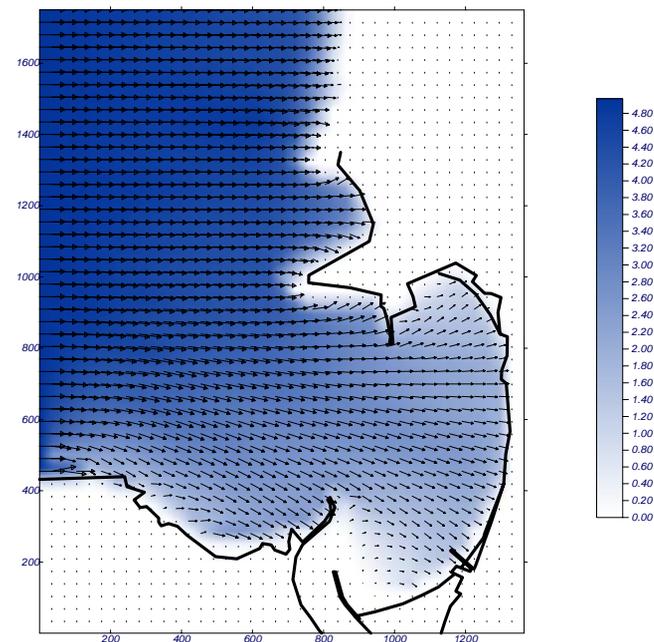
Proyecto:

Gráfico: Vectores de la altura de ola significativa+Magnitud

Espectro: M104
M1:
04: marea5fmax

Características de la simulación

OLUCA-SP	COPLA-SP	MOPLA-SP
Espectro frecuencial (TMA) Hs: 5 m h: 10 m fp: 0.1 Hz (Tp: 10 s) γ: 3.3 N° Comp.: 10 Espectro direccional θ _m : 0° σ: 20° - N° Comp.: 15		



8.000 m



Proyecto:

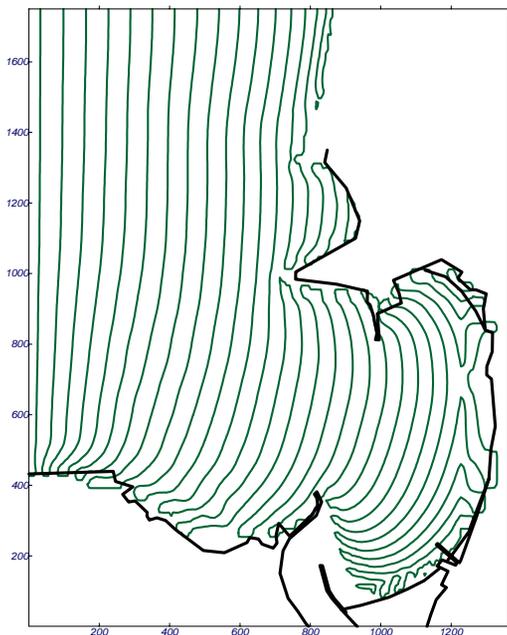
Gráfico: *Frentes (zoom)*

Caso: M101

M1:
01: Hrms=3.5m, T=10 s.

Características de la simulación

OLUCA-RD	COPLA-RD	MOPLA-RD
Período T: 10 s Altura H: 3.5 m Dirección: 0° Marea NM: 5 m		



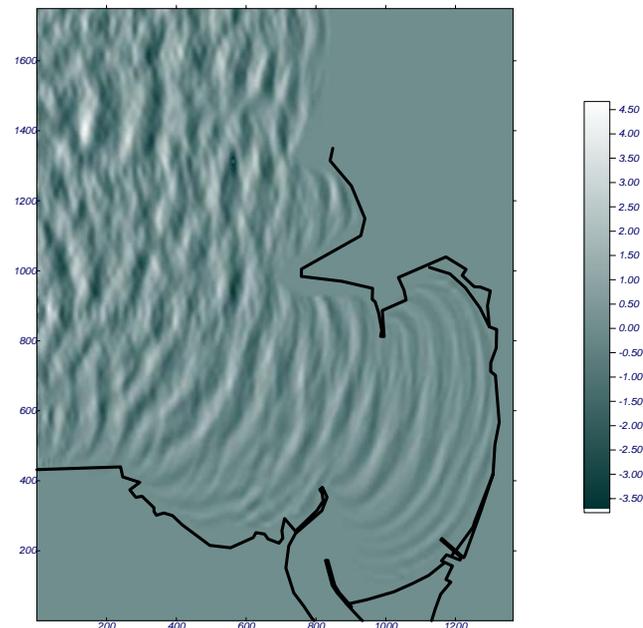
Proyecto:

Gráfico: *Superficie libre 2D (zoom)*

Espectro: M104
M1:
04: marea5fmax

Características de la simulación

OLUCA-SP	COPLA-SP	MOPLA-SP
Espectro frecuencial (TMA) Hs: 5 m h: 10 m fp: 0.1 Hz (Tp: 10 s) γ: 3.3 N° Comp.: 10 Espectro direccional θc: 0° α: 20° - N° Comp.: 15		



Proyecto:

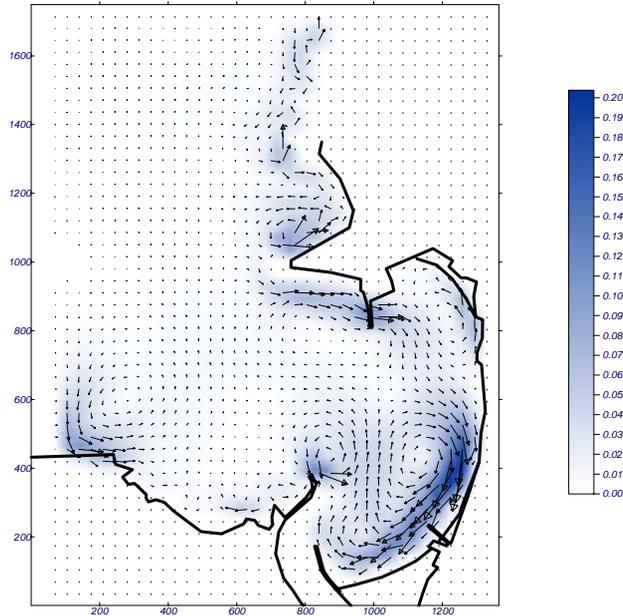
Gráfico: Vectores corriente

Caso: M10101

M1:
01: Hrms=3.5m, T=10 s.
01:

Características de la simulación

OLUCA-RD	COPLA-RD	MOPLA-RD
Período T: 10 s	Chezy C: 10 m ^{-1/3} /s	
Altura H: 3.5 m	Viscosidad de remolino	
Dirección: 0°	ε: 18 m ² /s	
Marea NM: 5 m		



Proyecto:

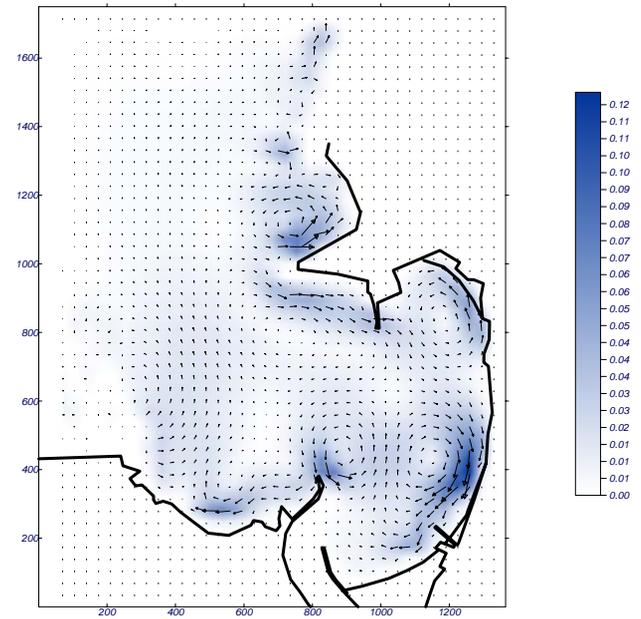
Gráfico: Vectores corriente

Espectro: M10401

M1:
04: marea5fmax
01:

Características de la simulación

OLUCA-SP	COPLA-SP	MOPLA-SP
Espectro frecuencial (TMA)	Rugosidad de Nikuradse	
Hs: 5 m	Kswc: 1 m	
h: 10 m	Viscosidad de remolino	
f _p : 0.1 Hz (Tp: 10 s)	ε: 18 m ² /s	
r: 3.3		
Nº Comp.: 10		
Espectro direccional		
θ _{dir} : 0°		
σ: 20° - Nº Comp.: 15		



Proyecto:

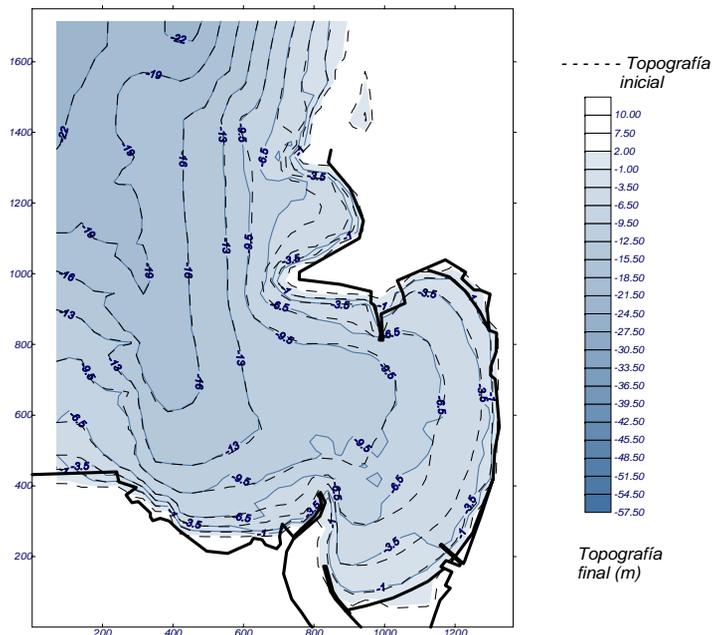
Gráfico: Topografías inicial y final

Caso: M10101

M1:
01: Hrms=3.5m, T=10 s.
01:

Características de la simulación

OLUCA-RD	COPLA-RD	MOPLA-RD
Período T: 10 s	Chezy C: 10 m ^{2/3} /s	D ₅₀ : 0.20 mm
Altura H: 3.5 m	Viscosidad de remolino ϵ : 18 m ² /s	Duración: 12.0 h
Dirección: 0 °		Formulación: Soulsby
Marea NM: 5 m		



Proyecto:

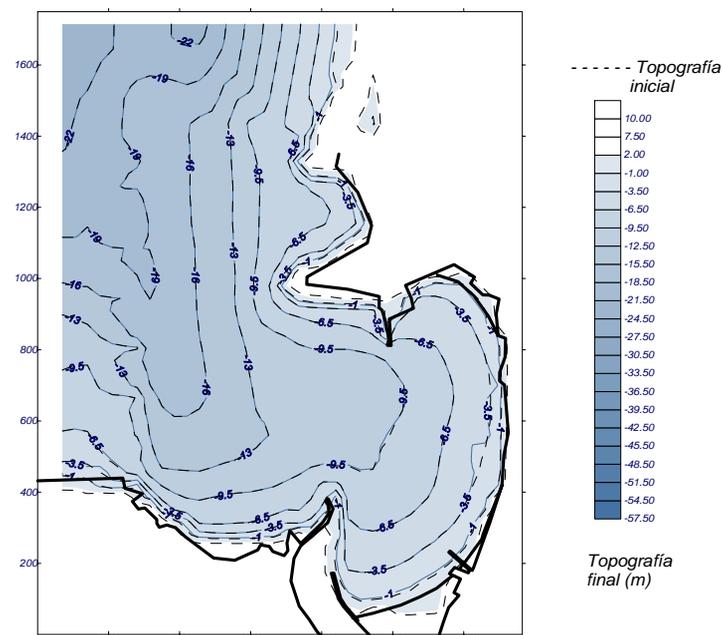
Gráfico: Topografías inicial y final

Caso: M10401

M1:
04: marea5fmax
01:

Características de la simulación

OLUCA-SP	COPLA-SP	MOPLA-SP
Espectro frecuencial (TMA)	Rugosidad de Nikuradse	D ₅₀ : 0.20 mm
Hs: 5 m	Kswc: 1 m	Duración: 12.0 h
h: 10 m		Formulación: Soulsby
fp: 0.1 Hz (Tp: 10 s)	Viscosidad de remolino ϵ : 18 m ² /s	
γ : 3.3		
Nº Comp.: 10		
Espectro direccional		
Dir.: 0°		
σ : 20° - Nº Comp.: 15		



Proyecto:

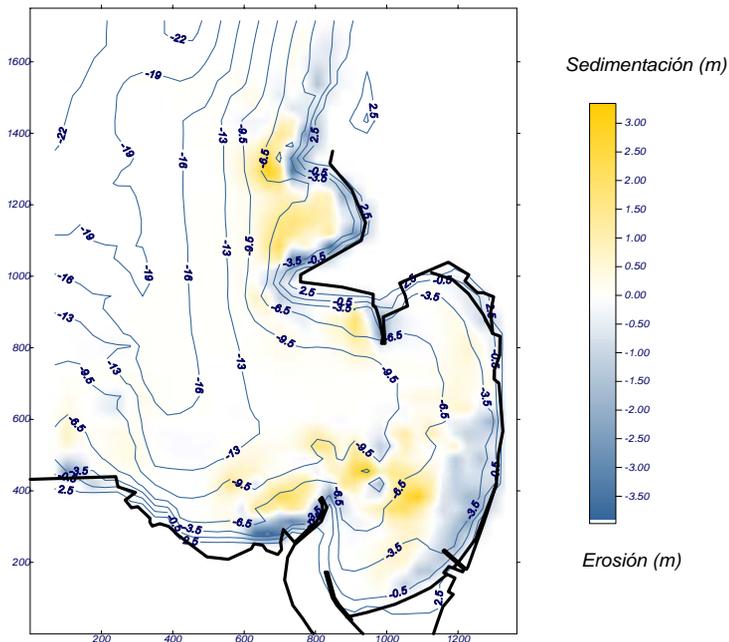
Gráfico: Topografía final y variación de la topografía

Caso: M10101

M1:
01: Hrms=3.5m, T=10 s.
01:

Características de la simulación

OLUCA-RD	COPLA-RD	MOPLA-RD
Período T: 10 s	Chezy C: 10 m ^{-1/2} /s	D ₅₀ : 0.20 mm
Altura H: 3.5 m	Viscosidad de remolino α : 18 m ² /s	Duración: 12.0 h
Dirección: 0°		Formulación: Soulsby
Marea NM: 5 m		



Proyecto:

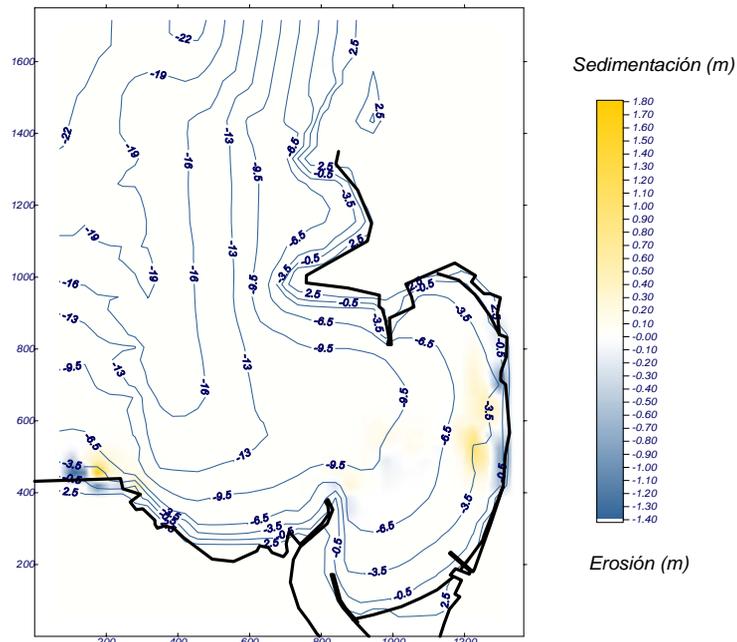
Gráfico: Topografía final y variación de la topografía

Caso: M10401

M1:
04: marea5fmax
01:

Características de la simulación

OLUCA-SP	COPLA-SP	MOPLA-SP
Espectro frecuencial (TMA)	Rugosidad de Nikuradse	D ₅₀ : 0.20 mm
Hs: 5 m	Kswc: 1 m	Duración: 12.0 h
h: 10 m	Viscosidad de remolino α : 18 m ² /s	Formulación: Soulsby
fp: 0.1 Hz (Tp: 10 s)		
γ : 3.3		
Nº Comp.: 10		
Espectro direccional		
θ_w : 0°		
σ : 20° - Nº Comp.: 15		



Aproximación de Boussinesq

no linealidad (A/h) y dispersión frecuencial (kh) son débiles ($\ll 1$) y del mismo orden

Ecuaciones estándar de Boussinesq, Peregrine (1967)

- donde \bar{u} es la velocidad promediada en vertical,
- $$\eta_t + \nabla \cdot [(\eta + h)\bar{u}] = 0$$
- También con velocidad en el fondo y en superficie libre
 - Ecuación de la dispersión y celeridad diferentes: orden de magnitud de la exactitud es la misma
 - No aplicables en profundidades reducidas (efectos no lineales más importantes que los frecuenciales)
 - Profundidades indefinidas (dispersión frecuencial orden 1)
 - Boussinesq estándar no válidas si $h > L_0/5$ (espectro con múltiples frecuencias?)
- $$\bar{u}_t + \frac{1}{2} \nabla \cdot \bar{u}^2 + g \nabla \cdot \eta + \left\{ \frac{h^2}{6} \nabla \cdot (\nabla \bar{u}_t) - \frac{h}{2} \nabla \cdot (\nabla (h \bar{u}_t)) \right\} = 0$$



Ecuaciones extendidas de las ecuaciones de Boussinesq

(Madsen *et al.* 1991, Nwogu 1993, Chen and Liu, 1995).

Derivación diferente

Relaciones de dispersión semejantes

Las ecuaciones de continuidad y de conservación del momento integradas en vertical pueden expresarse en función del desplazamiento de la superficie libre, η , y de \mathbf{u}_α , vector horizontal de velocidades a una profundidad tal que

z_α

$$\eta_t + \nabla \cdot [(\eta + h)\mathbf{u}_\alpha] + \nabla \cdot \left\{ \left(\frac{z_\alpha^2}{2} - \frac{h^2}{6} \right) h \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha) + \left(z_\alpha + \frac{h}{2} \right) h \nabla (\nabla \cdot h \mathbf{u}_\alpha) \right\} = 0$$

$$\mathbf{u}_{\alpha t} + \frac{1}{2} \nabla |\mathbf{u}_\alpha|^2 + g \nabla \eta + z_\alpha \left\{ \frac{1}{2} z_\alpha \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_{\alpha t}) + \nabla (\nabla \cdot (h \mathbf{u}_{\alpha t})) \right\} = 0$$

Si $z_\alpha = -0.531h$ las ecuaciones modificadas de Boussinesq son válidas para modelar la propagación de ondas desde profundidades indefinidas hasta reducidas incluyendo la interacción ola-corriente.



El modelado matemático de la propagación del oleaje

Modelo unificado

Ecuaciones anteriores hipótesis de débil no linealidad.

Asomeroamiento, rotura (hipótesis no válida)

Ecuaciones más apropiadas (NSWE)

Eliminado la hipótesis de débil no linealidad (p.e. Liu 1994, Wei *et al.* 1995)

Las ecuaciones completamente no lineales y débilmente dispersivas son, (Liu, 1994):

$$\eta_t + \nabla \cdot \left((h + \eta) \mathbf{u}_\alpha + \left(z_\alpha + \frac{1}{2}(h - \eta) \right) \nabla (\nabla \cdot (h \mathbf{u}_\alpha)) \right)$$

Describen las ondas largas inducidas por los grupos de ondas y sus efectos sobre la agitación portuaria

Permiten obtener mejores resultados del campo de velocidades en el interior del puerto

Dan una mejora aproximación de la ley de presiones sobre una estructura

$$\begin{aligned} & + \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{2} z_\alpha^2 \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}_{\alpha t}) + \nabla (\nabla \cdot (h \mathbf{u}_{\alpha t})) \right\} \\ & + \nabla \cdot \left\{ \frac{1}{2} (z_\alpha^2 - \eta^2) (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) (\nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha) + \frac{1}{2} [\nabla \cdot (h \mathbf{u}_\alpha) + \eta \nabla \cdot \mathbf{u}_\alpha]^2 \right\} \\ & + \nabla \cdot \left\{ (z_\alpha - \eta) (\mathbf{u}_\alpha \cdot \nabla) (\nabla \cdot (h \mathbf{u}_\alpha)) - \eta \left[\frac{1}{2} \eta \nabla \cdot \mathbf{u}_{\alpha t} + \nabla \cdot (h \mathbf{u}_{\alpha t}) \right] \right\} = 0 \end{aligned}$$



Ejemplos de modelado con las ecuaciones completamente no lineales y débilmente dispersivas

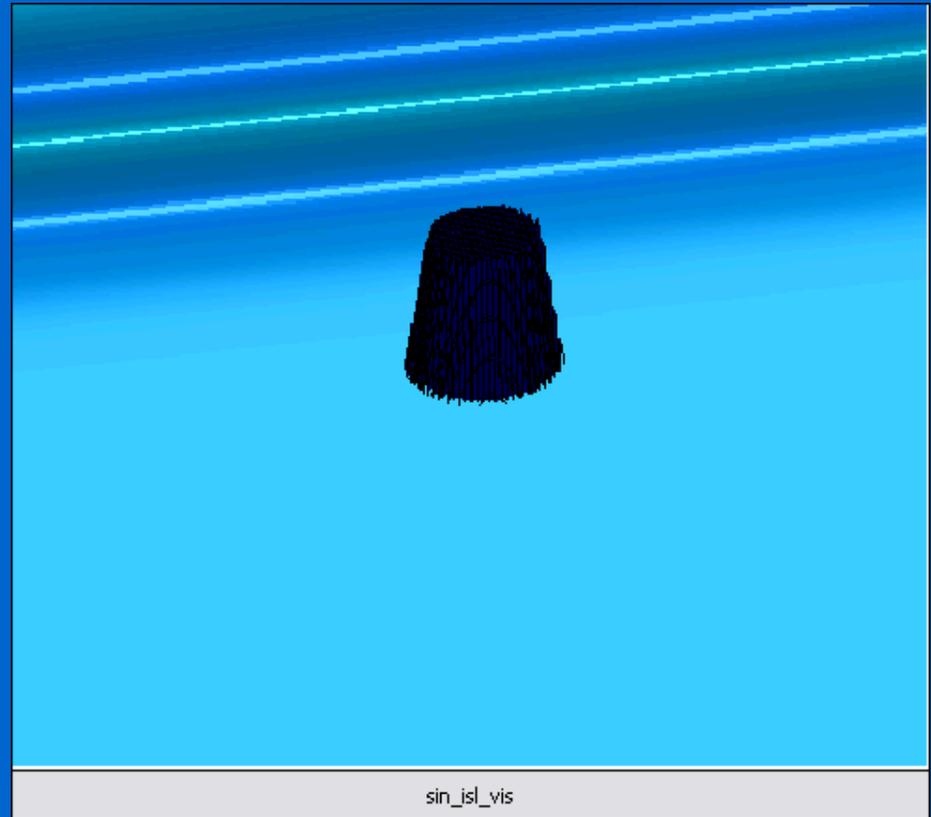
Interacción de una ondas sinusoidal con una isla cónica

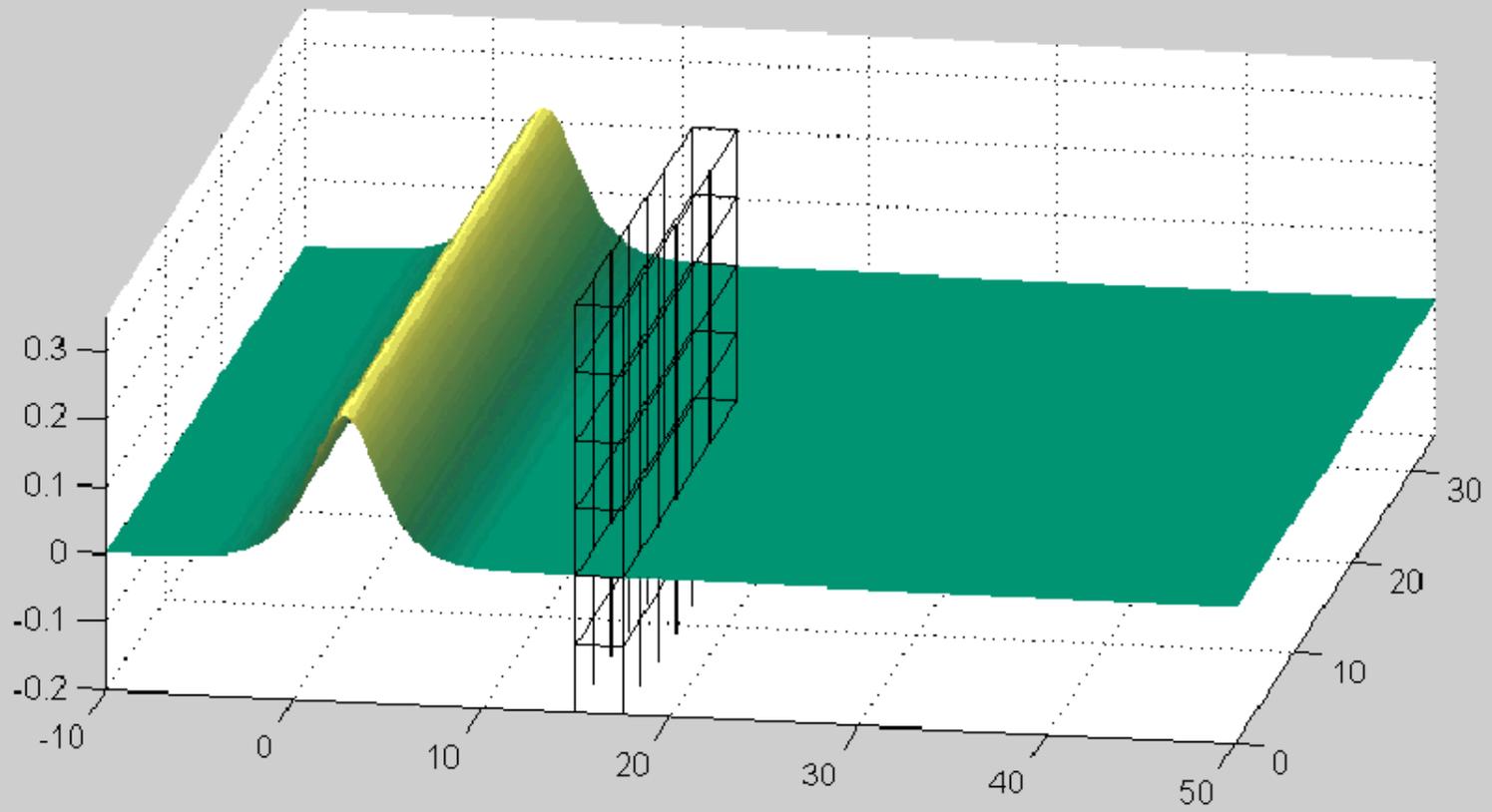
$H = 1.0$ m

$T = 15$ sec

$h = 10.0$ m

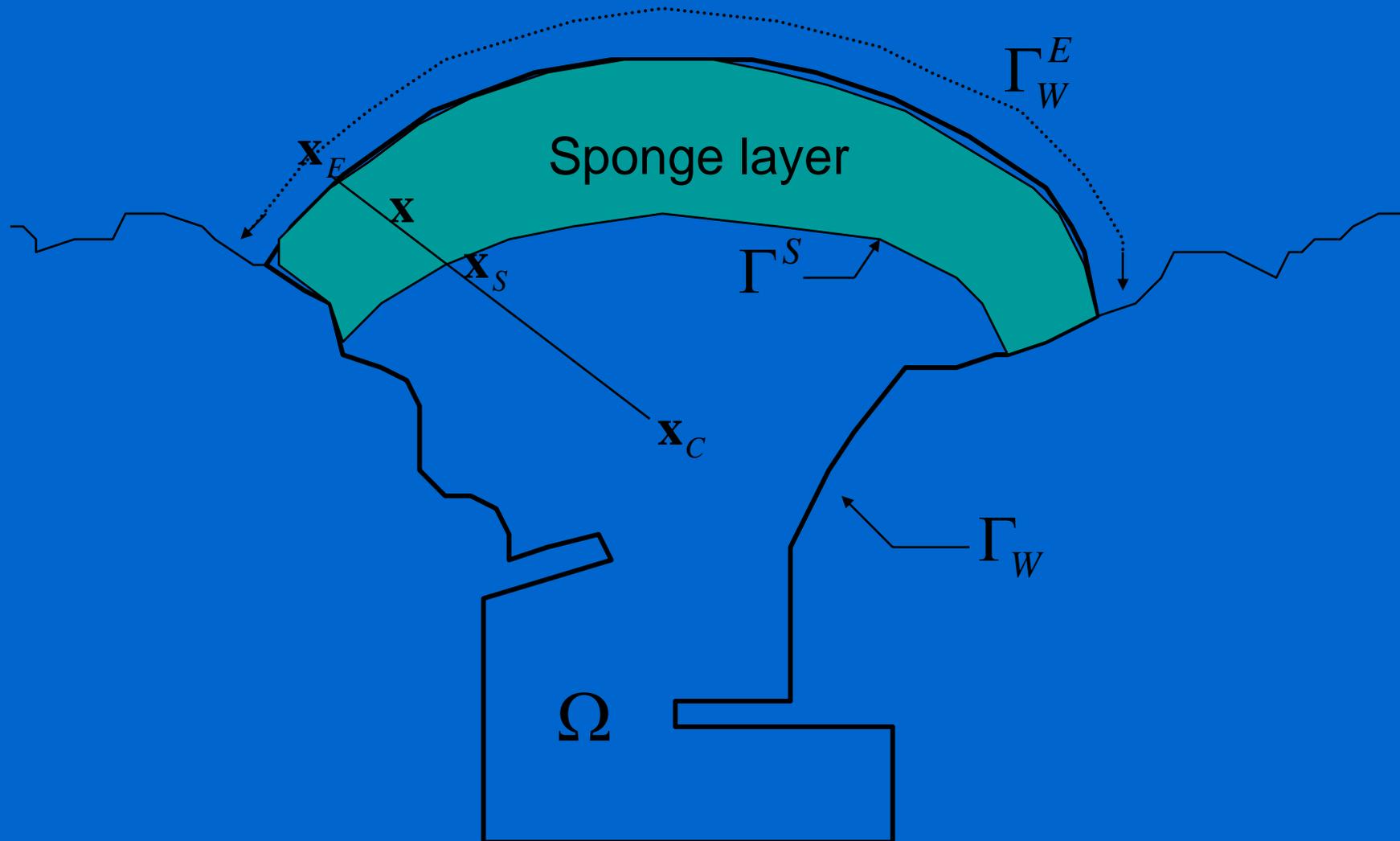
Pendiente del fondo = 1:4





SW-Solitary Wave-Porous Breakwater Gap 2D

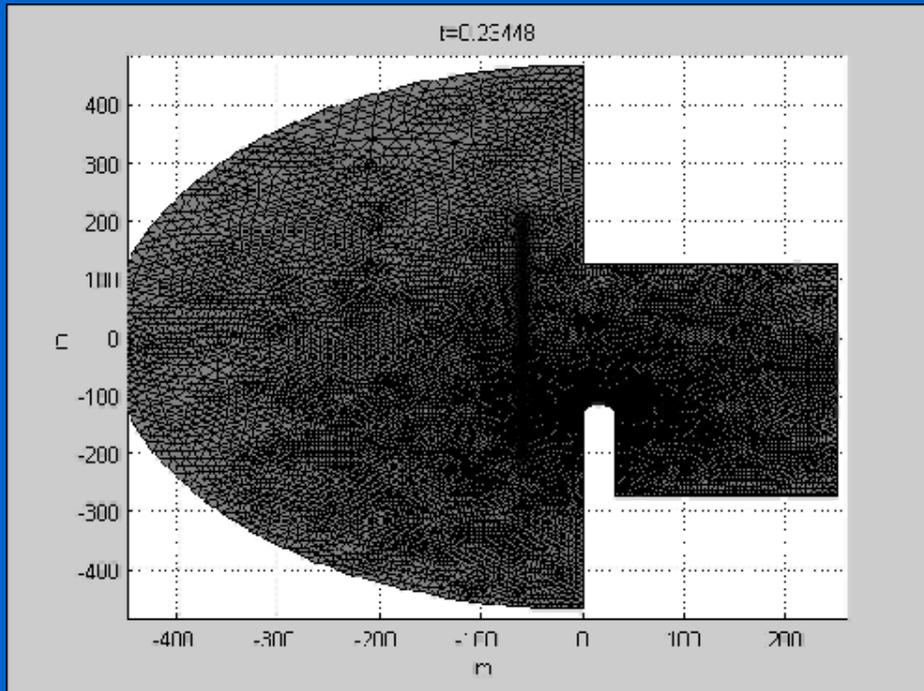
Sketch of Computational Domain



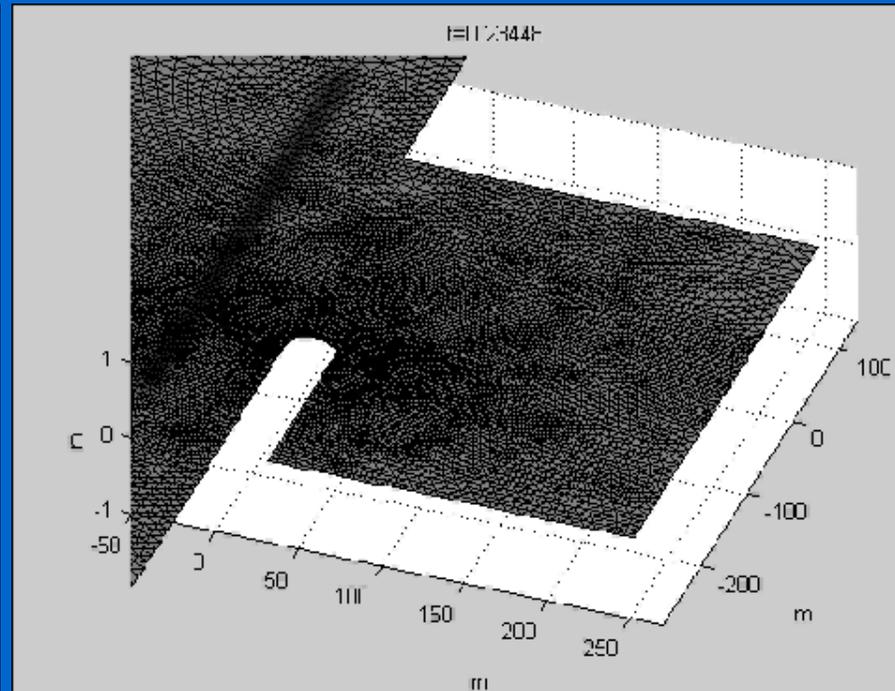
Resultados

Puerto ficticio I

- $L = 92.4(\text{m})$, $T = 10(\text{sec})$, Amplitud= $0.5(\text{m})$, $h = 10(\text{m})$
- $kh = 0.7$, $a/h = 0.05$, incidencia normal
- No. de nodos = 11211.



overview_artificial_harbor_I

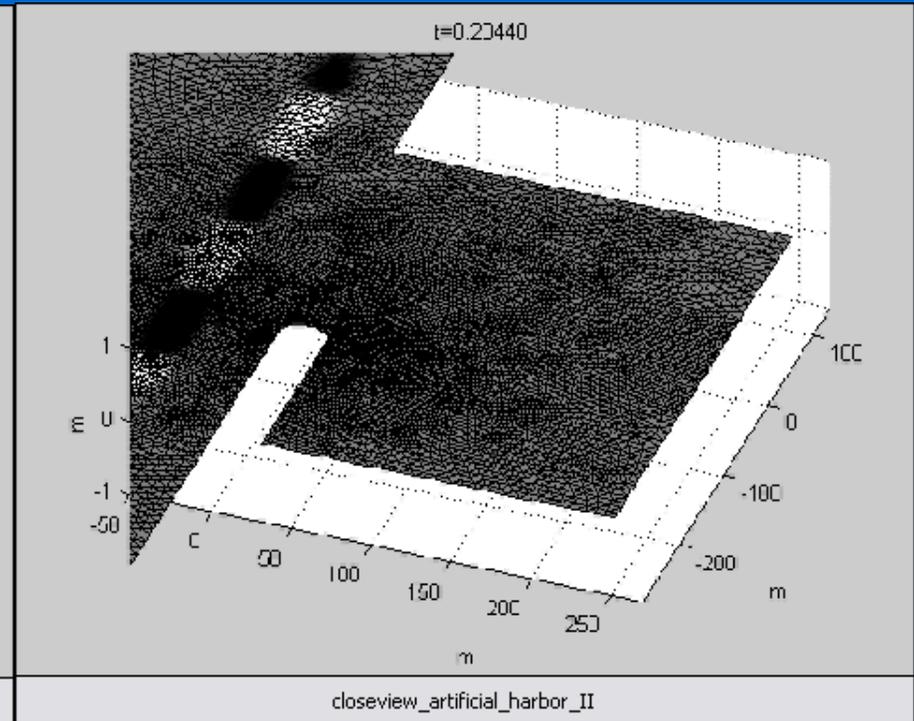
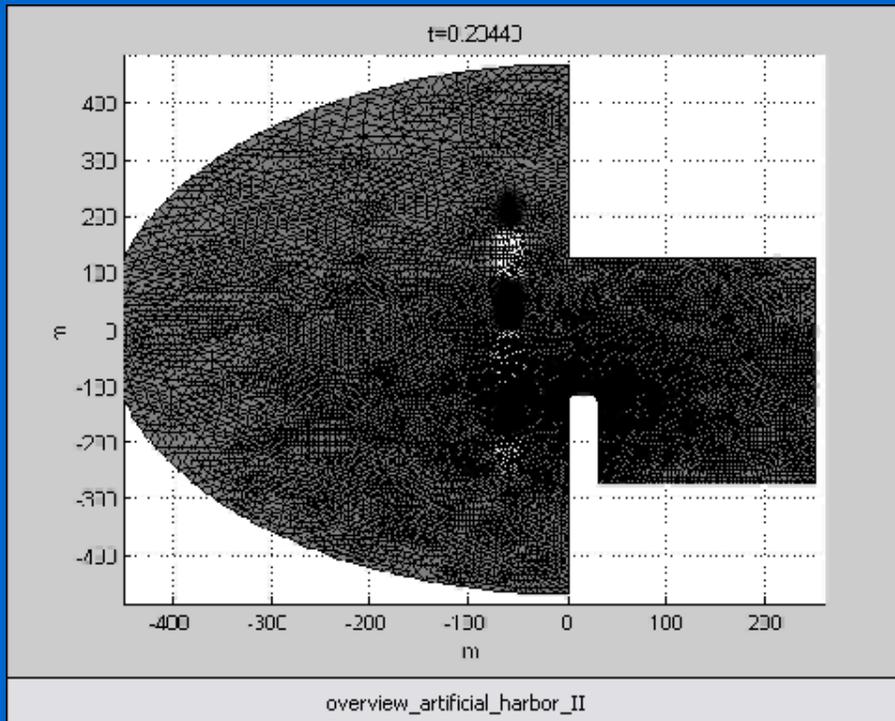


artificial_harbor_I

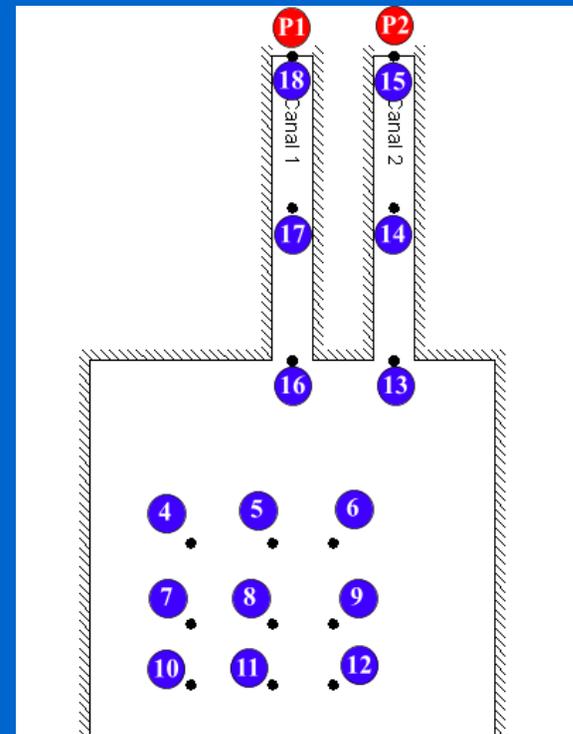
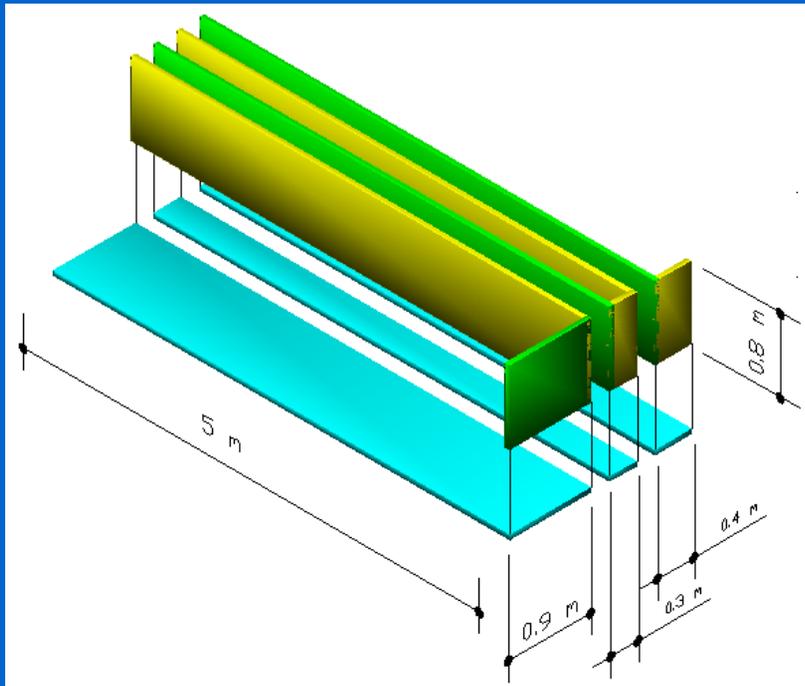
Resultados

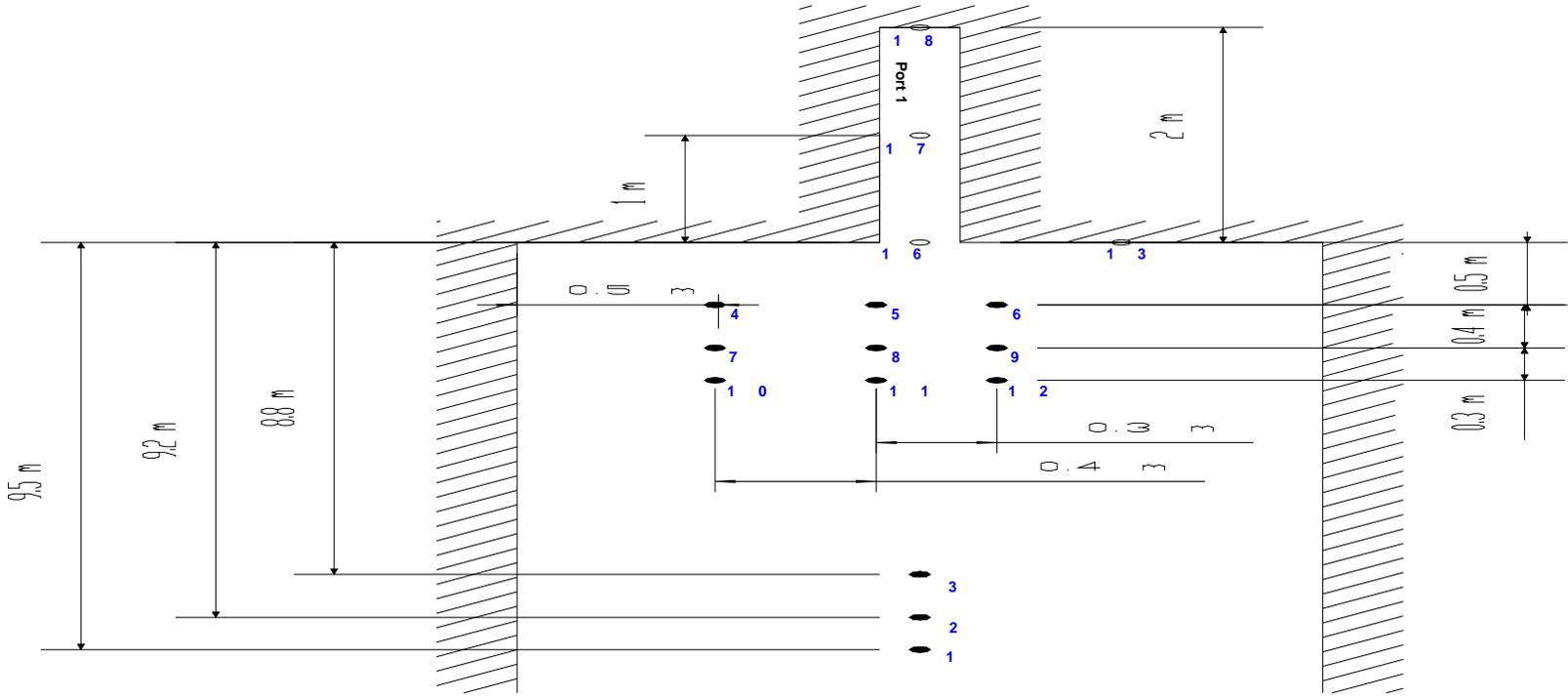
Puerto ficticio II

- $L = 92.4(\text{m})$, $T = 10(\text{sec})$, Amplitud= $0.5(\text{m})$, $h = 10(\text{m})$
- $kh = 0.7$, $a/h = 0.05$, incidencia oblicua
- No. de nodos = 11211.

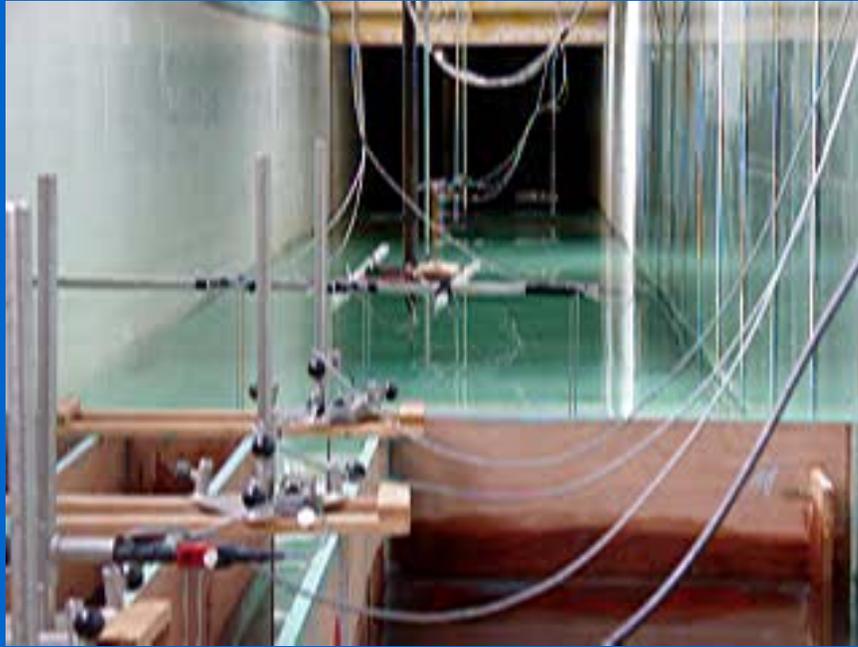


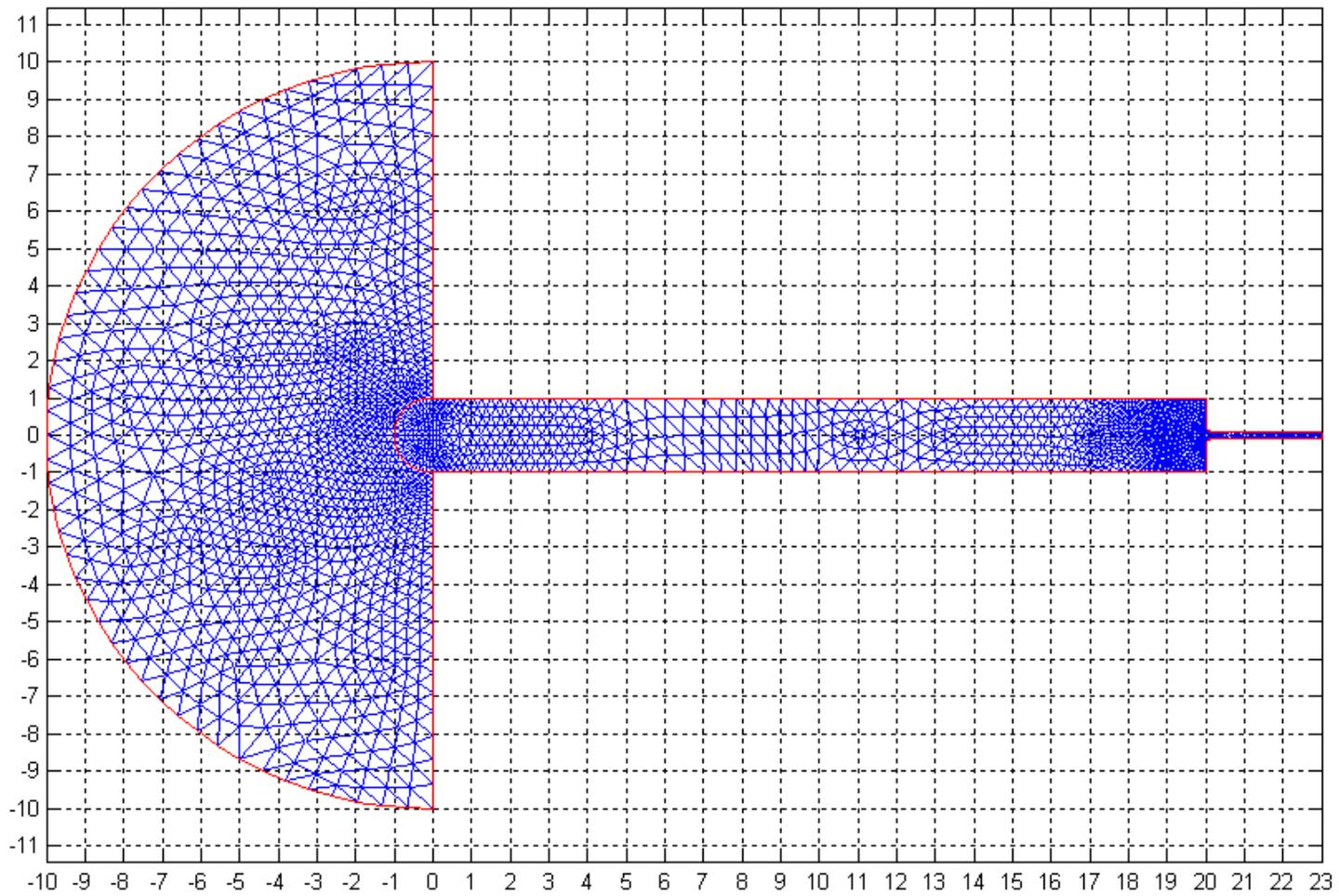
Resonancia de dársenas acopladas



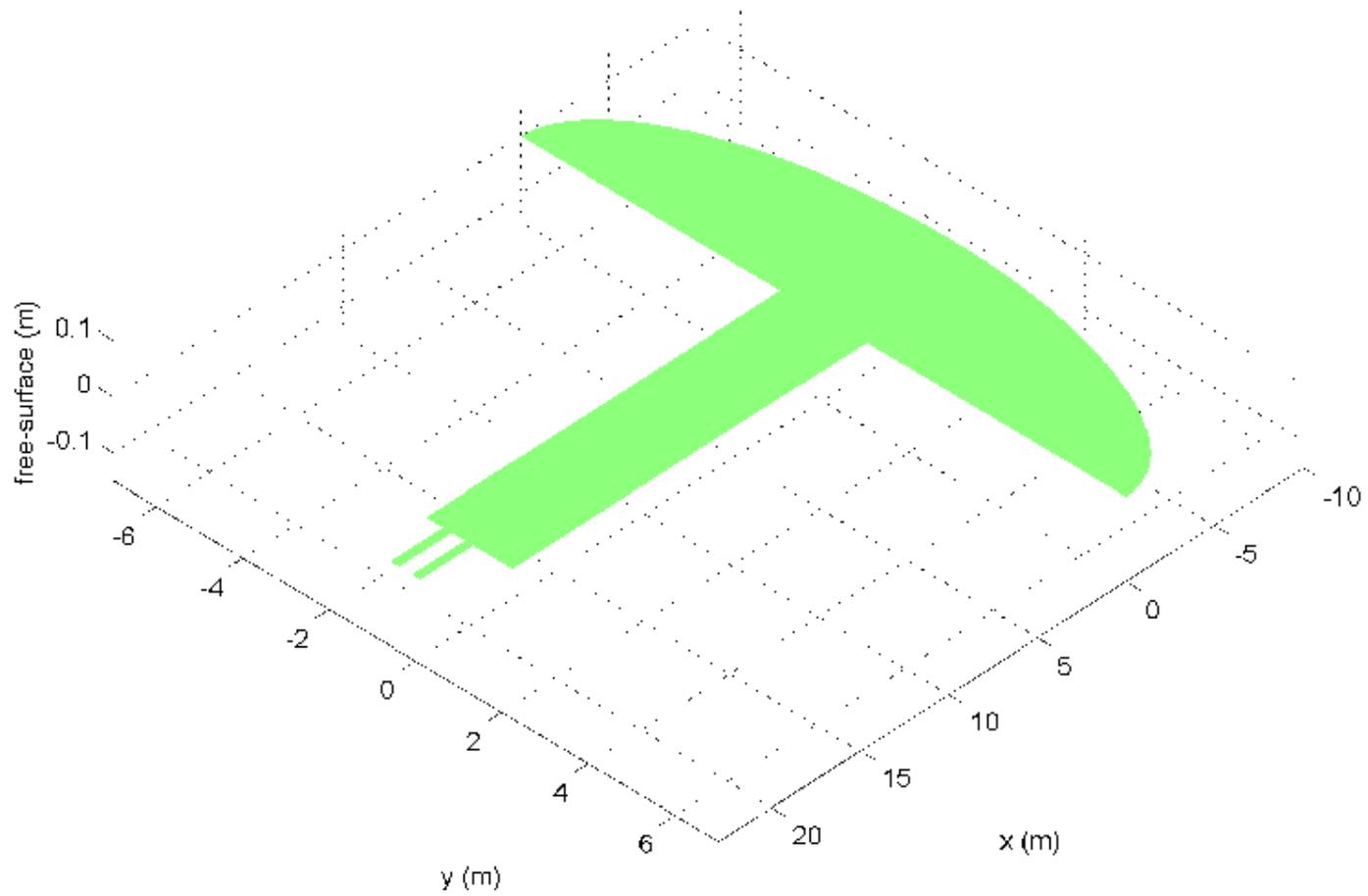


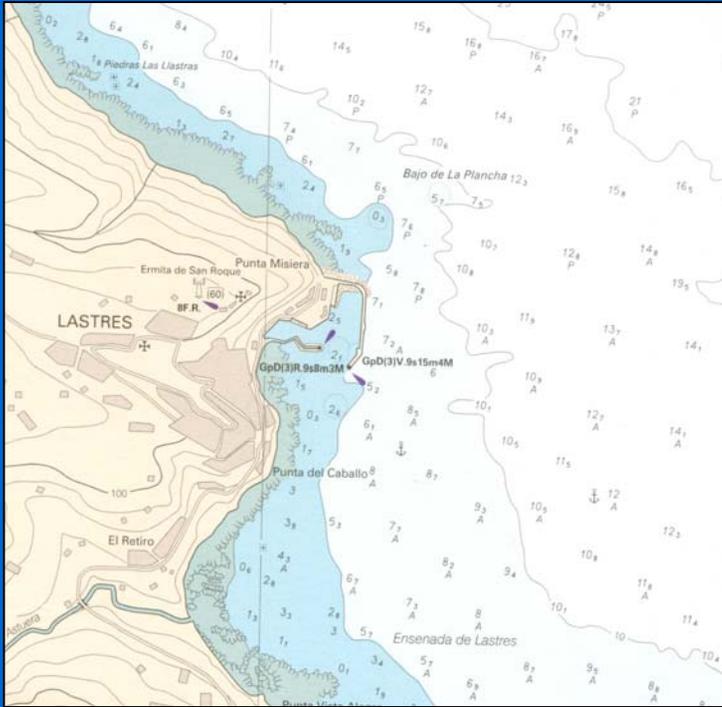


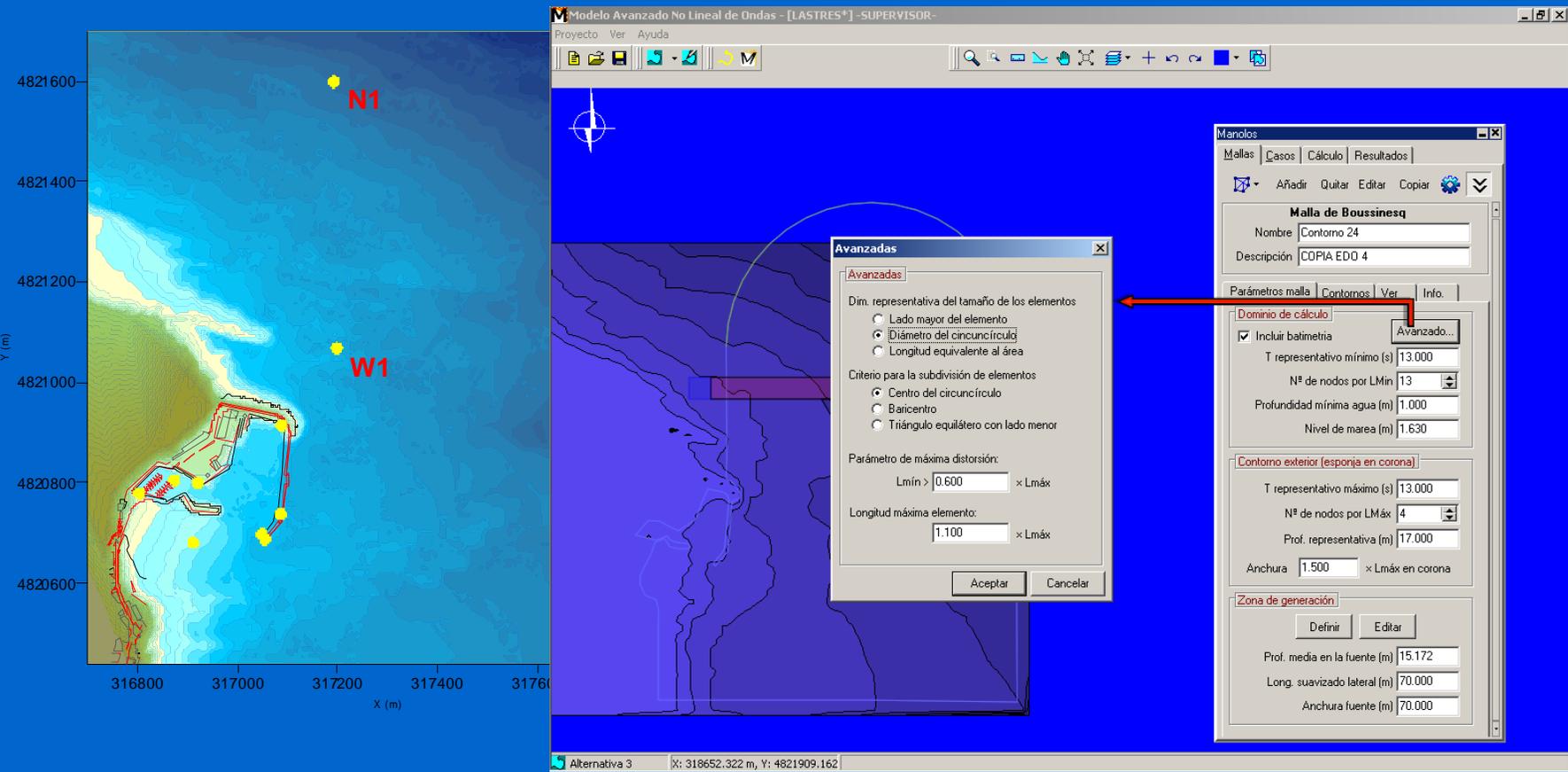




Case 1702; $h=0.5\text{m}$; $T=2\text{s}$; $H=0.025\text{m}$; $t=1\text{s}$







Manolos

Mallas Casos Cálculo Resultados

Añadir Quitar Editar Copiar

Malla de Boussinesq

Nombre Contorno 24

Descripción COPIA EDD 4

Parámetros malla Contornos Ver Info

Dominio de cálculo

Incluir batimetría

T representativo mínimo (s) 13.000

Nº de nodos por LMin 13

Profundidad mínima agua (m) 1.000

Nivel de marea (m) 1.630

Contorno exterior (esponja en corona)

T representativo máximo (s) 13.000

Nº de nodos por LMáx 4

Prof. representativa (m) 17.000

Anchura 1.500 × Lmáx en corona

Zona de generación

Definir Editar

Prof. media en la fuente (m) 15.172

Long. suavizado lateral (m) 70.000

Anchura fuente (m) 70.000

Avanzadas

Avanzadas

Dim. representativa del tamaño de los elementos

Lado mayor del elemento

Diámetro del circuncírculo

Longitud equivalente al área

Criterio para la subdivisión de elementos

Centro del circuncírculo

Baricentro

Triángulo equilátero con lado menor

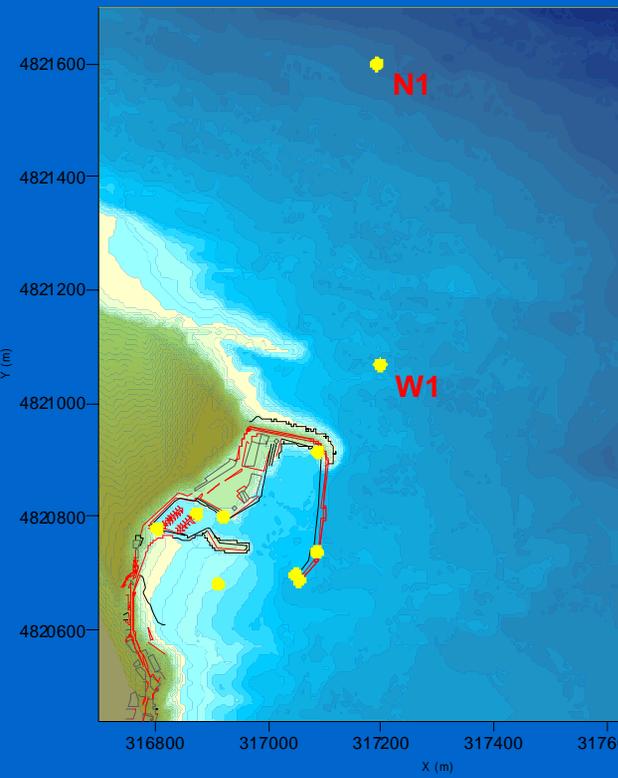
Parámetro de máxima distorsión:

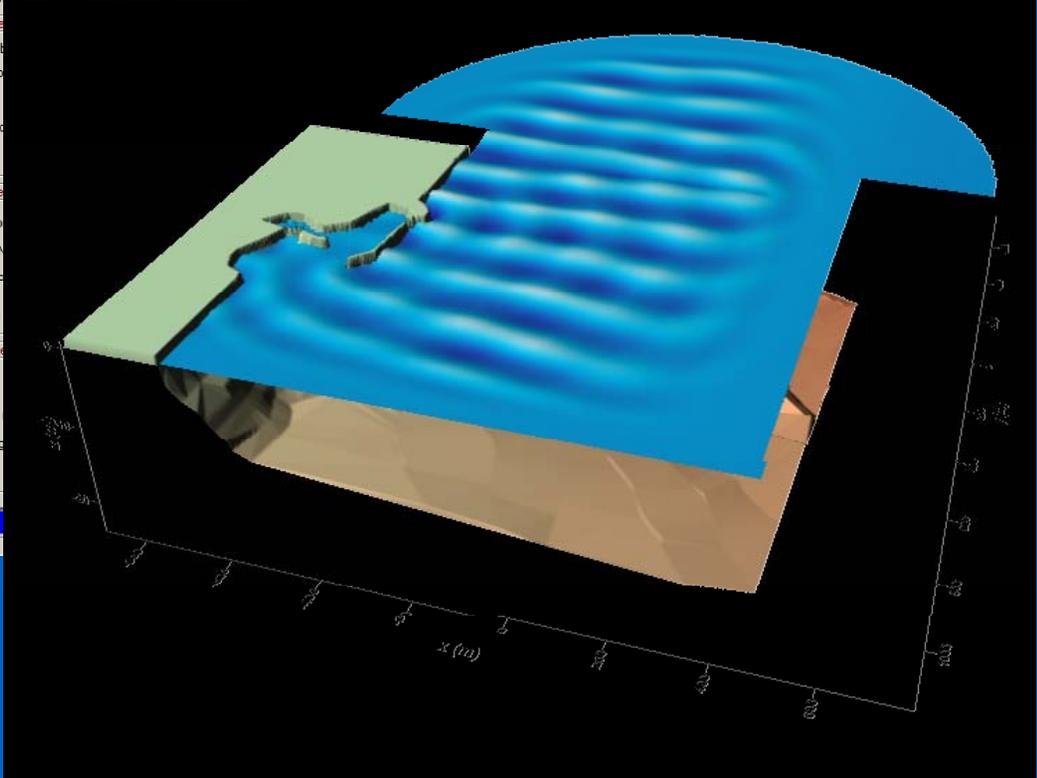
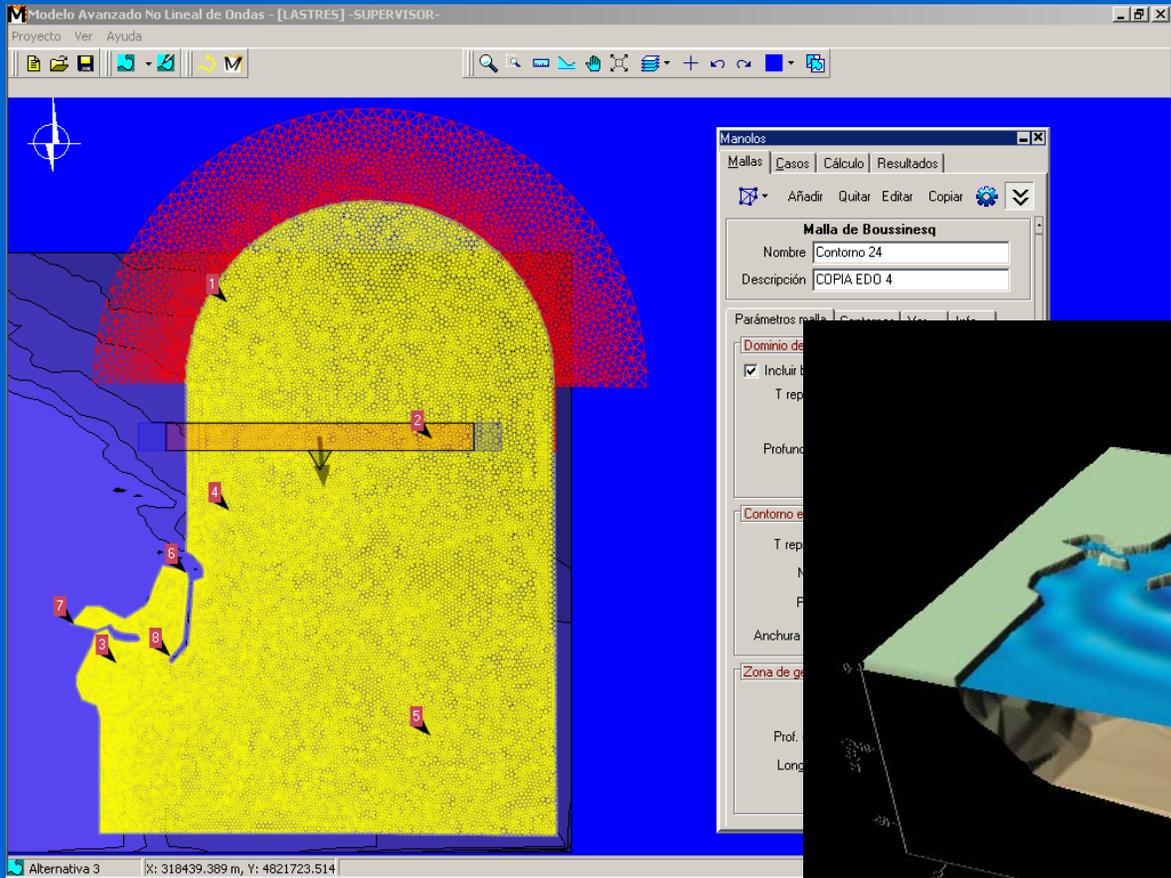
Lmín > 0.600 × Lmáx

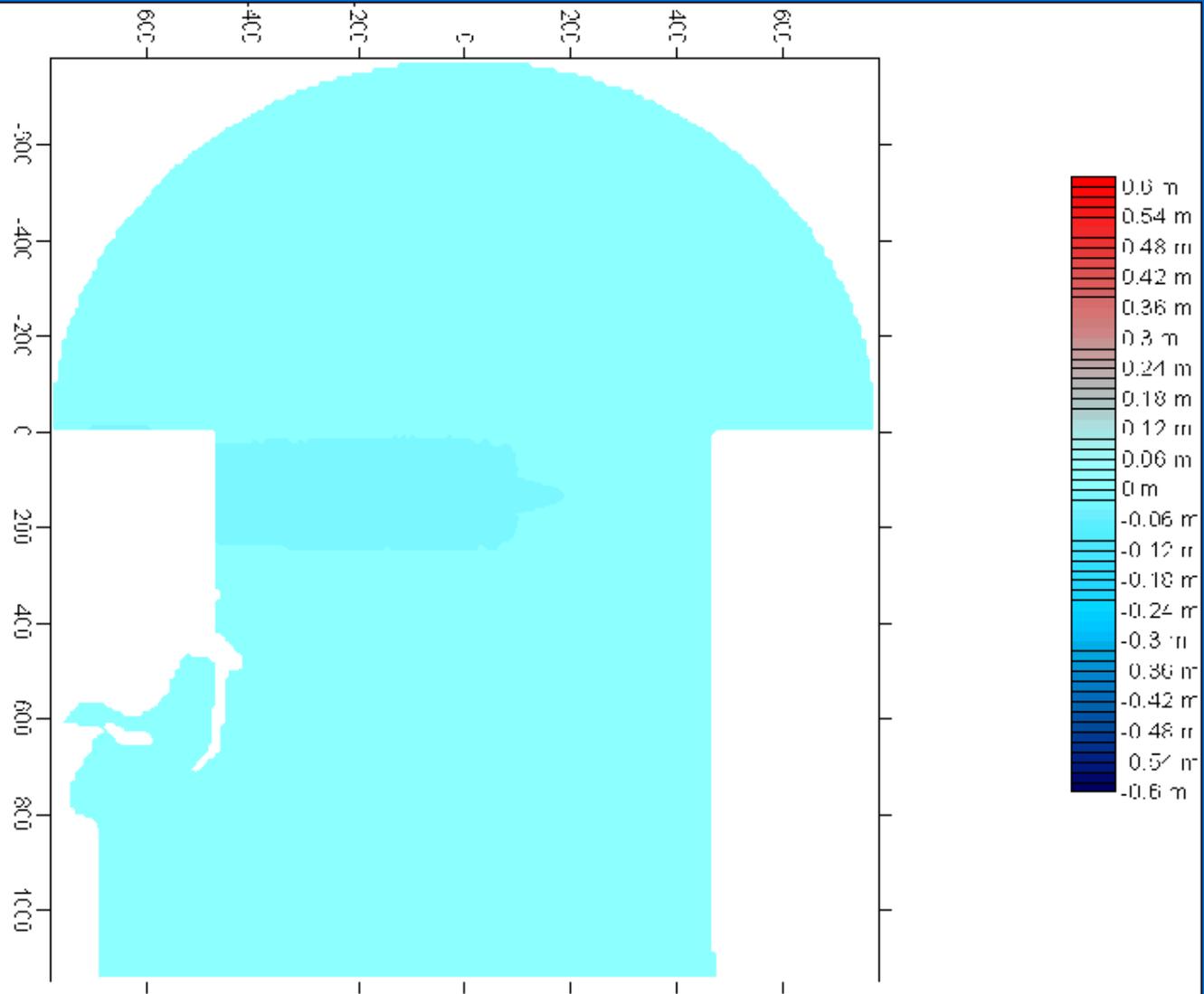
Longitud máxima elemento:

1.100 × Lmáx

Aceptar Cancelar







Modelo Boussinesq NO lineal extendido - CASO LASTRES, Tiempo= 4 s

Acoplamiento de modelos espectrales y de resolución de fase con objetivos operacionales

Información requerida

Viento

Oleaje (mar abierto)

Nivel del mar

Zona playa:

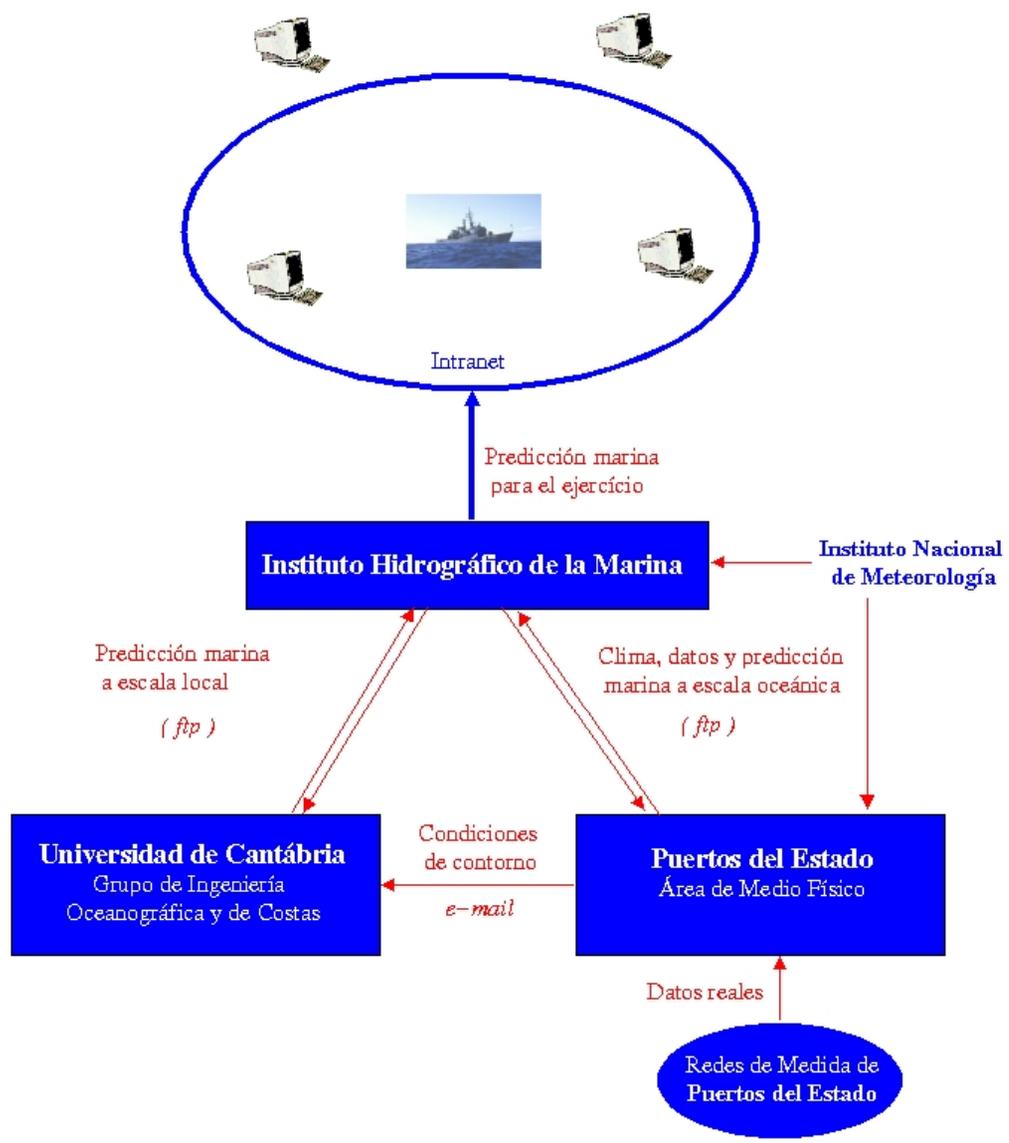
Oleaje y corriente en la playa (varias secciones)

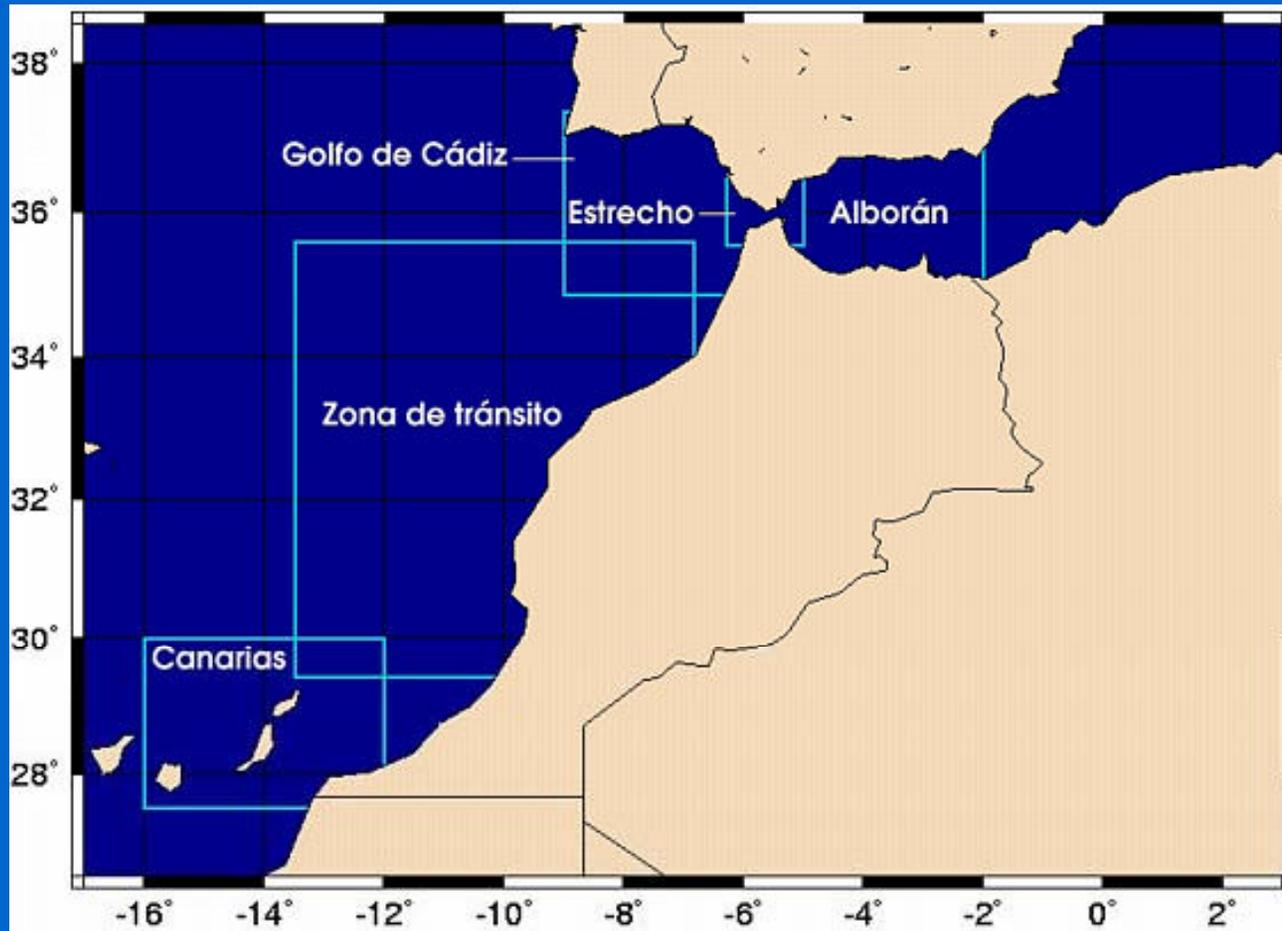
Anchura de la zona de rompientes

Nivel del mar en la playa (sobreelevación)

Tipo de rotura

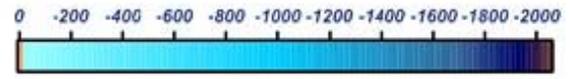
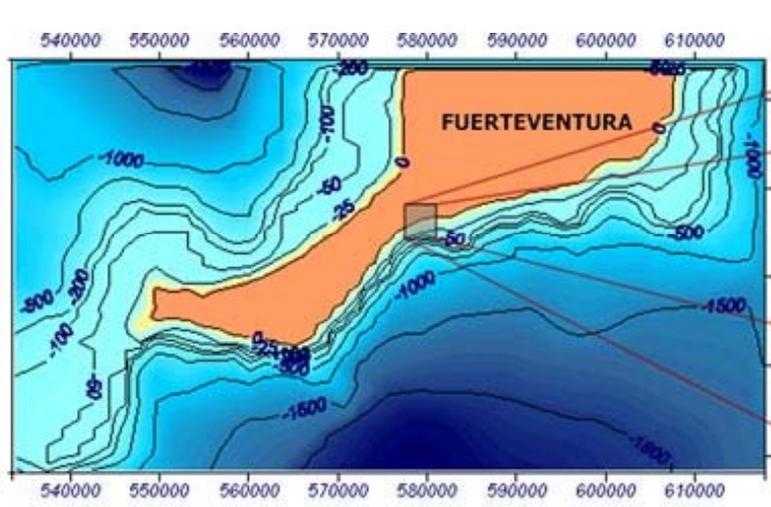
Predicción a 48 horas cada 6 horas



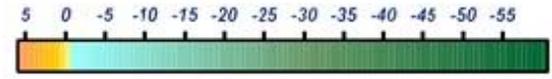
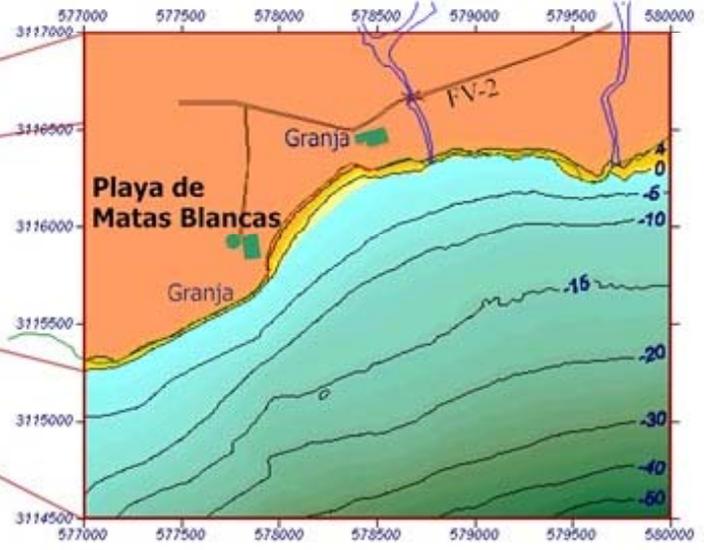


Área considerada

Batimetría: zona de la playa de Matas Blancas



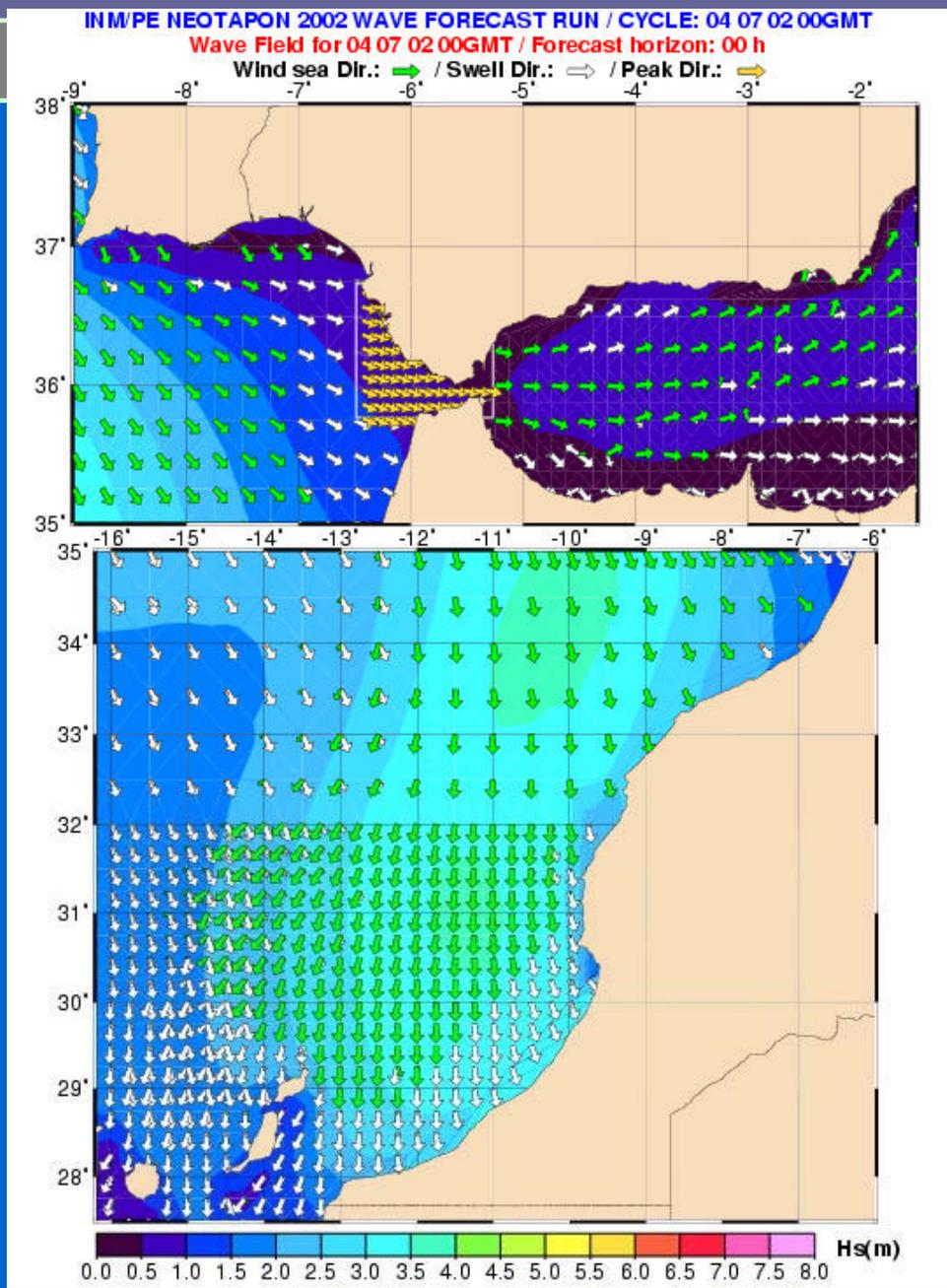
Batimetría exterior

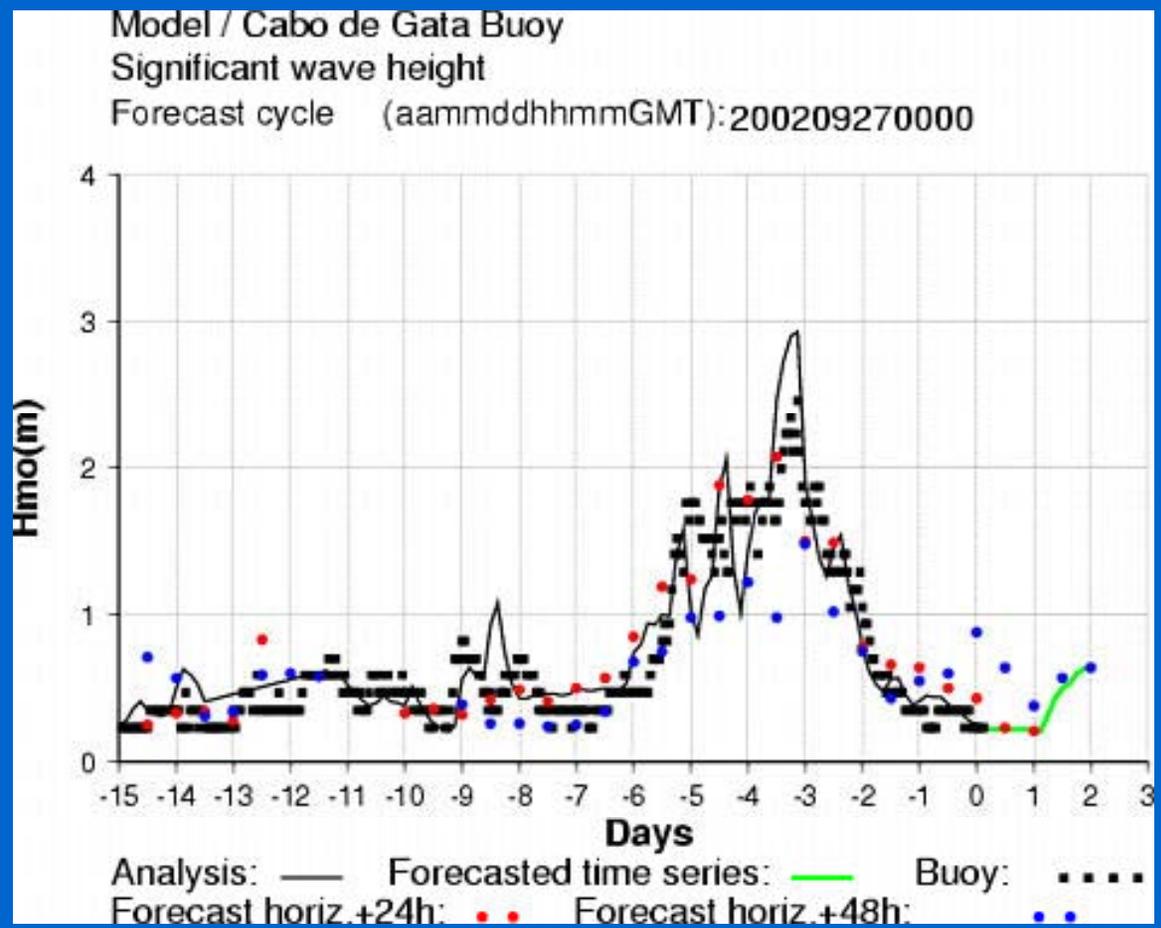


Batimetría de detalle

Zona de detalle considerada

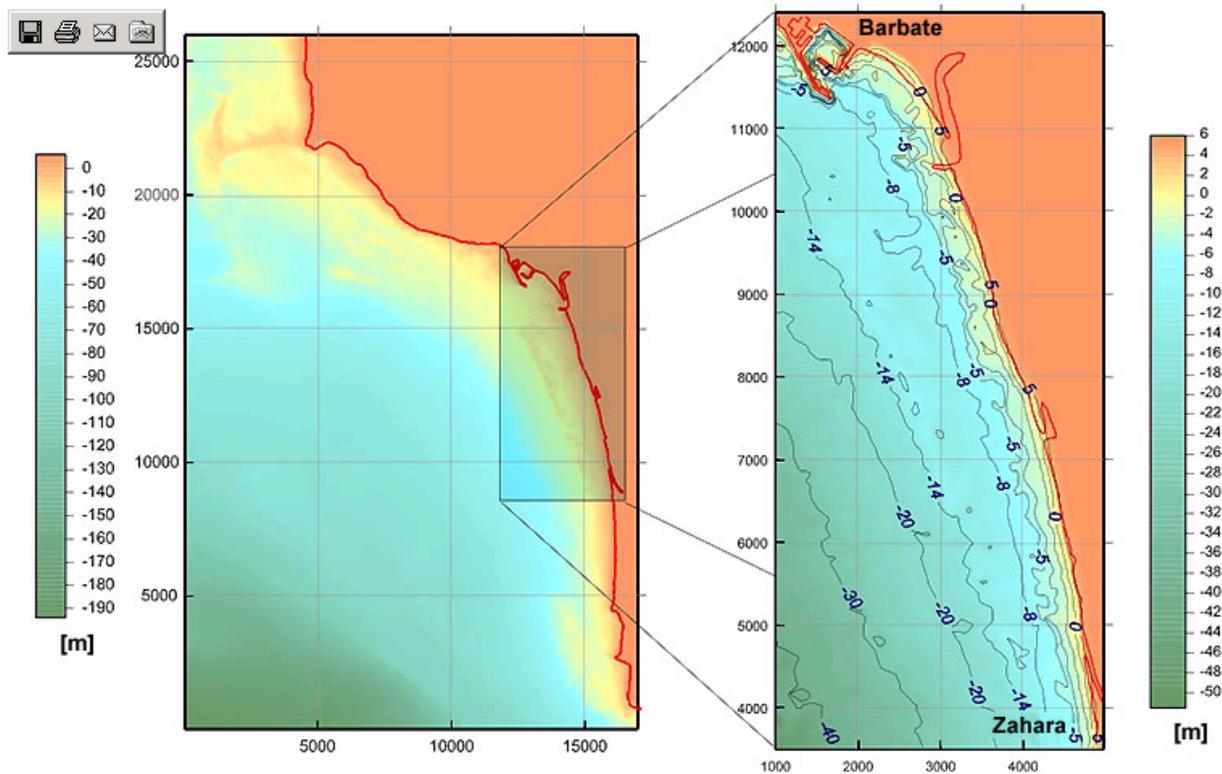
Mapa de oleaje para la zona considerada





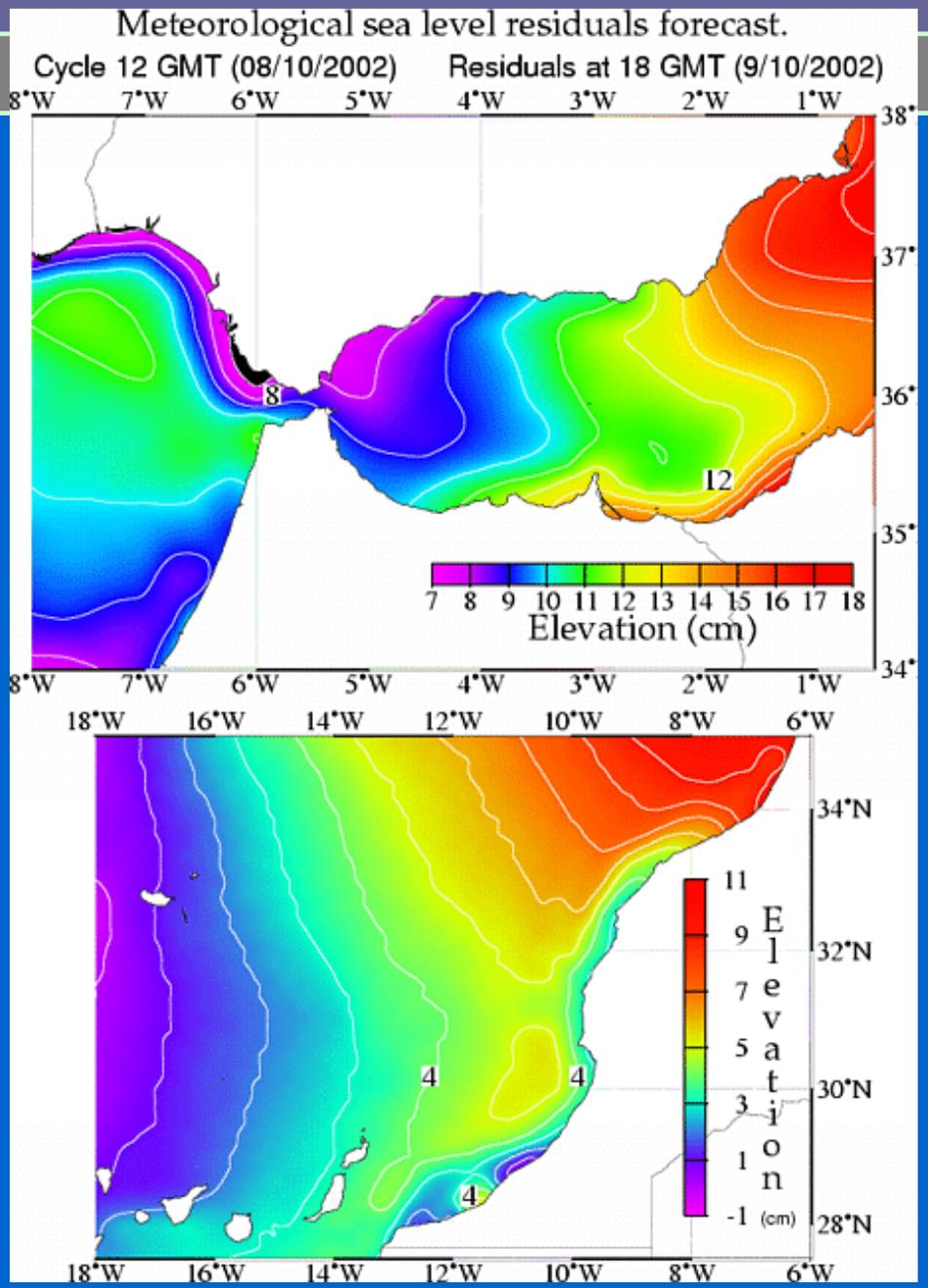
Verificación en tiempo real de los modelos de predicción

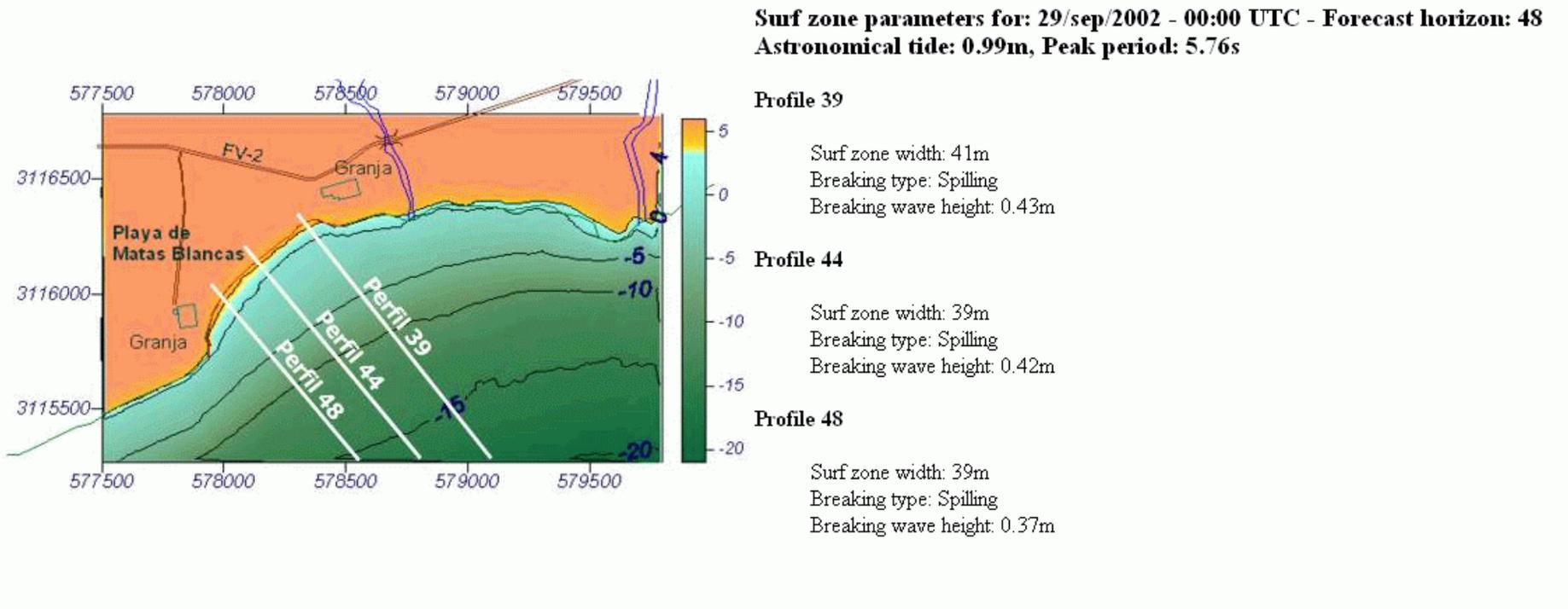
LAST FORECAST CYCLE: 20/jun/2003 - 00:00 UTC

**Bathymetry area**

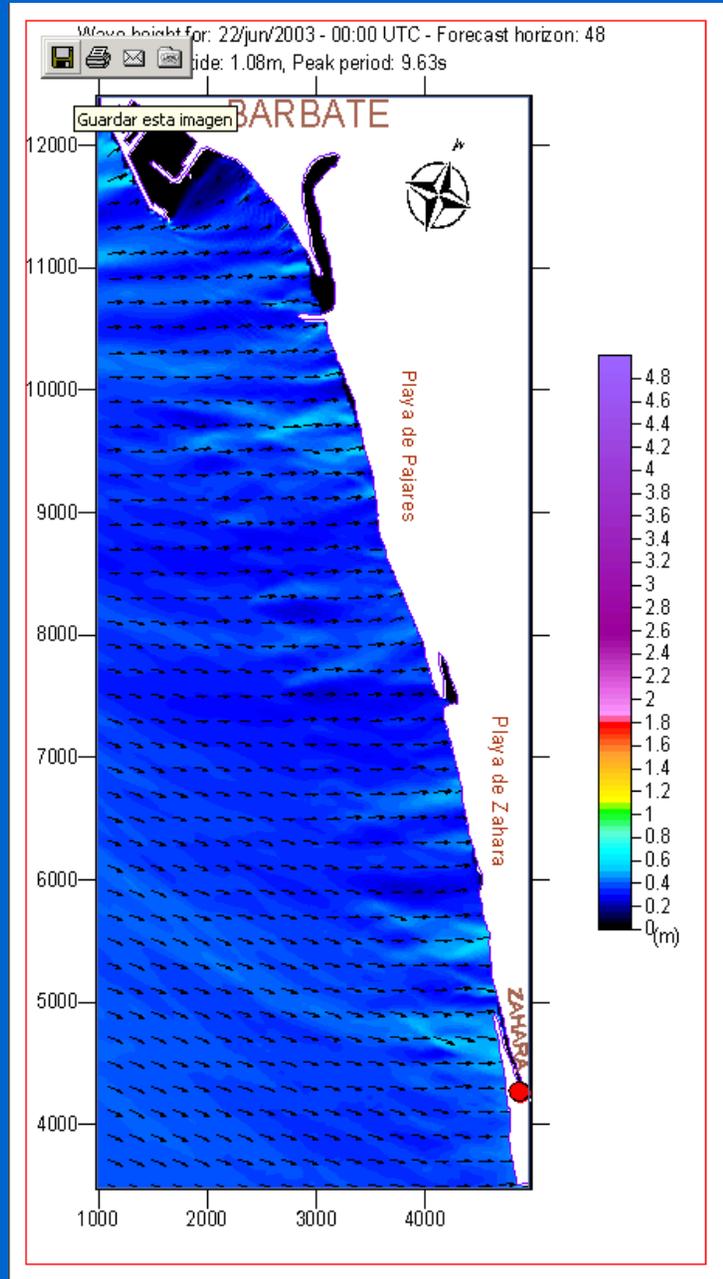
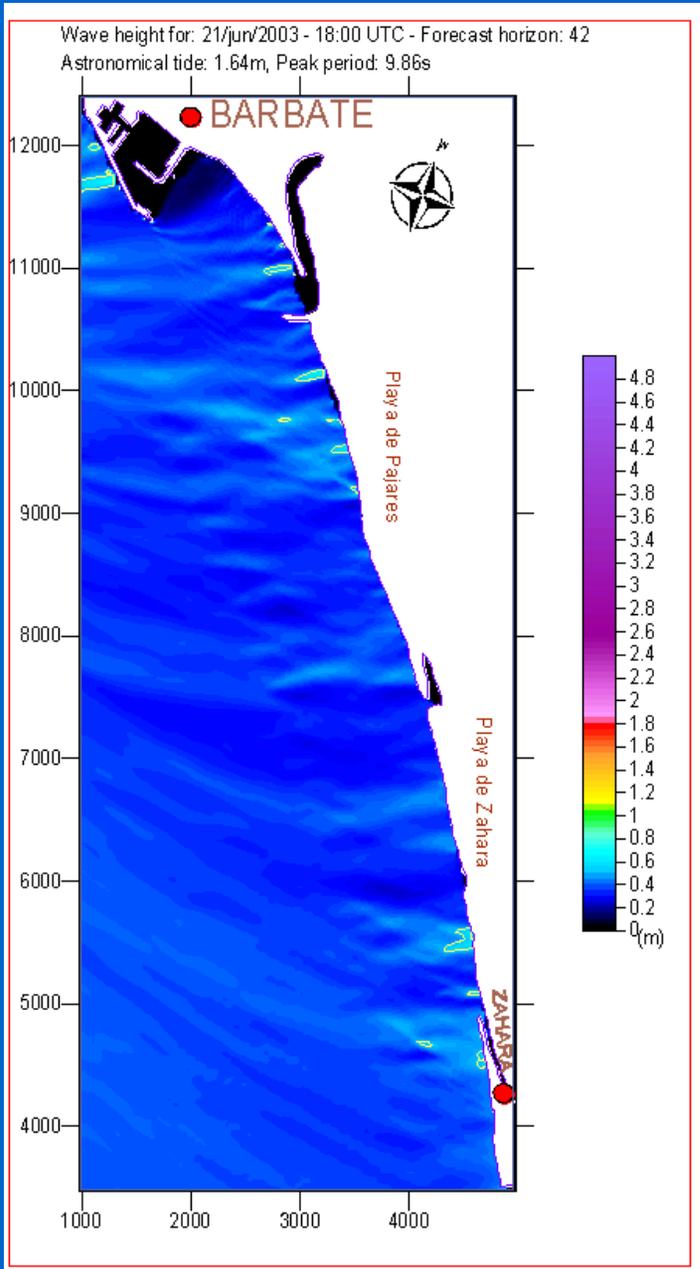
Wave height forecast (isoamplitude)	0h	6h	12h	18h	24h	30h	36h	42h	48h
Wave height forecast (vectors)	0h	6h	12h	18h	24h	30h	36h	42h	48h
Longshore currents forecast	0h	6h	12h	18h	24h	30h	36h	42h	48h
Surf zone parameters	0h	6h	12h	18h	24h	30h	36h	42h	48h

Predicción de nivel del mar





Información para la zona de rompientes en la playa objetivo



Surf zone parameters for: 21/jun/2003 - 18:00 UTC - Forecast
horizon: 42

Astronomical tide: 1.64m, Peak period: 9.86s

Profile 1

Surf zone width: 31m
Breaking type: Spilling
Breaking wave height: 0.35m

Profile 2

Surf zone width: 55m
Breaking type: Spilling
Breaking wave height: 0.30m

Profile 3

Surf zone width: 124m
Breaking type: Spilling
Breaking wave height: 0.31m

Profile 4

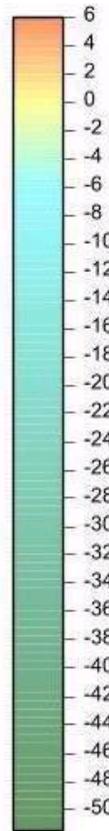
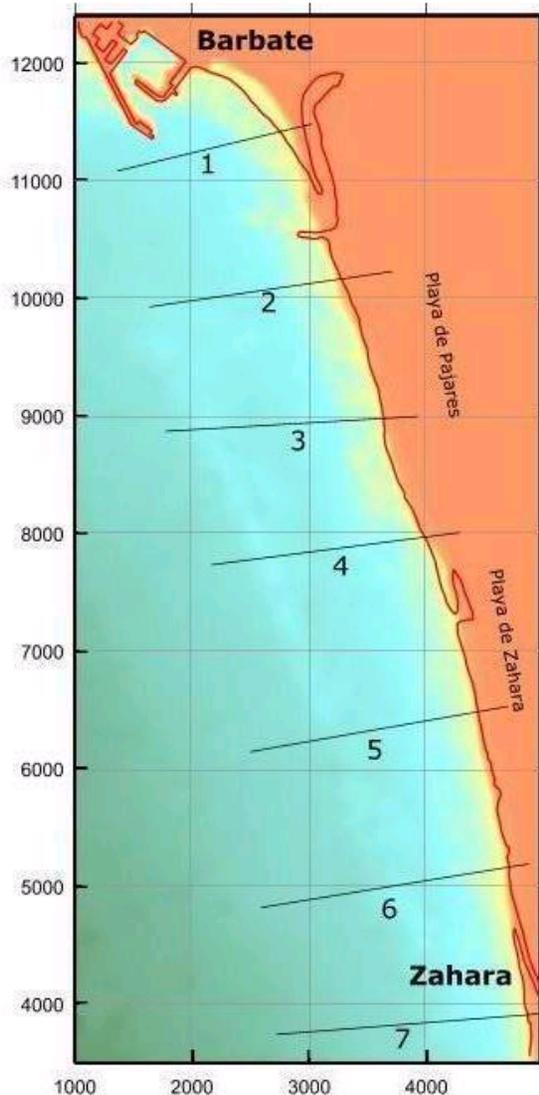
Surf zone width: 200m
Breaking type: Spilling
Breaking wave height: 0.38m

Profile 5

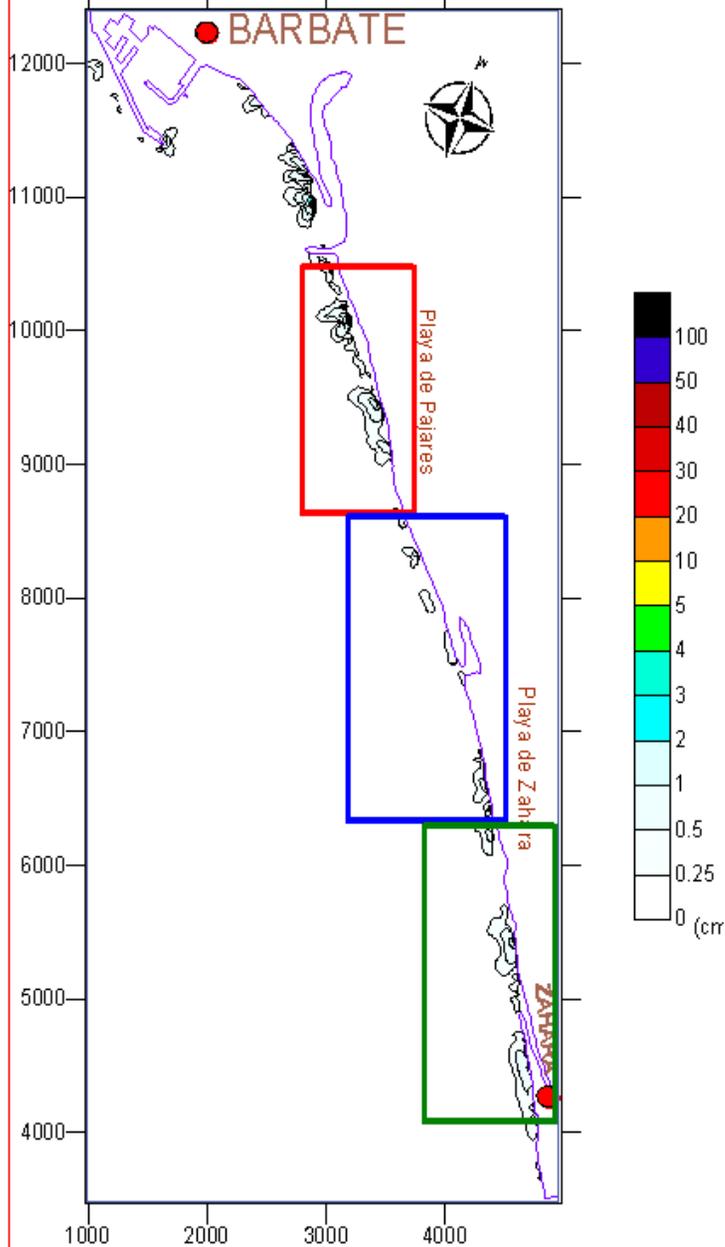
Surf zone width: 44m
Breaking type: Spilling
Breaking wave height: 0.33m

Profile 6

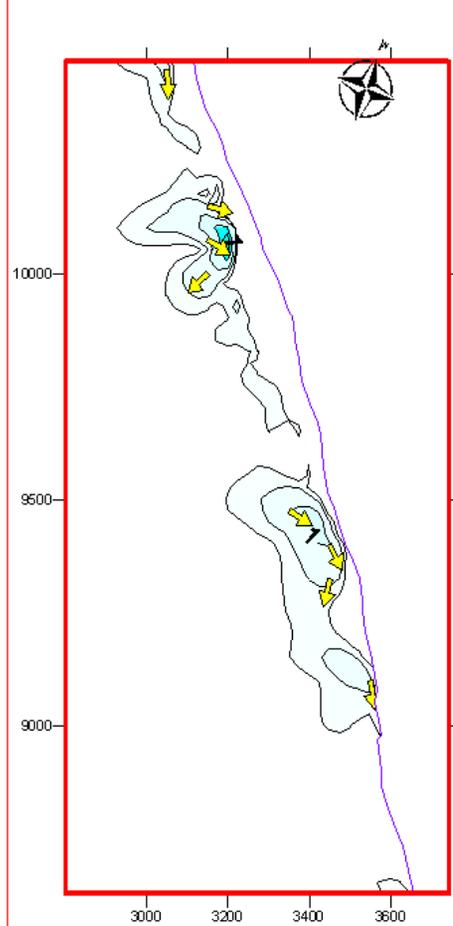
Surf zone width: 68m
Breaking type: Spilling
Breaking wave height: 0.48m



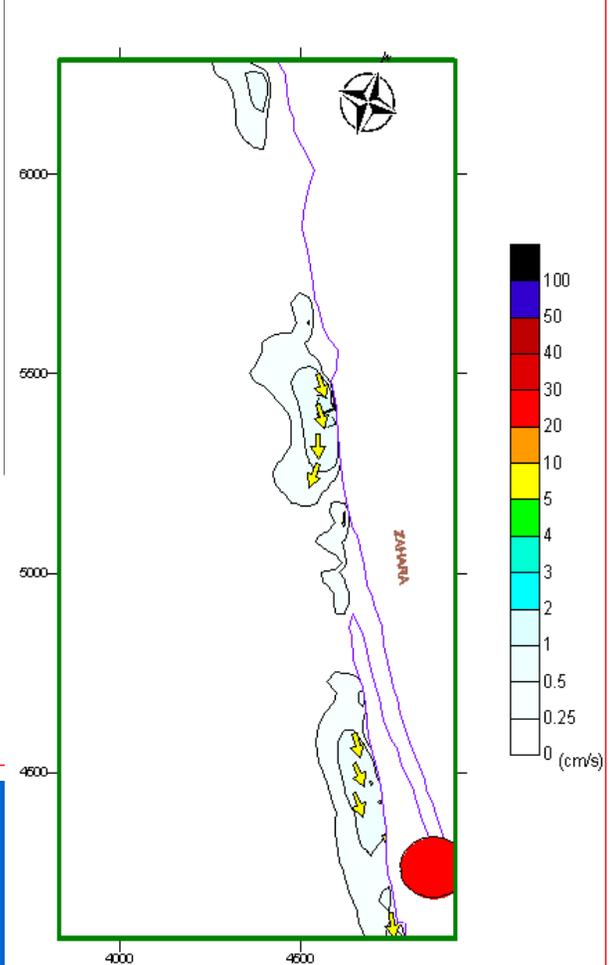
Longshore cur. for: 22/jun/2003 - 00:00 UTC - Forecast horizon: 48
Astronomical tide: 1.08m, Peak period: 9.63s



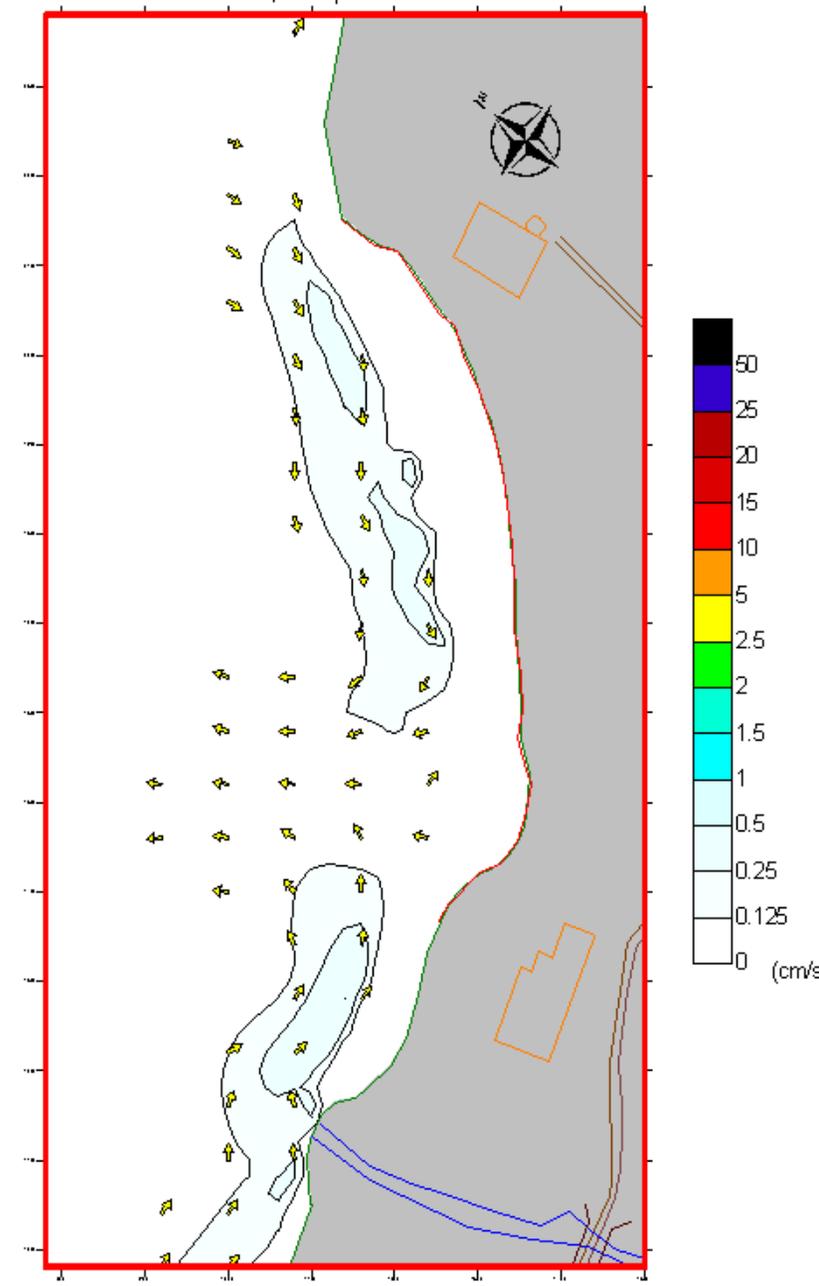
Longshore cur. for: 22/jun/2003 - 00:00 UTC - Forecast horizon: 48
Astronomical tide: 1.08m, Peak period: 9.63s



Longshore cur. for: 22/jun/2003 - 00:00 UTC - Forecast horizon: 48
Astronomical tide: 1.08m, Peak period: 9.63s



Información sobre corrientes en la zona Playa objetivo



Modelos basados en las ecuaciones de Navier-Stokes



Descripción del modelo

Formulación matemática

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

- Resuelve las ecuaciones RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) bidimensionales.

$$u_i = \langle u_i \rangle + u'_i, \quad p = \langle p \rangle + p',$$

$\langle u_i \rangle$: velocidad media

u'_i : velocidad instantanea

Descripción del modelo

Formulación matemática

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

• Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} = 0$$

• Conservación de la cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \tau_{ij} \rangle}{\partial x_j}$$

donde:

$$\langle \tau_{ij} \rangle = 2\mu S_{ij} + \rho \langle u_i' u_j' \rangle$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)$$

Descripción del modelo

Formulación matemática

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

- Modelo no lineal de cierre de las tensiones de Reynolds (Shih *et al.*, 1996)

$$\begin{aligned} \langle u_i' u_j' \rangle = & \frac{2}{3} k \delta_{ij} - 2C_d \frac{k^2}{\varepsilon} S_{ij} \\ & - \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left[C_1 \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_l} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_l} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_k} \frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_l} \delta_{ij} \right) \right. \\ & + C_2 \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k} \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k} - \frac{1}{3} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_k} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \\ & \left. + C_3 \left(\frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_i} \frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_j} - \frac{1}{3} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_k} \frac{\partial \langle u_l \rangle}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) \right] \end{aligned}$$

Descripción del modelo

Formulación matemática

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

Modelo de transporte k-ε (Rodi, 1981)

Ecuación k:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \langle u_i' u_j' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - \varepsilon$$

Ecuación ε:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \langle u_j \rangle \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} + \nu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + 2C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t S_{ij} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k}$$

donde

$$\nu_t = C_d \frac{k^2}{\varepsilon}$$

Descripción del modelo

Formulación matemática

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

Valores de las constantes

Modelo k-ε:

$$C_{1\varepsilon} = 1.44 \quad C_{2\varepsilon} = 1.90 \quad \sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Modelo no-lineal de cierre:

$$C_d = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3.7 + S_{\max}} \right)$$

$$C_1 = \frac{1}{185.2 + 3D_{\max}^2}$$

$$C_2 = \frac{1}{58.5 + 3D_{\max}^2}$$

$$C_3 = \frac{1}{370.4 + 3D_{\max}^2}$$

donde

$$S_{\max} = \frac{k}{\varepsilon} \max \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_i} \right)$$

$$D_{\max} = \frac{k}{\varepsilon} \max \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} \right)$$

Descripción del modelo

Formulación matemática

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

Condiciones de contorno

Modelo k-ε

Superficie libre

$$\frac{\partial k}{\partial n} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0$$

Contornos

$$\frac{\langle u_n \rangle}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{Eu_* y}{\nu}$$

Ecuaciones RANS

Superficie libre

$$\tau_s = 0 \quad \tau_n = p$$

Contornos (no deslizamiento)

$$\langle u_t \rangle = \langle u_n \rangle = 0$$

Descripción del modelo

Formulación matemática

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

Ecuaciones en el medio poroso

$$\langle \mathbf{a} \rangle = \frac{1}{V_f} \int_{V_f} \mathbf{a} \cdot dV$$

$$\langle \mathbf{a} \rangle_D = \frac{1}{V} \int_{V_f} \mathbf{a} \cdot dV$$

$$\langle \mathbf{a} \rangle_D = n \langle \mathbf{a} \rangle$$

$$n = \frac{V_f}{V}$$



V : Volumen de control

V_f : Volumen que ocupa el fluido

n : porosidad

Descripción del modelo

Formulación matemática

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

• Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \langle \bar{u}_i \rangle}{\partial x_i} = 0$$

• Conservación de la cantidad de movimiento:

$$\frac{1+c_A}{n} \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle_i}{\partial t} + \frac{1}{n^2} \langle \bar{u}_j \rangle \frac{\partial \langle \bar{u} \rangle_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle \bar{p} \rangle}{\partial x_i} + \frac{\nu}{n} \frac{\partial^2 \langle \bar{u} \rangle_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{1}{n} \frac{\partial \overline{u_i'' u_j''}}{\partial x_j}$$

donde:

$$-n^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \overline{u_i'' u_j''}}{\partial x_j} = -ga_p \bar{u}_i - gb_p \bar{u}_c \bar{u}_i$$

Descripción del modelo

Formulación matemática

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

- Resolución en el medio poroso:

$$-n^{\frac{1}{2}} \frac{\partial u_i'' u_j''}{\partial x_j} = -ga_p \bar{u}_i - gb_p \bar{u}_c \bar{u}_i$$

Esfuerzo
lineal viscoso

Fuerza no
lineal
turbulenta

donde:

$$\bar{u}_c = \sqrt{\overline{u_i \cdot u_i}}$$

$$a_p = \alpha_p \frac{(1-n)^2}{n^3} \frac{v}{gD_{50}^2},$$

$$b_p = \beta_p \left(1 + \frac{7.5}{KC} \right) \frac{1-n}{n^3} \frac{1}{gD_{50}}, \quad KC = \frac{\bar{u}_c T}{nD_{50}}$$

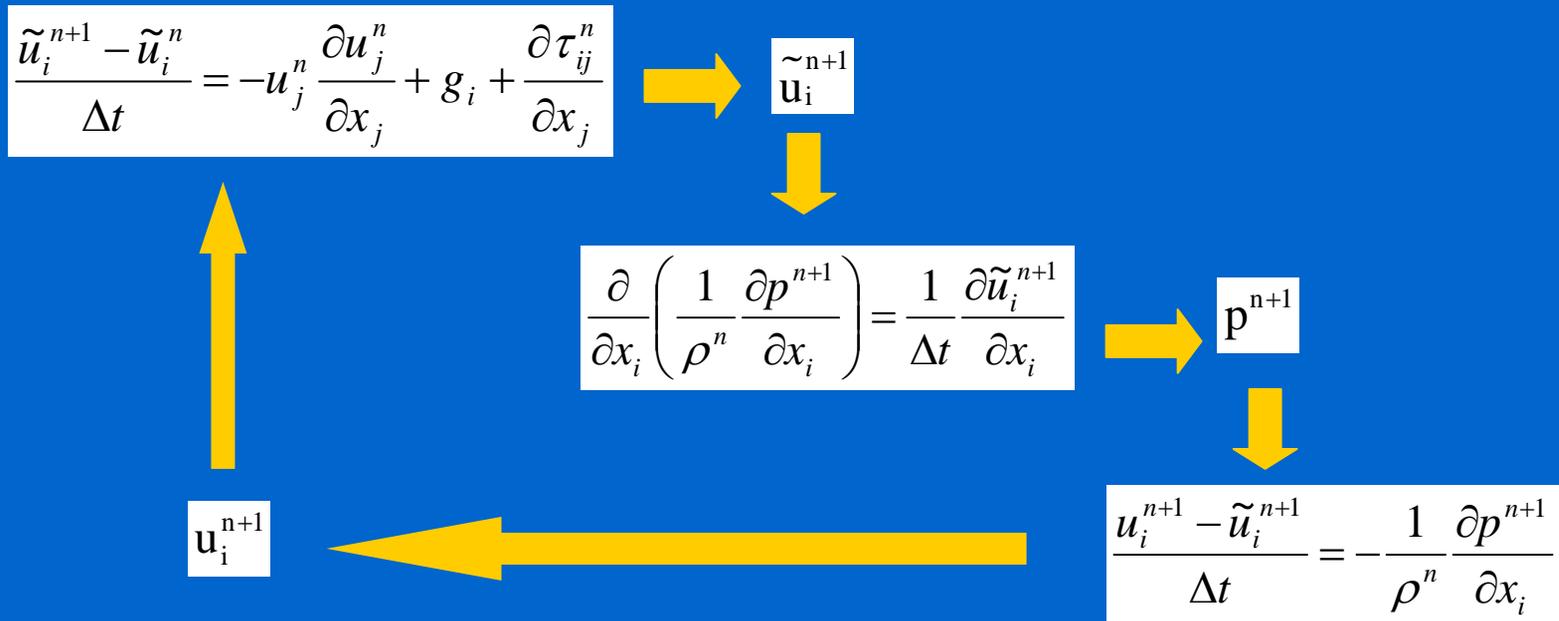
Descripción del modelo

Técnicas de resolución

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

Esquema numérico

Esquema de diferencias finitas de proyección en dos pasos (Chorin, 1968)



Descripción del modelo

Técnicas de resolución

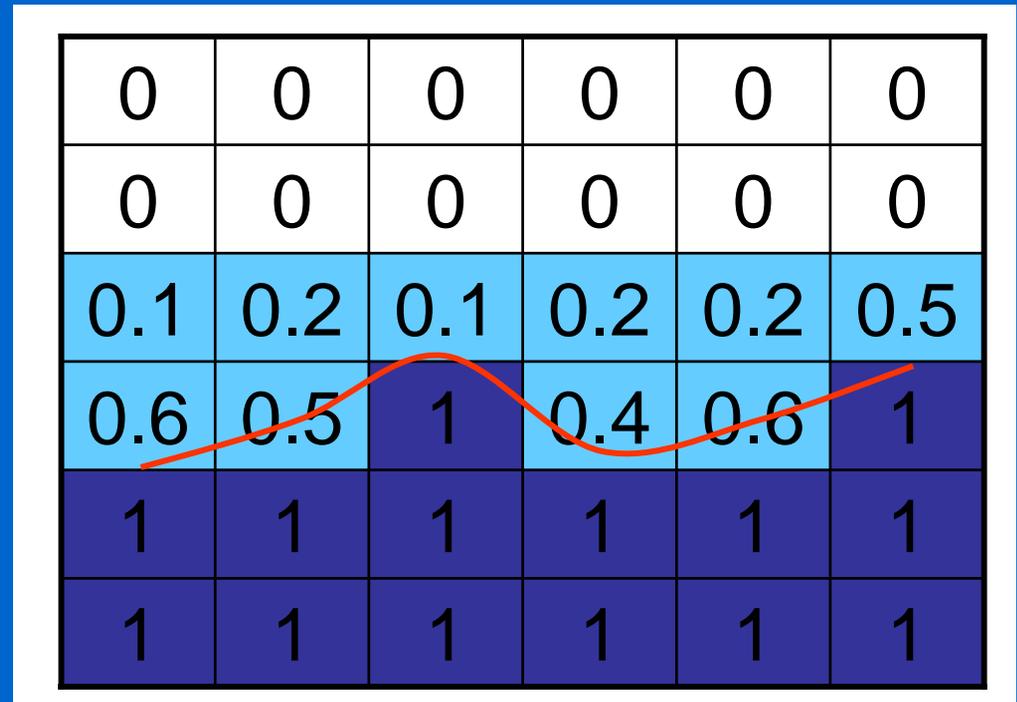
1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

Técnica VOF (Volume Of Fluid)

Desarrollado por Hirt & Nichols, 1981

Recomposición de la superficie libre

$$\left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| > \left| \frac{\partial F}{\partial x} \right| \quad \frac{\partial F}{\partial x} <, > 0$$



$$\left| \frac{\partial F}{\partial y} \right| > \left| \frac{\partial F}{\partial x} \right|, \quad \frac{\partial F}{\partial x} > 0 \Rightarrow \text{Superficie libre en la derecha}$$

Descripción del modelo

Técnicas de resolución

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

Función fuente

Internal wave-maker, Lin & Liu (1998,a)

Introduce un incremento de presión

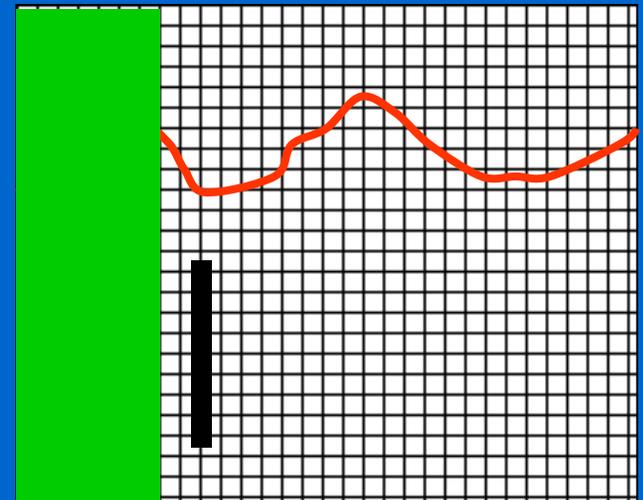
Genera desde oleaje regular, Stokes de segundo-quinto orden, teoría cnoidal hasta oleaje irregular y onda solitaria

Zona de absorción

Zona de absorción de oleaje con una disipación función de la distancia a la función fuente

$$\gamma = 1 - \alpha\beta^3 - (1 - \alpha)\beta^6$$

$$\beta = \frac{x - x_0}{-L}$$



Descripción del modelo

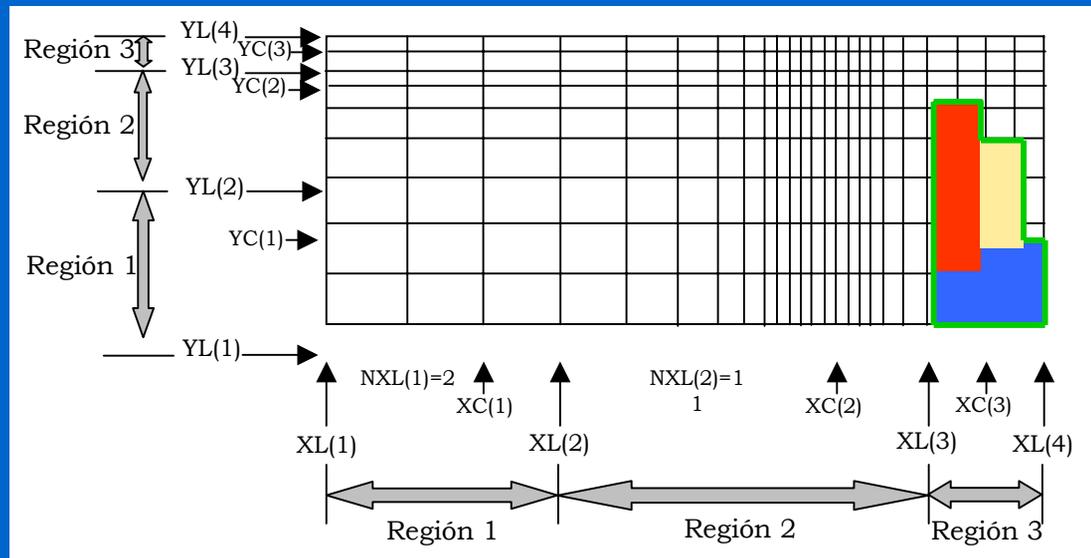
Técnicas de resolución

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

Mallado e inclusión de obstáculos y medios porosos

Posibilidad de generación mallas irregulares

Generación de obstáculos y medios porosos mediante polígonos



3. LABORATORY EXPERIMENTS

OUTLINE

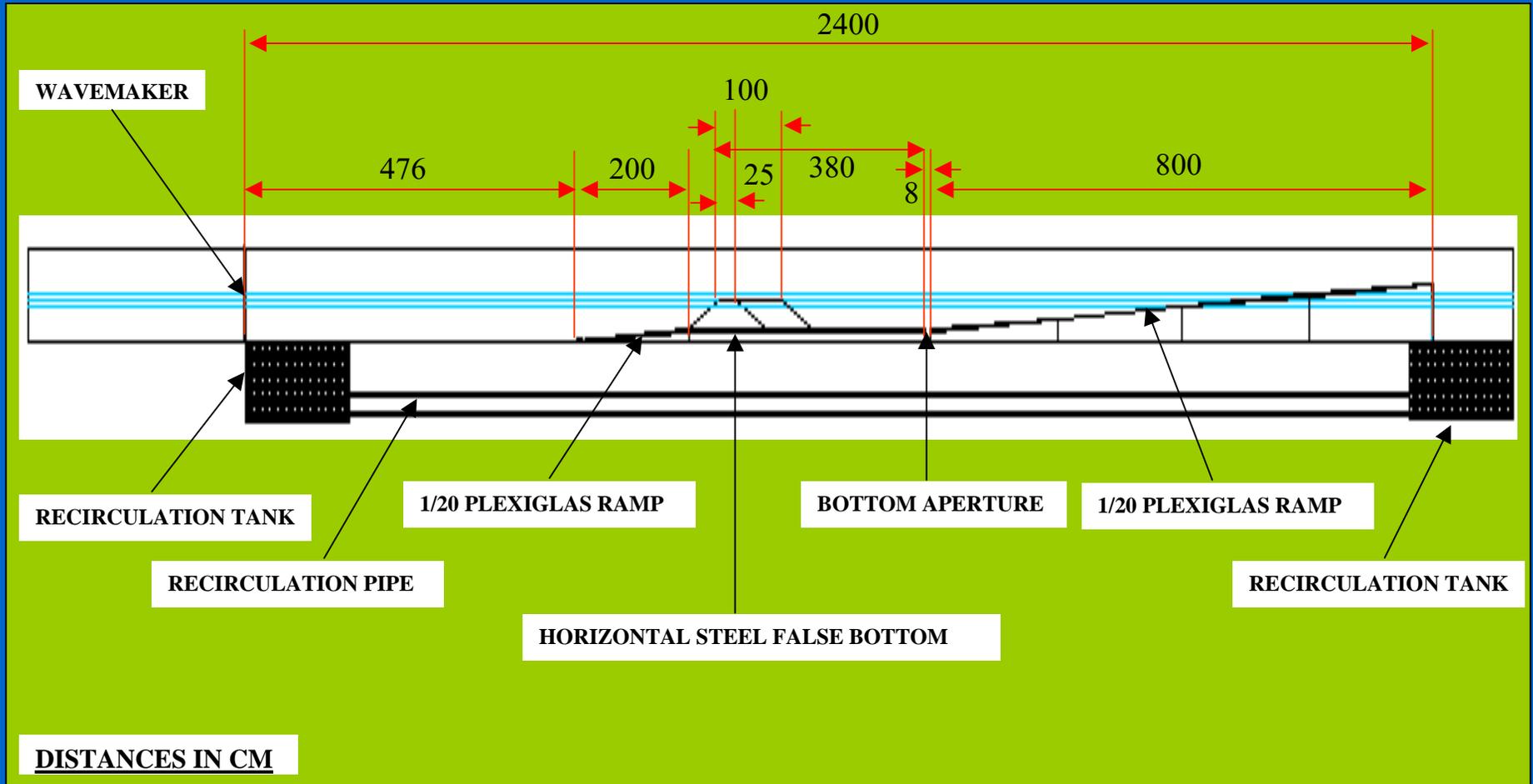
1. GEOMETRY
2. INSTRUMENTATION
3. CASES DESCRIPTION





3. Laboratory experiments

3.1 Geometry



3. Laboratory experiments

3.2 Instrumentation



LDV AT WORK



4. MODEL CALIBRATION

OUTLINE

1. MODELLED CASES
2. MESH DESCRIPTION
3. INPUT PARAMETERS
4. POROUS MEDIA PARAMETERS CALIBRATION
5. RESULTS



4. Model calibration

4.1 Modelled cases

- *Regular waves*
- *Wave period: $T = 1.6$ s*
- *Structure crest width: $b = 1$ m*

Test 223: $h = 0.40$ m, $H = 0.10$ m
(with recirculation)

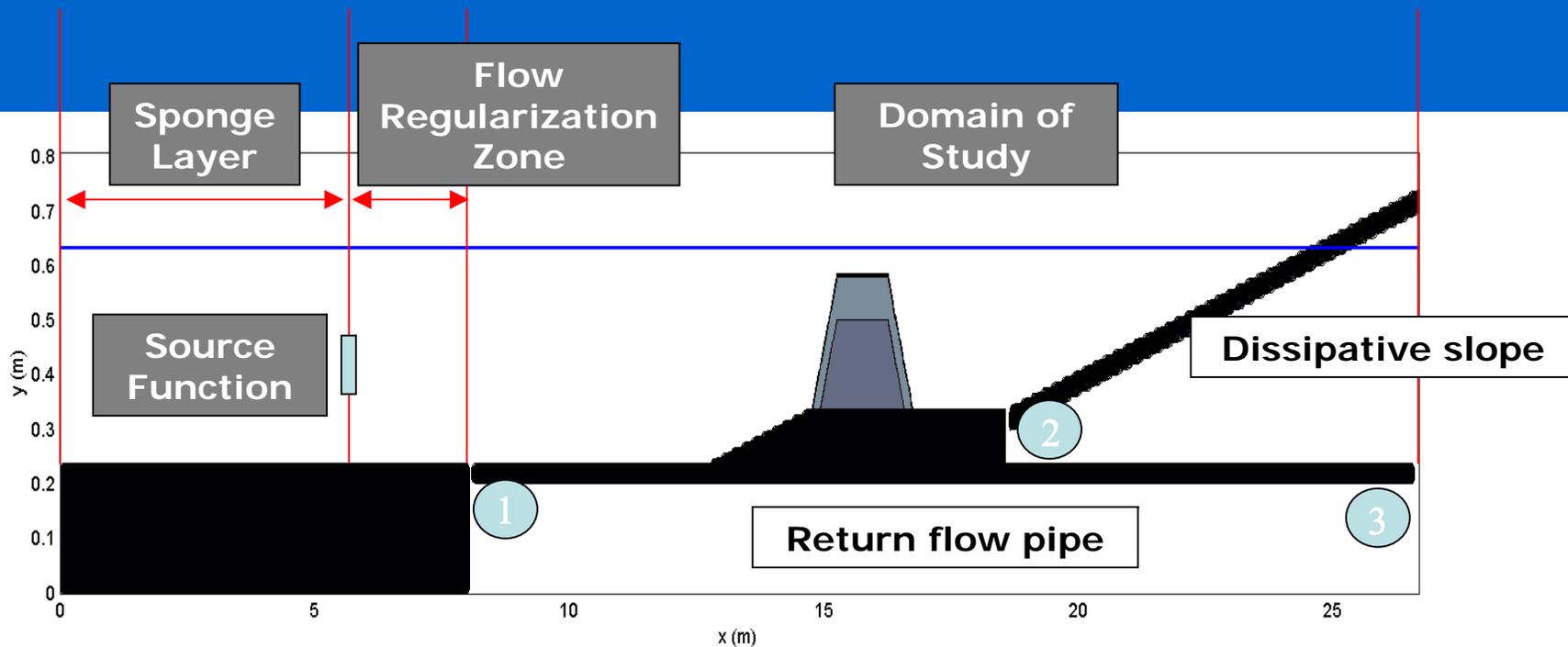
→ *Test 218: $h = 0.40$ m, $H = 0.05$ m*
(with recirculation)

→ *Test 351: $h = 0.30$ m, $H = 0.10$ m*
(emerged structure, with recirculation)



4. Model calibration

4.2 Mesh description

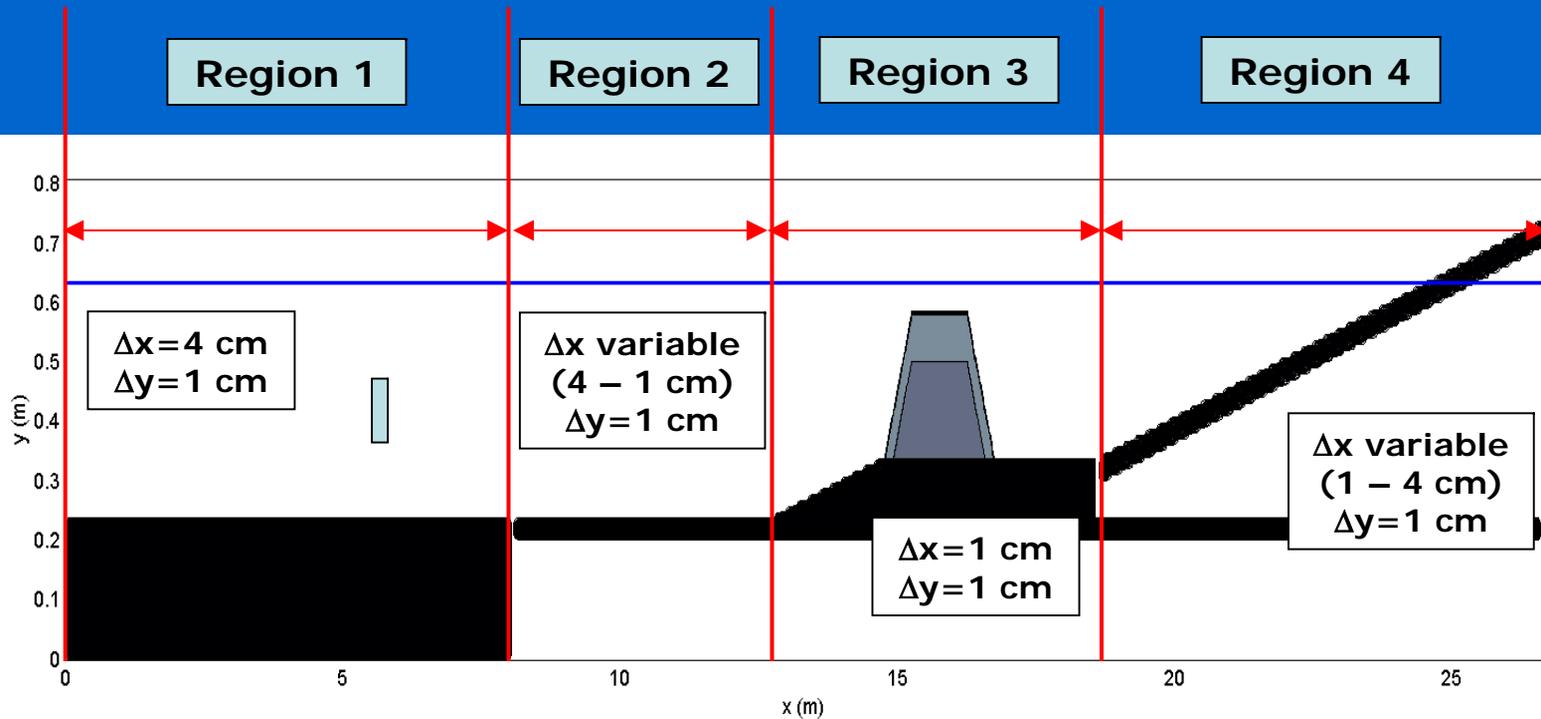


1 2 3 Apertures



4. Model calibration

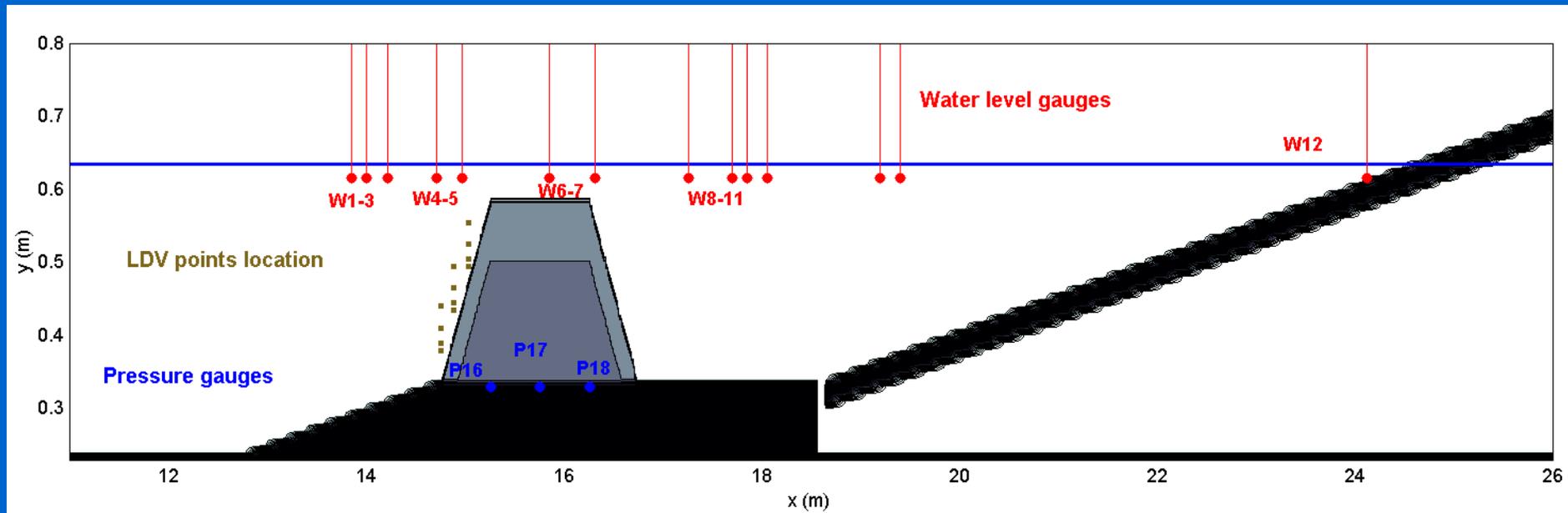
4.2 Mesh description



4. Model calibration

4.5 Results

Gauges location



4. Model calibration

4.5 Results

Evaluated magnitudes

WATER SURFACE:

- Maximum and minimum envelopes
- Mean water level
- Water surface history
- Harmonics amplitude

PRESSURE:

- Pressure surface history

VELOCITY:

- Ensemble averaged velocity field
- Phase averaged velocity field

RETURN FLOW:

- Pipe mean velocity

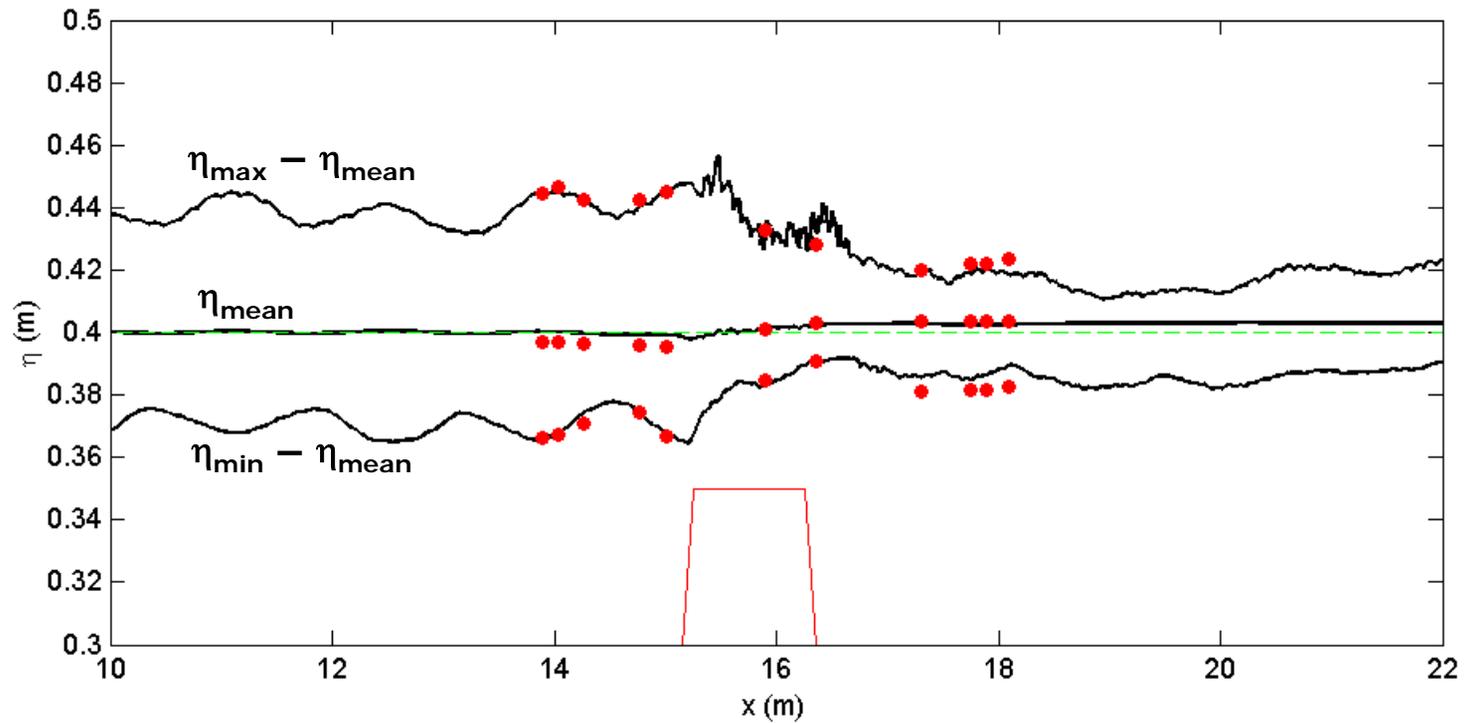


4. Model calibration

4.5 Results

Wave Height Envelopes

Test 223: $h = 0.40$ m, $H = 0.10$ m (RECIRCULATION)

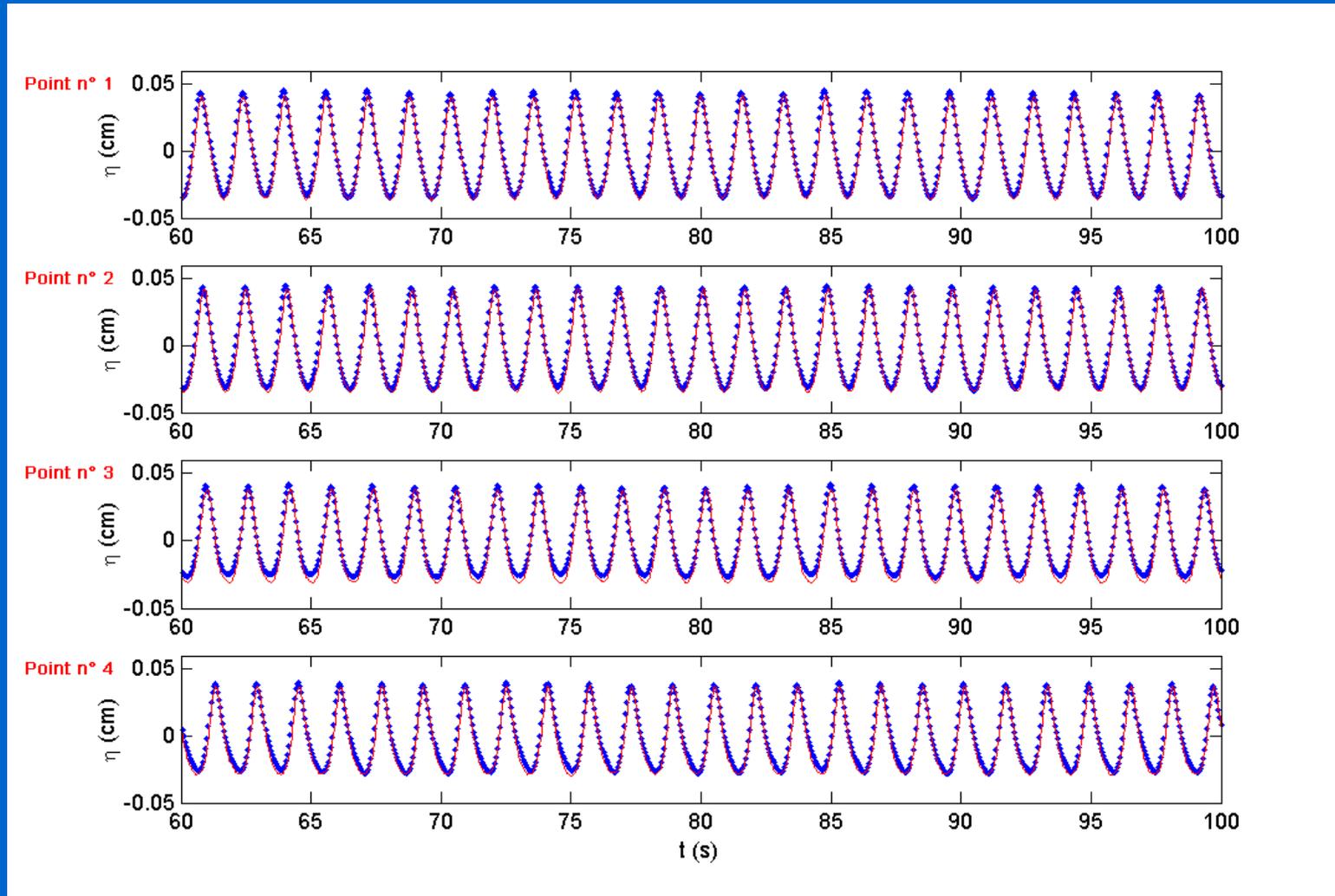


4. Model calibration

4.5 Results

Test 223: $h = 0.40$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

Water surface history

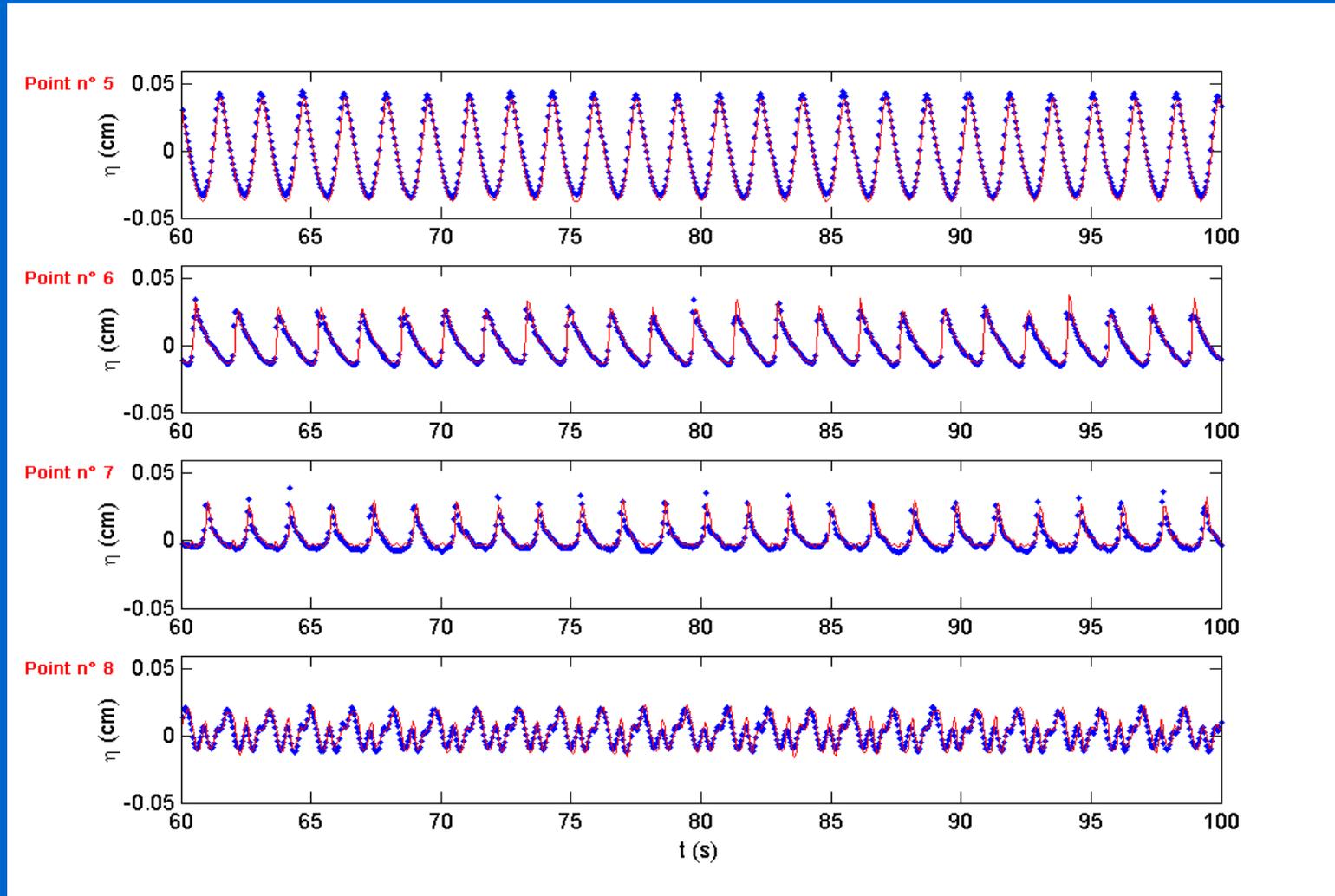


4. Model calibration

4.5 Results

Test 223: $h = 0.40$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

Water surface history

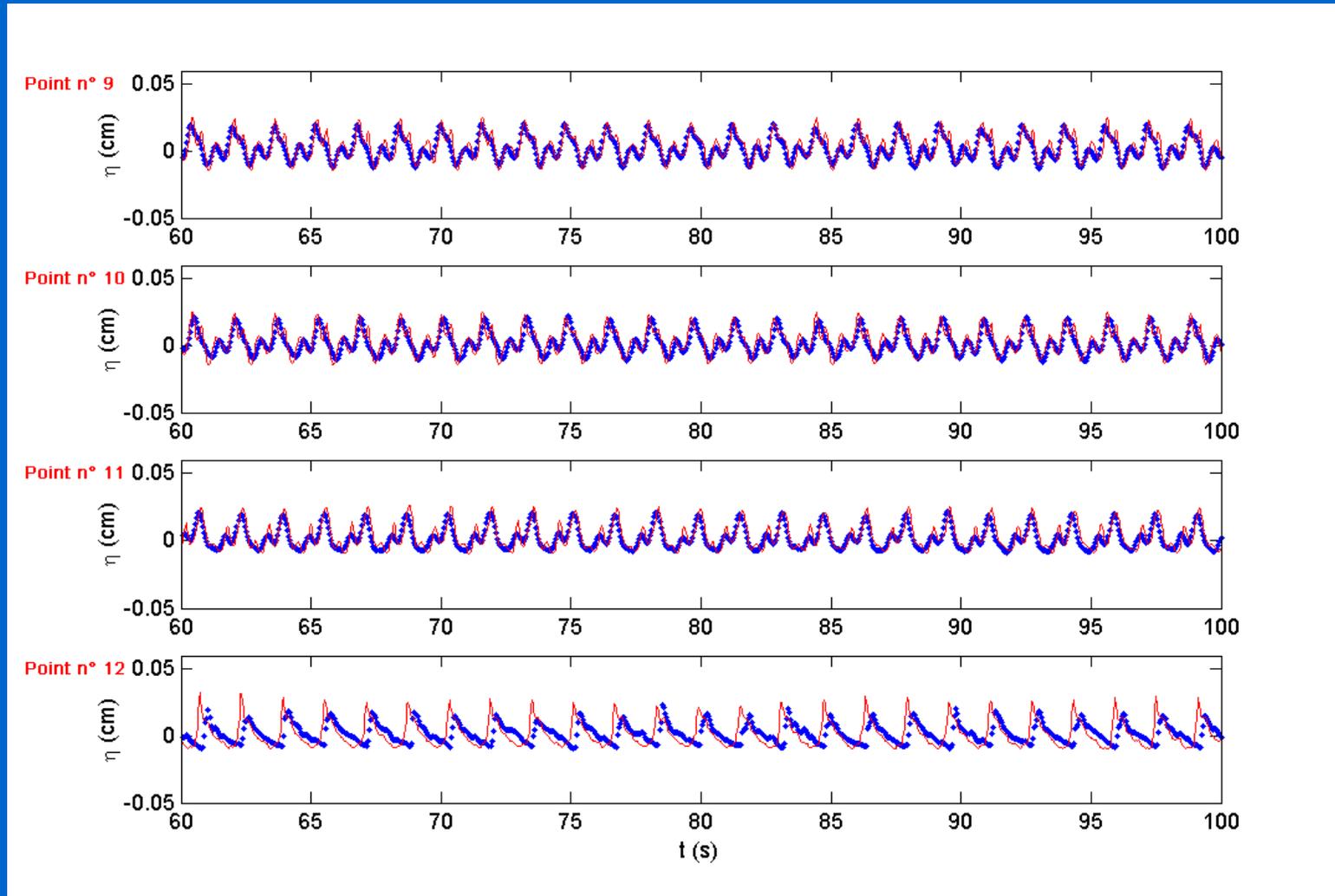


4. Model calibration

4.5 Results

Test 223: $h = 0.40$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

Water surface history

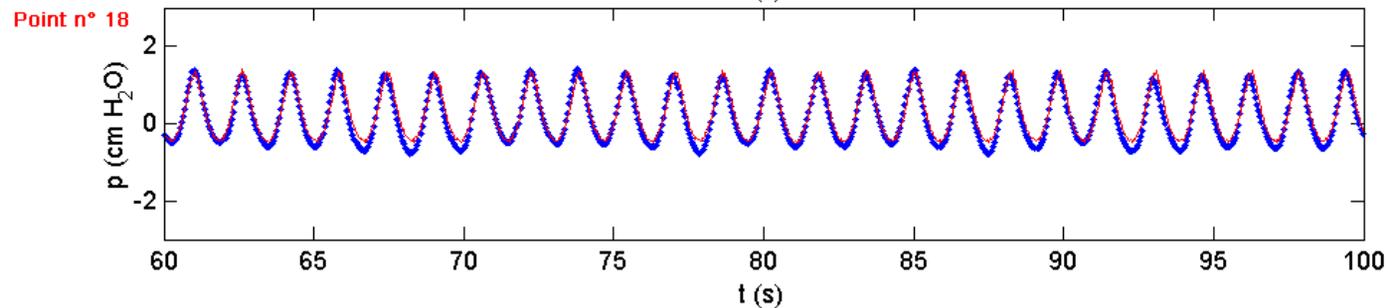
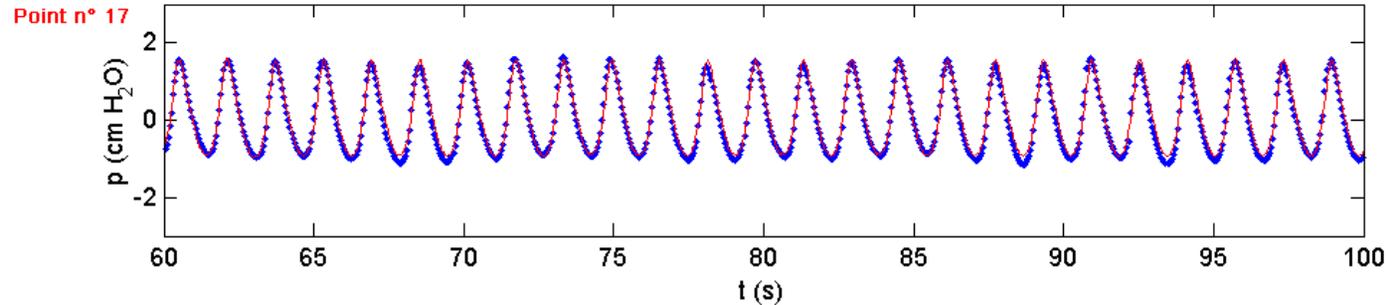
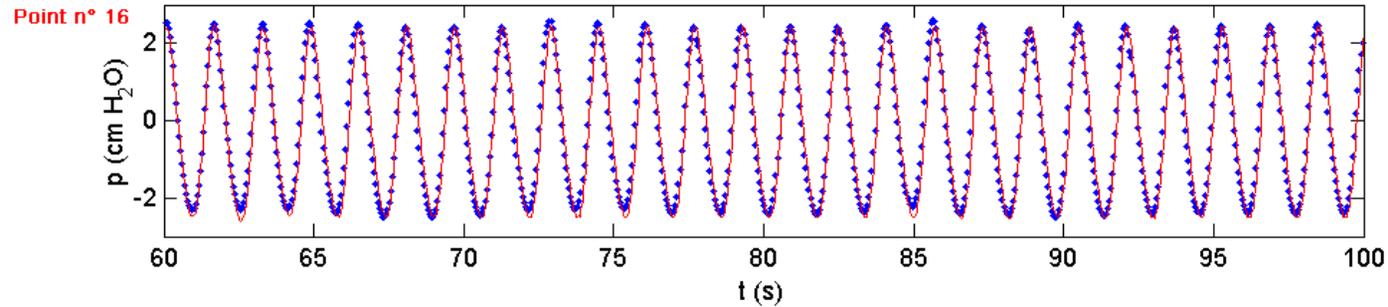


4. Model calibration

4.5 Results

Test 223: $h = 0.40$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

Pressure History

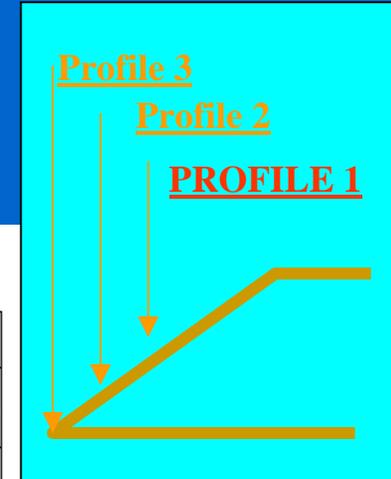
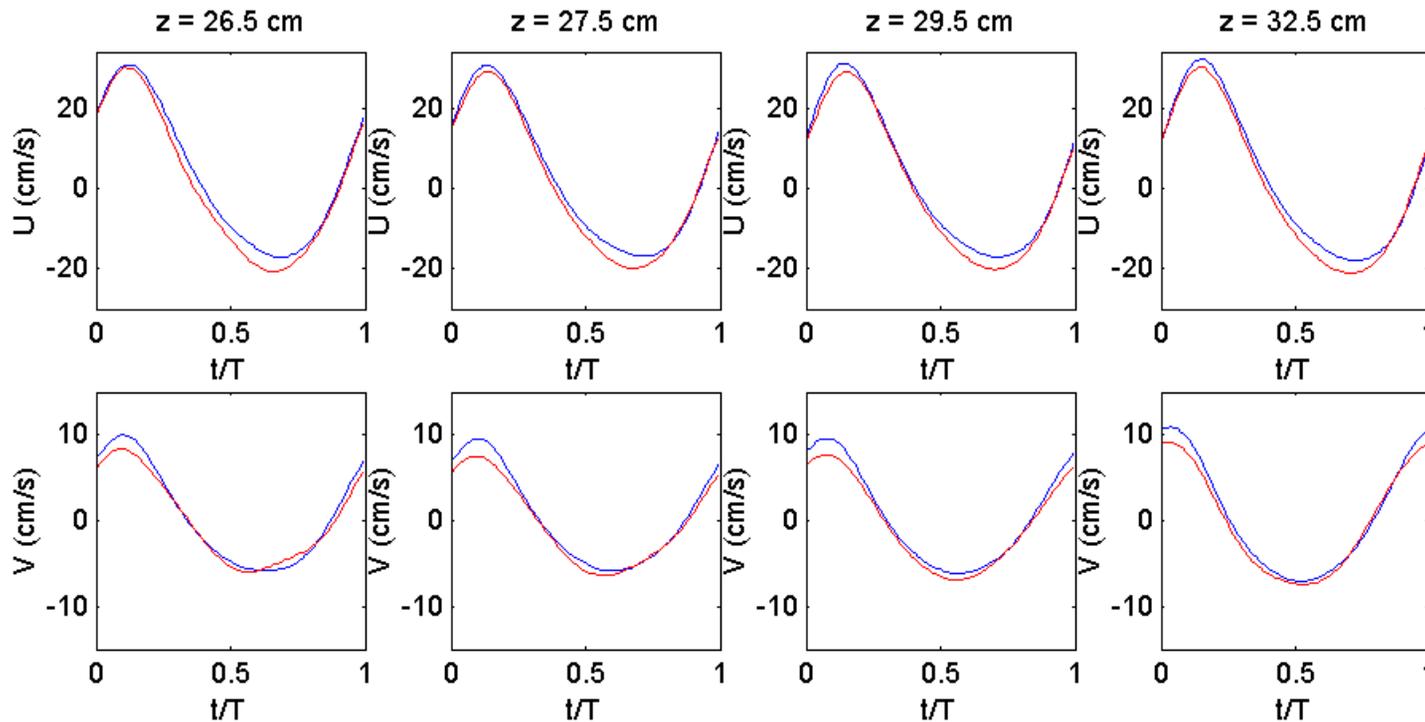


4. Model calibration

4.5 Results

Test 223: $h = 0.40$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

Phase Averaged Velocities

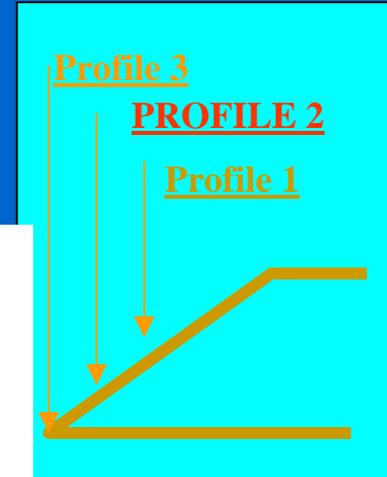
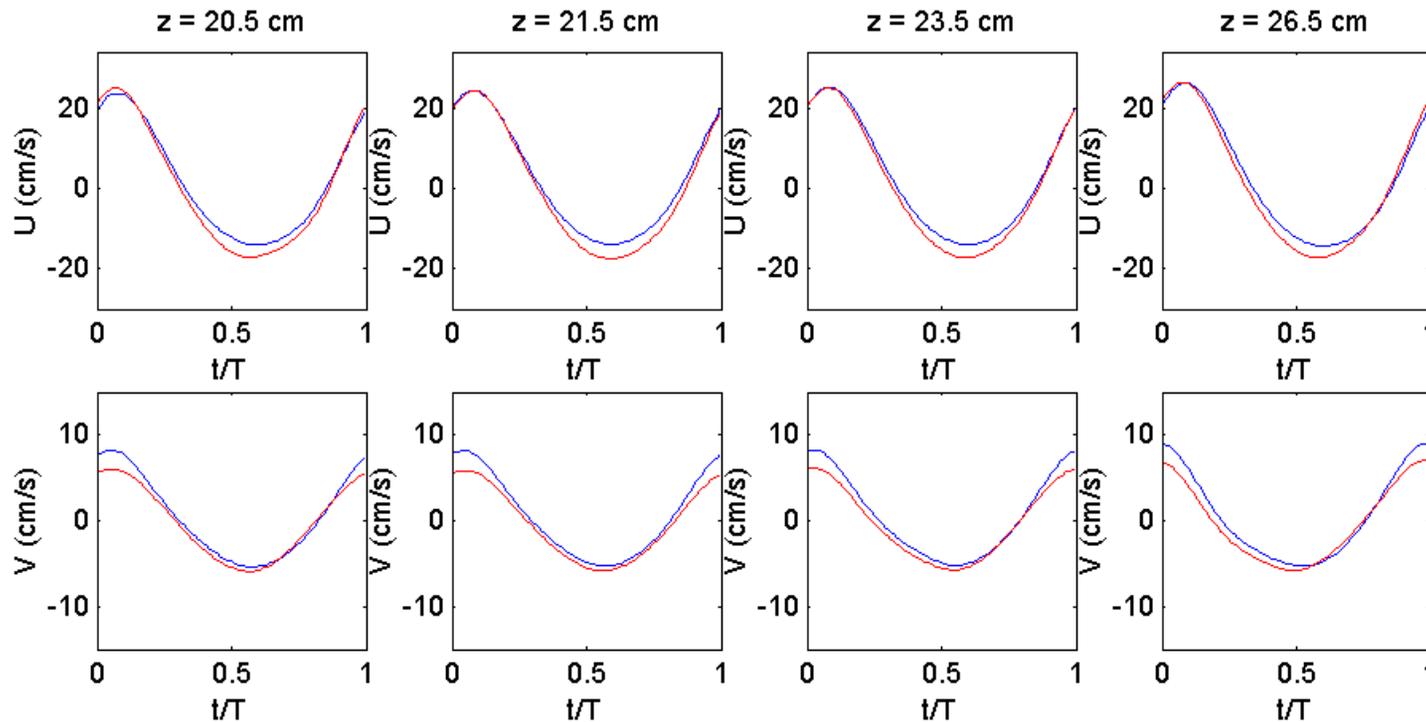


4. Model calibration

4.5 Results

Test 223: $h = 0.40$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

Phase Averaged Velocities

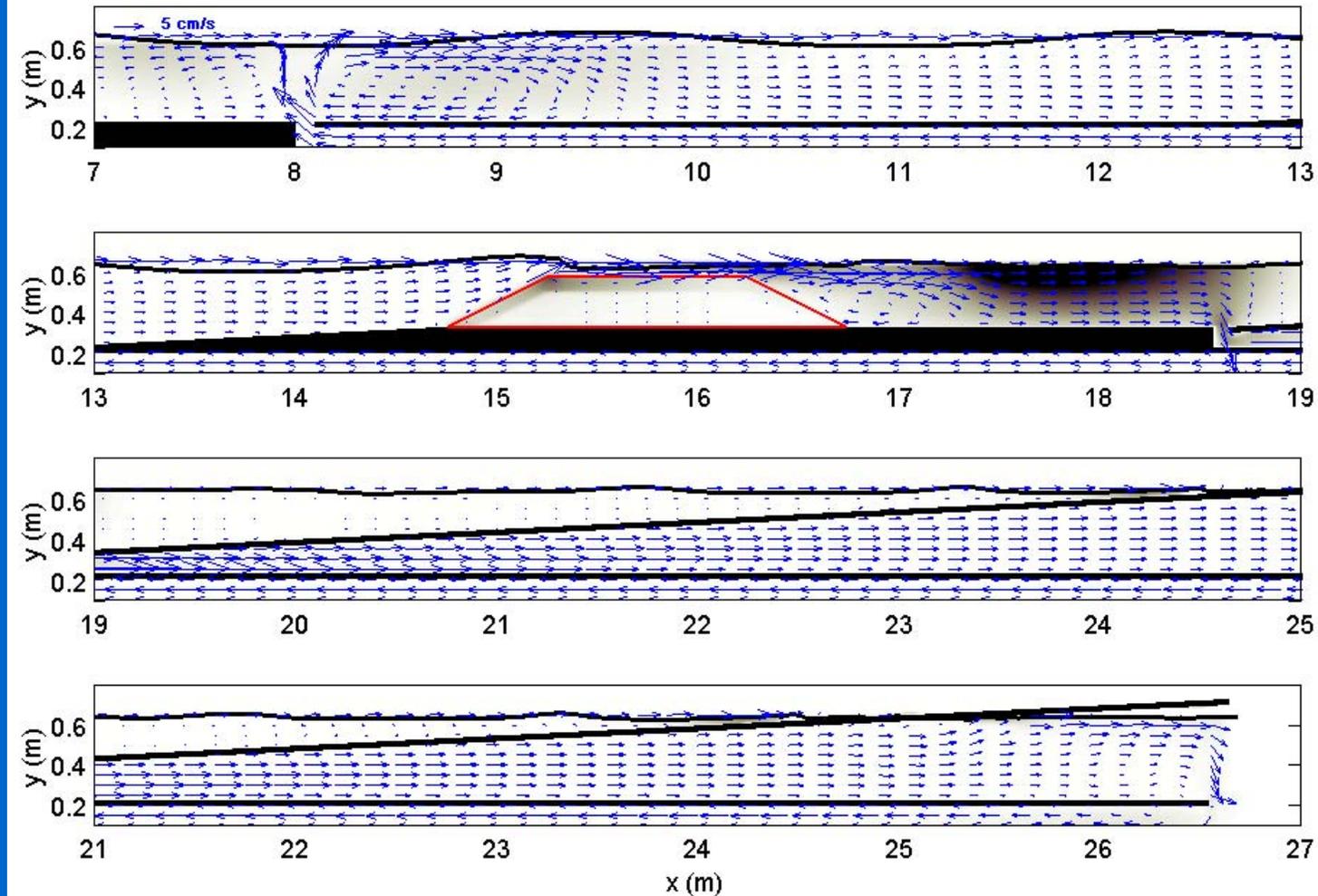


4. Model calibration

4.5 Results

Test 223: $h = 0.40$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

Ensemble averaged velocity and TKE field

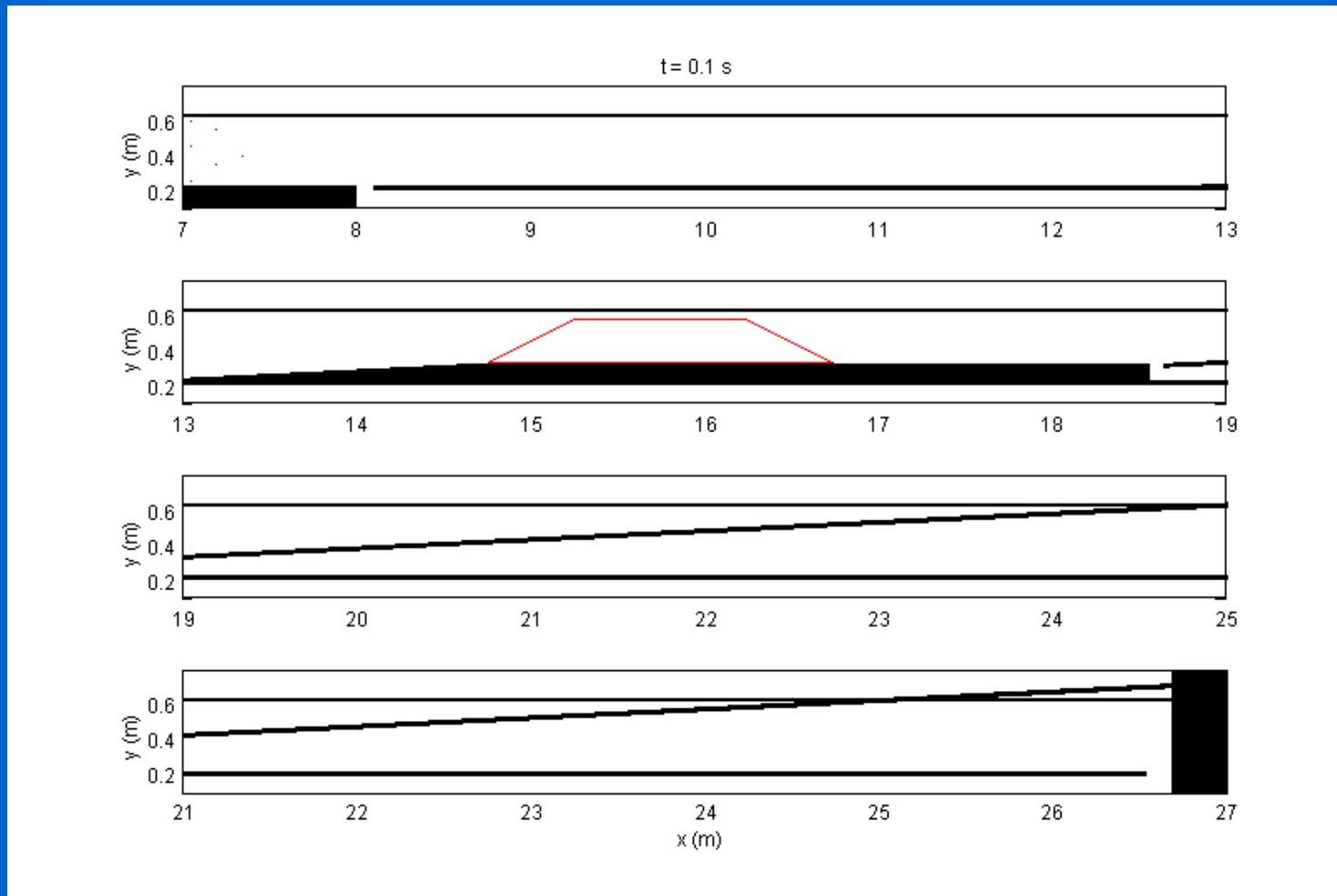


4. Model calibration

4.5 Results

Velocity and TKE field

Test 218: $h = 0.40$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

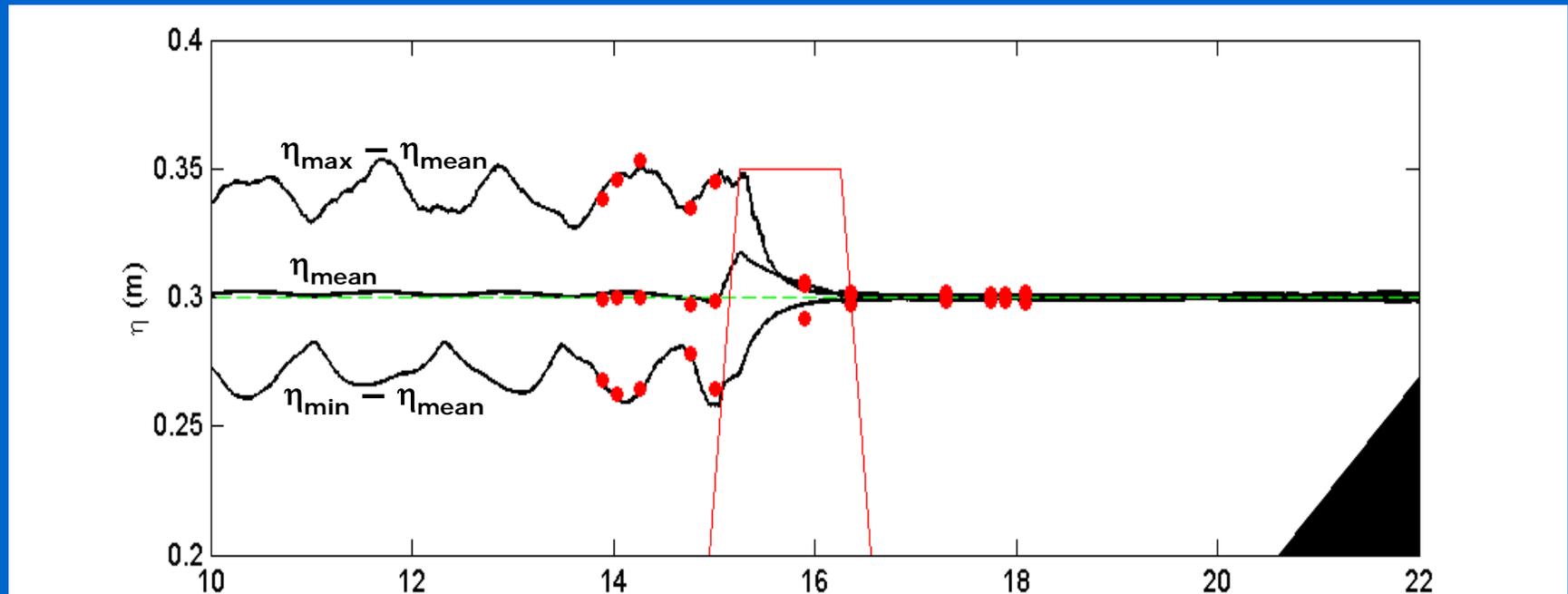


4. Model calibration

4.5 Results

Wave Height Envelopes

Test 351: $h = 0.30$ m, $H = 0.10$ m (RECIRCULATION)

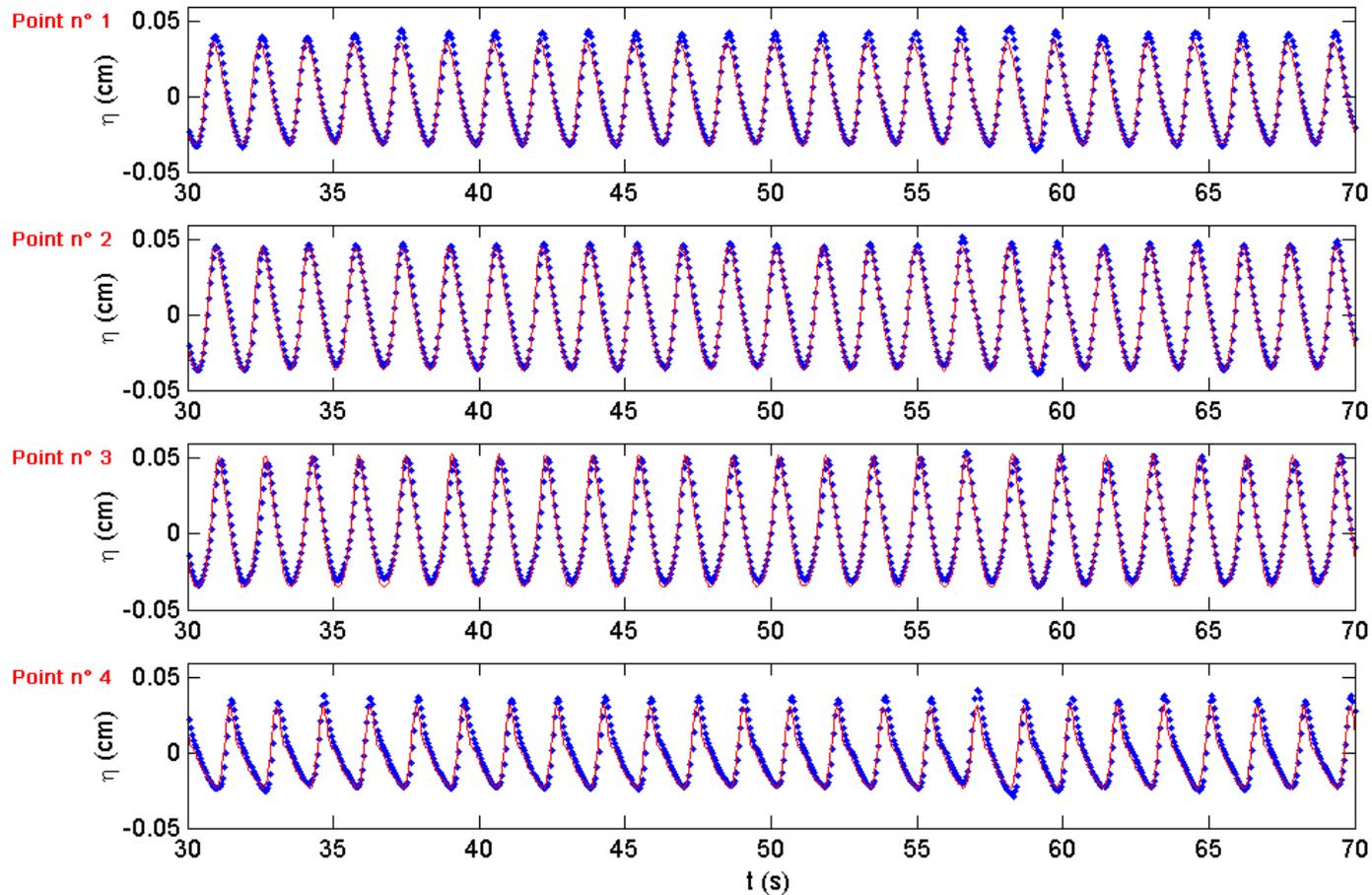


4. Model calibration

4.5 Results

Test 351: $h = 0.30$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

Water surface history

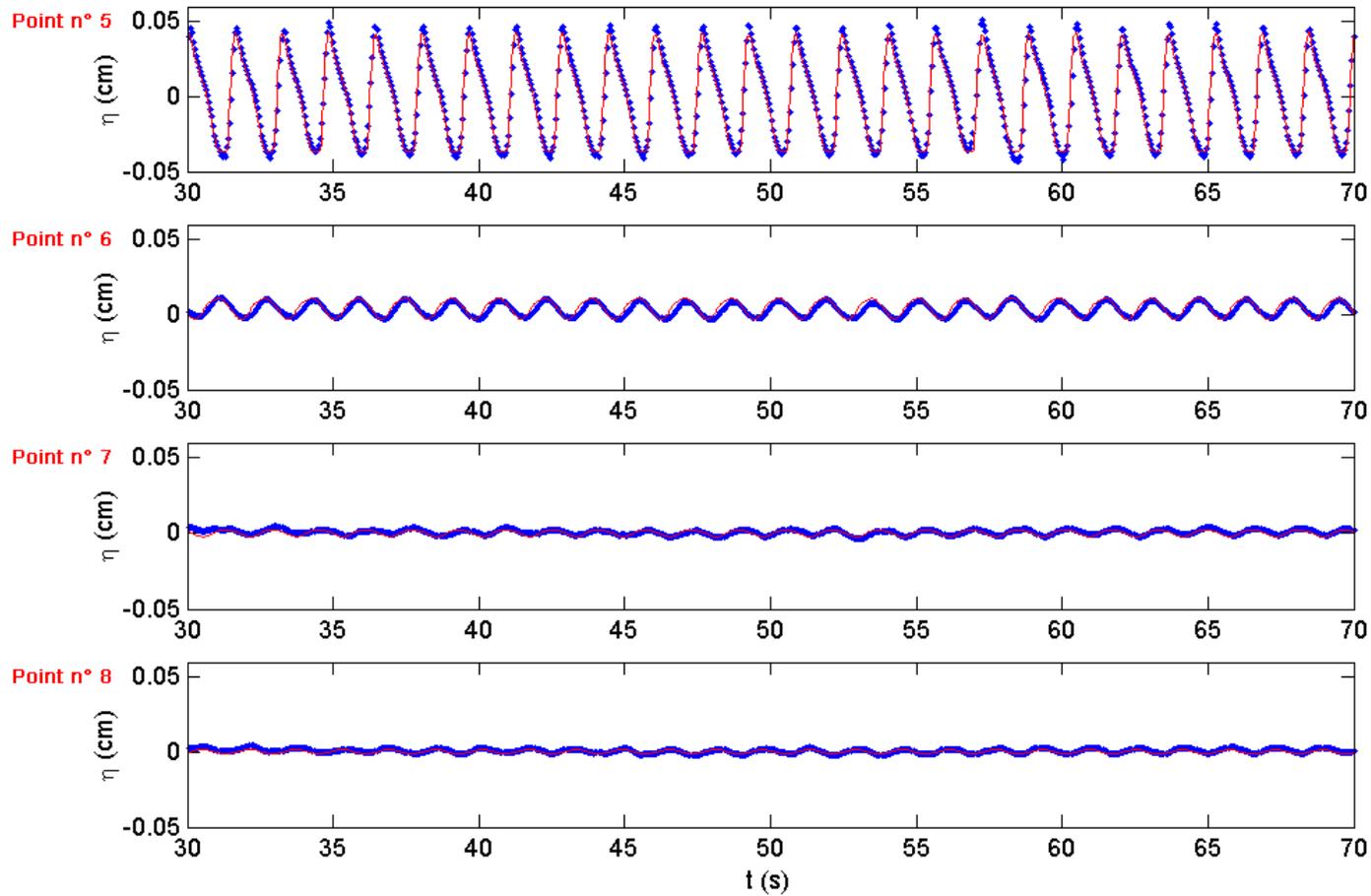


4. Model calibration

4.5 Results

Test 351: $h = 0.30$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

Water surface history

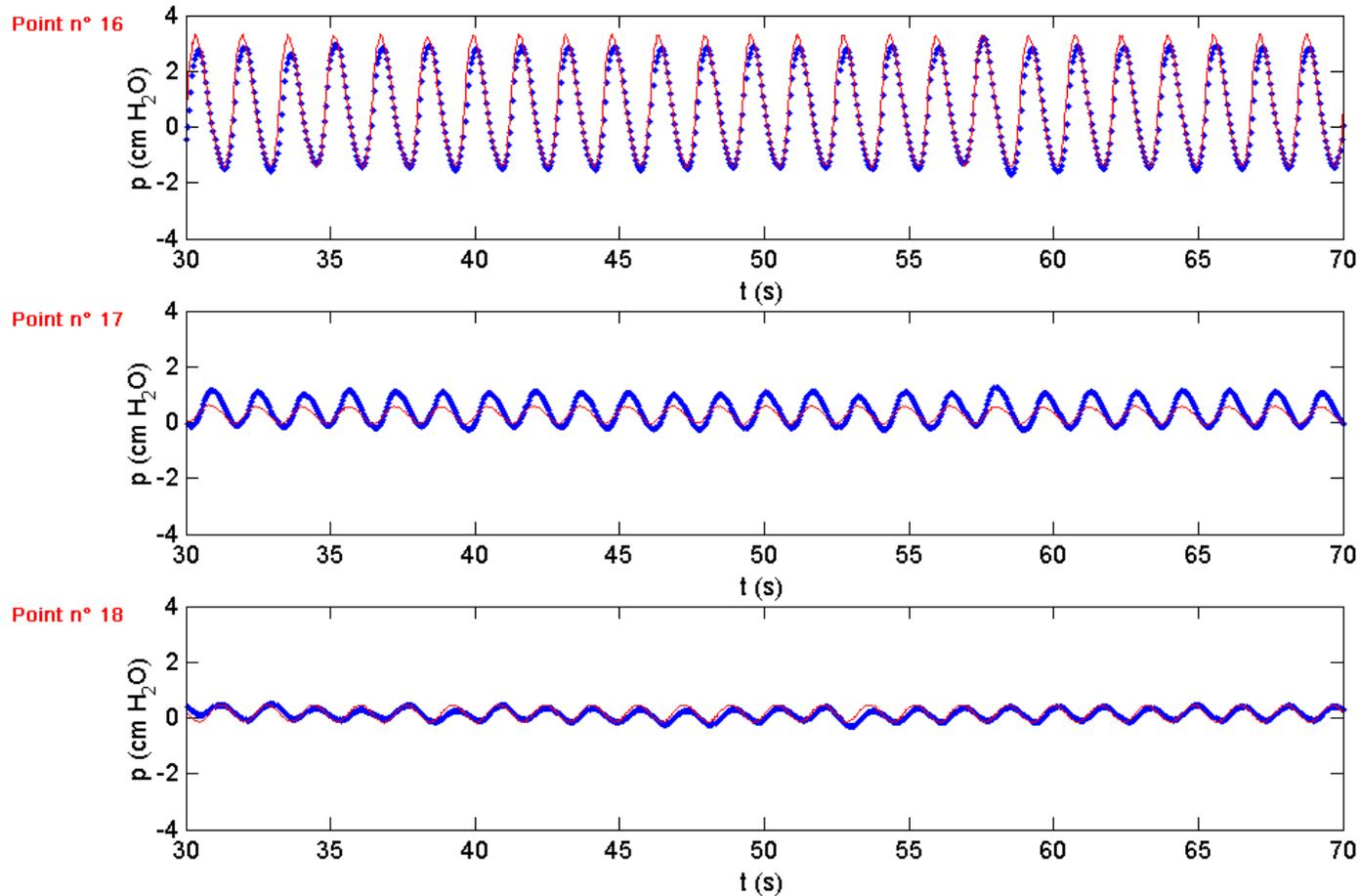


4. Model calibration

4.5 Results

Test 351: $h = 0.30$ m, $H = 0.10$ m
(RECIRCULATION)

Pressure History



1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.

Dique de Fuengirola



Sponge layer

Función fuente

Malla: $\Delta x = 0.4 \text{ m}$
 $\Delta y = 0.4 \text{ m}$

Oleaje: $H = 6 \text{ m}$
 $T = 15 \text{ s}$

Boques de 25 t

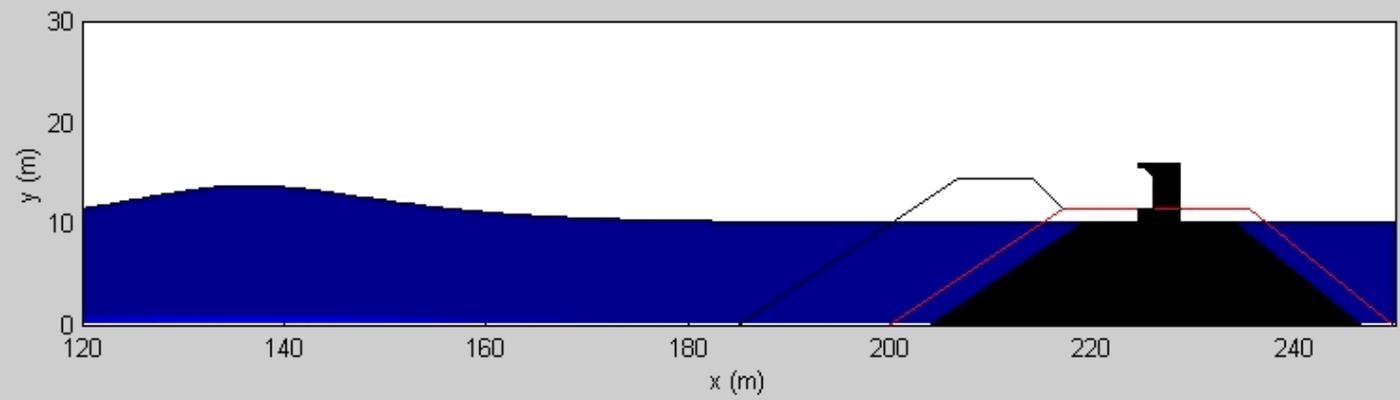
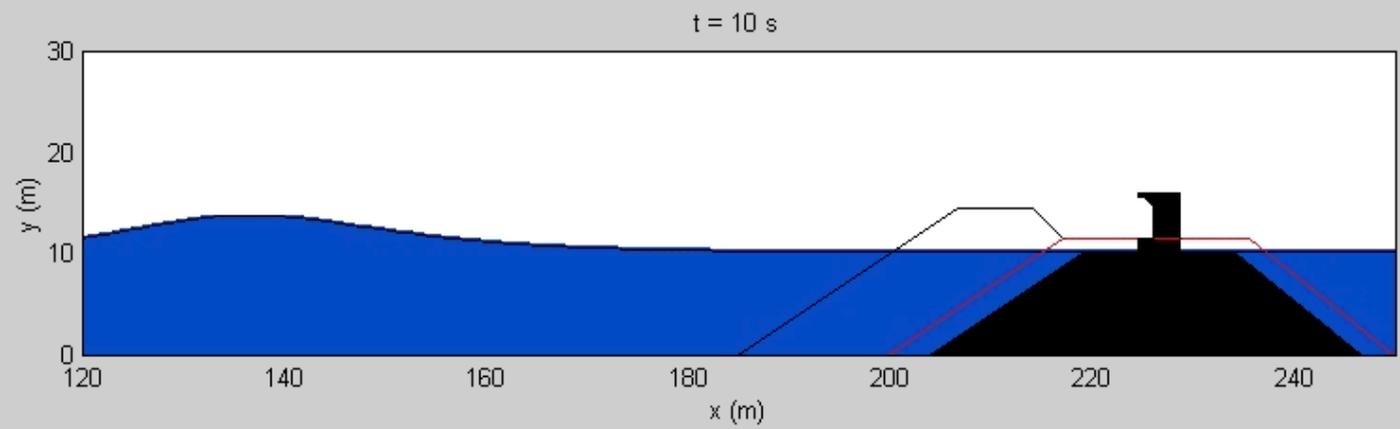
Escollera de 3 t

Todo uno

Resultados

Estructuras

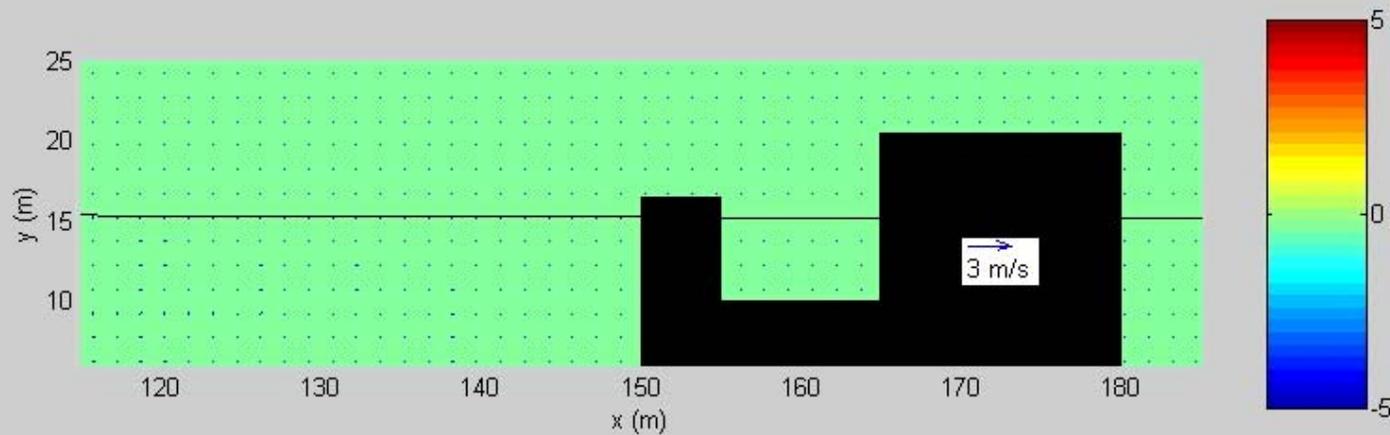
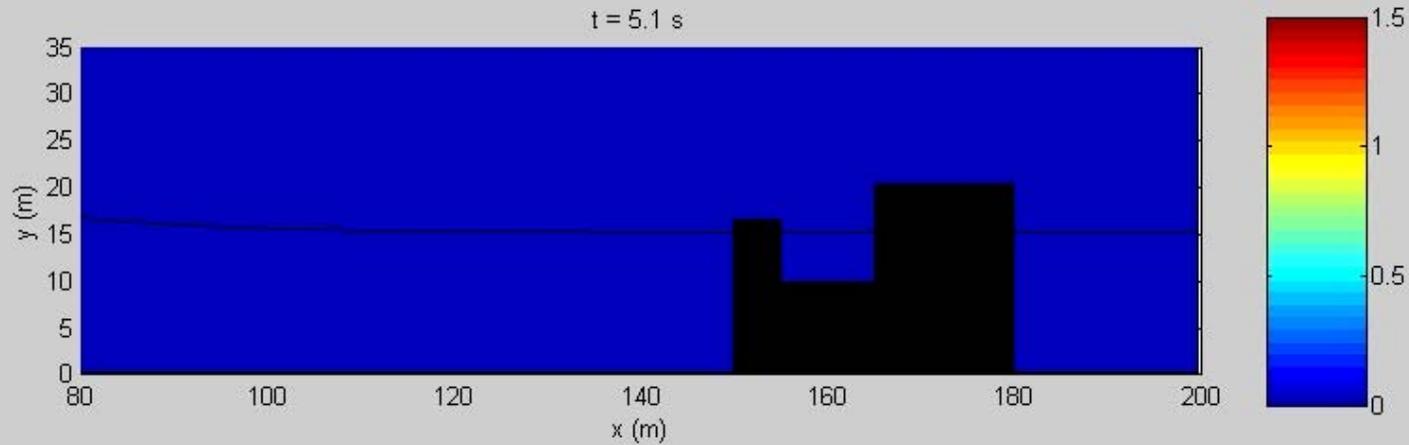
- 1. Introducción.
- 2. Estado del arte.
- 3. Descripción del modelo.
- 4. Resultados
- 5. Presentación del proyecto.



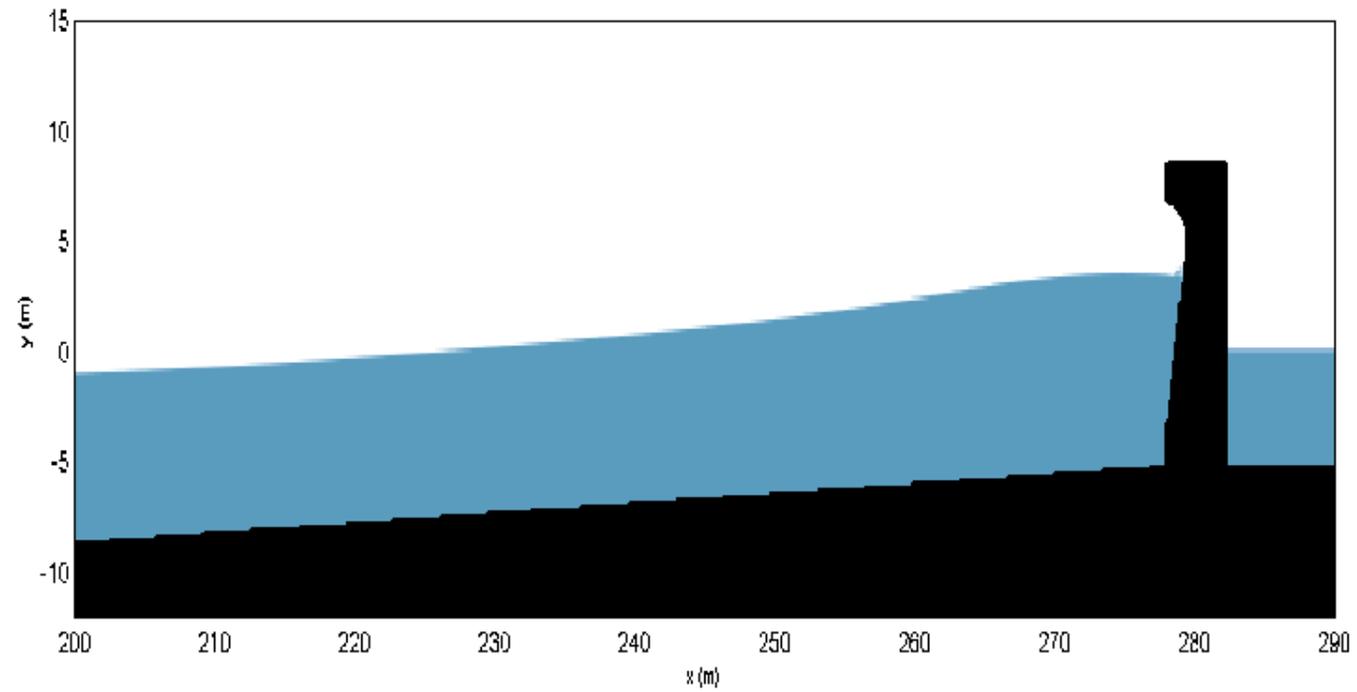
Resultados

Estructuras

1. Introducción.
2. Estado del arte.
3. Descripción del modelo.
4. Resultados
5. Presentación del proyecto.



t = 20 s

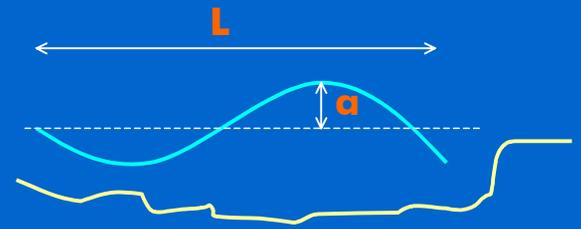


botaolas

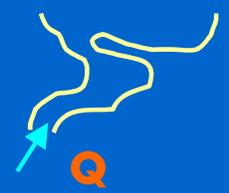
Modelos de onda larga

FORCING

- Astronomic tide
- Wind
- Horizontal density gradients $\frac{\partial \rho}{\partial x} \neq 0$,
- Fresh water discharge
- Storm surge
- Coriolis



$$\frac{\partial \rho}{\partial x} \neq 0,$$



GOVERNING EQUATIONS

Depth integrated shallow water wave equations

Momentum equations

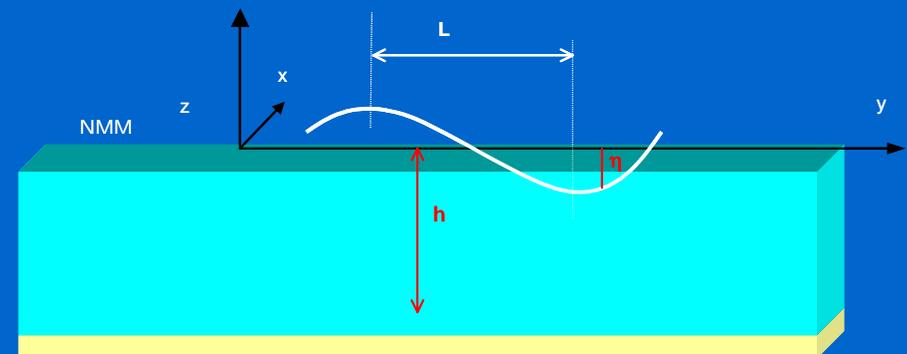
$$\frac{\partial(UH)}{\partial t} + \frac{\partial(U^2H)}{\partial x} + \frac{\partial(UVH)}{\partial y} = fVH - gH \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{gH^2}{2\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial x} + \quad \mathbf{x\text{-direction}}$$

$$+ \frac{1}{\rho_0} [\tau_{xz(\eta)} - \tau_{xz(-h)}] + H \varepsilon_h \left[\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right] + 2H \frac{\partial \varepsilon_h}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + H \frac{\partial \varepsilon_h}{\partial y} \left[\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right]$$

Continuity equation $\frac{\partial(UH)}{\partial x} + \frac{\partial(VH)}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial t} = 0$

Assumptions

Hydrostatic assumption
Boussinesq approximation



GOVERNING EQUATIONS

Depth integrated shallow water wave equations

Conservation equations for salinity and temperature

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} + V \frac{\partial C}{\partial y} = \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial x} \left(HD_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial y} \left(HD_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + F_c$$

Equations of state

$$\rho = \rho(S, T)$$

Unesco (1982)

GOVERNING EQUATIONS

Special features

**Representation of flooding
and drying of tidal flood
plains**

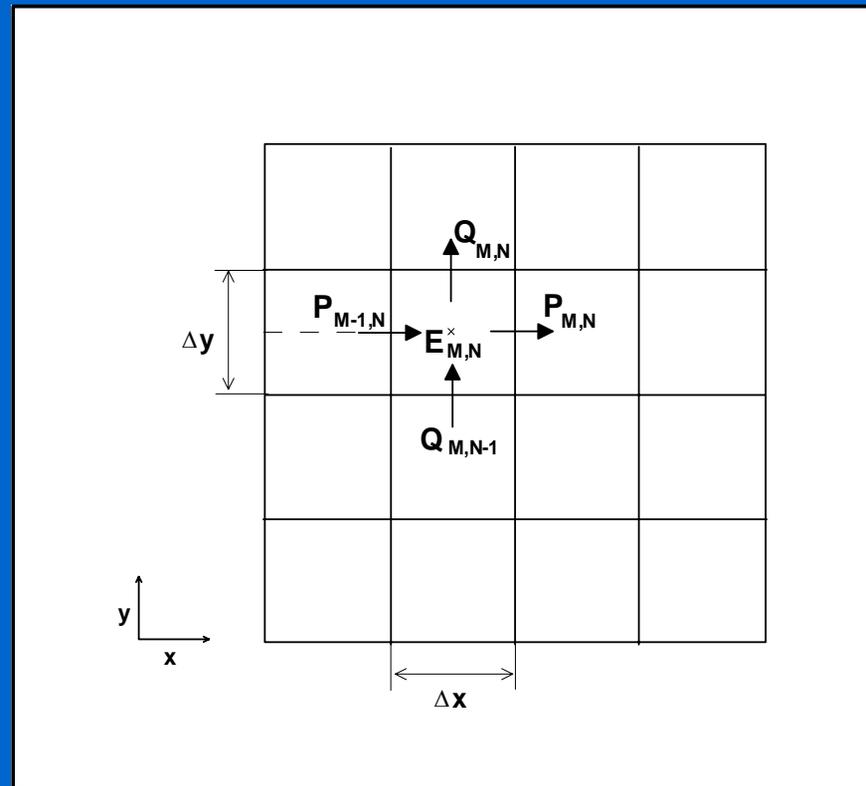


**Variable horizontal eddy
viscosity
(Smagorinsky)**

$$\varepsilon(x, y, t)$$

NUMERICAL INTEGRATION

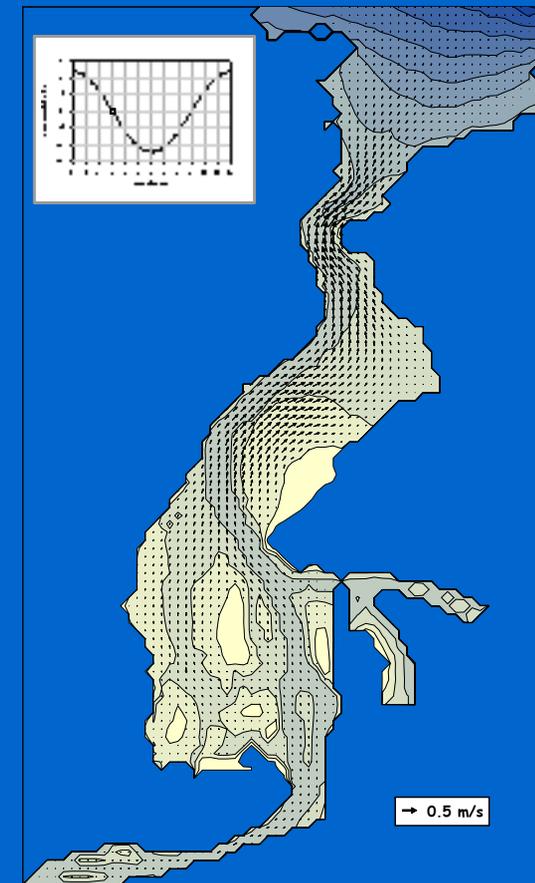
Alternating direction implicit (ADI) finite difference scheme (Leendertse, 1970)



RESULTS

- Surface elevation η
- Depth integrated velocities U, V
- Depth integrated density $\bar{\rho}$
- Depth integrated temperature \bar{T}
- Depth integrated salinity \bar{S}

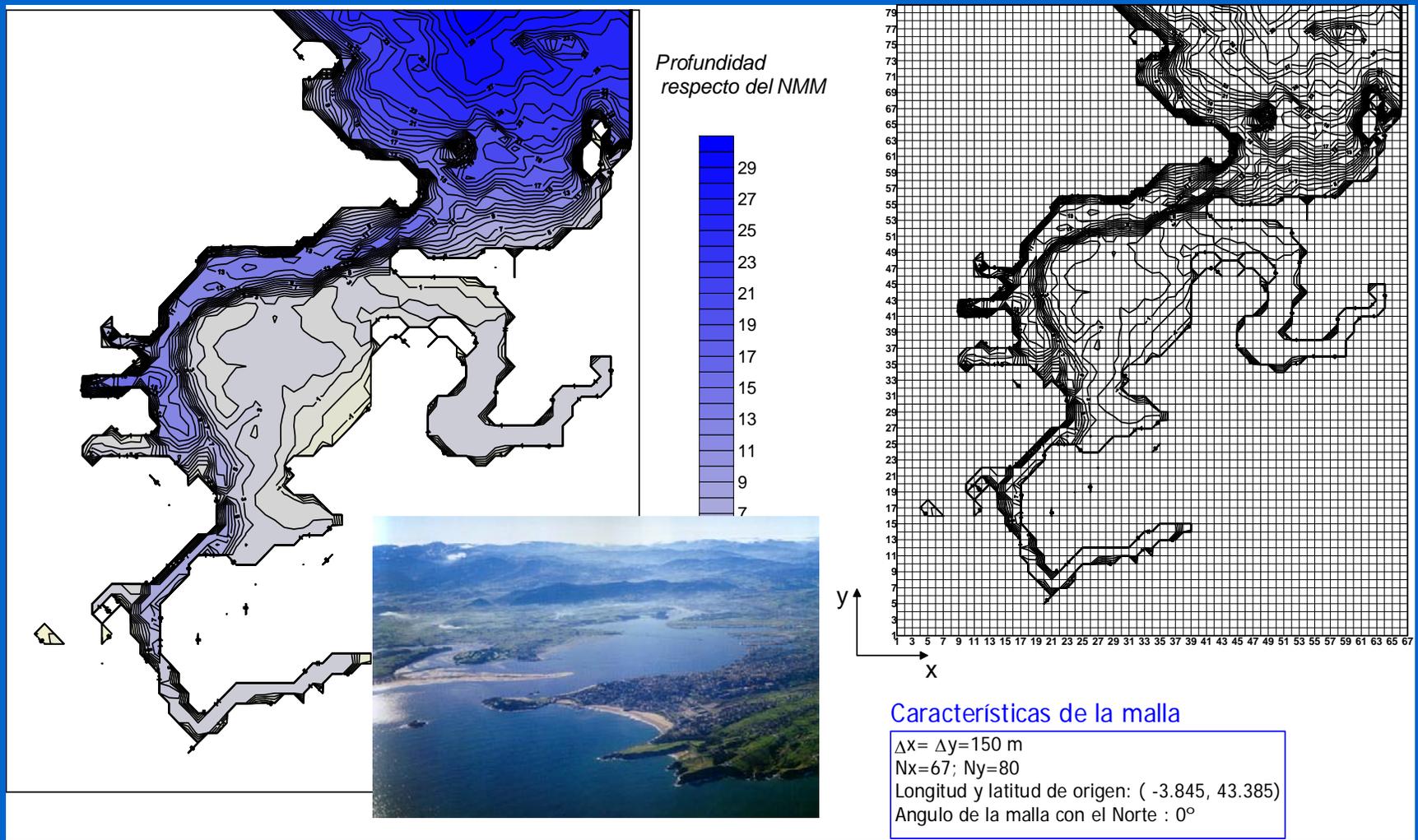
Campo de velocidades en Tina Menor
Marea viva ($a = 2.4$ m)



APPLICATIONS

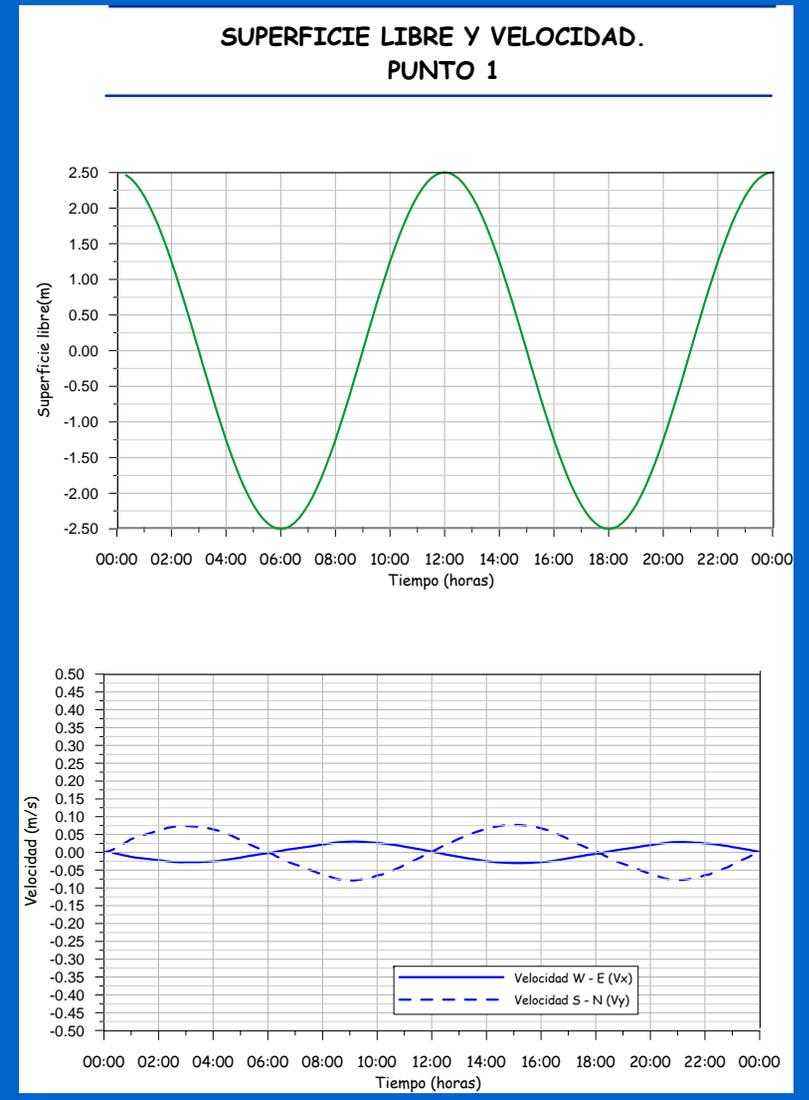
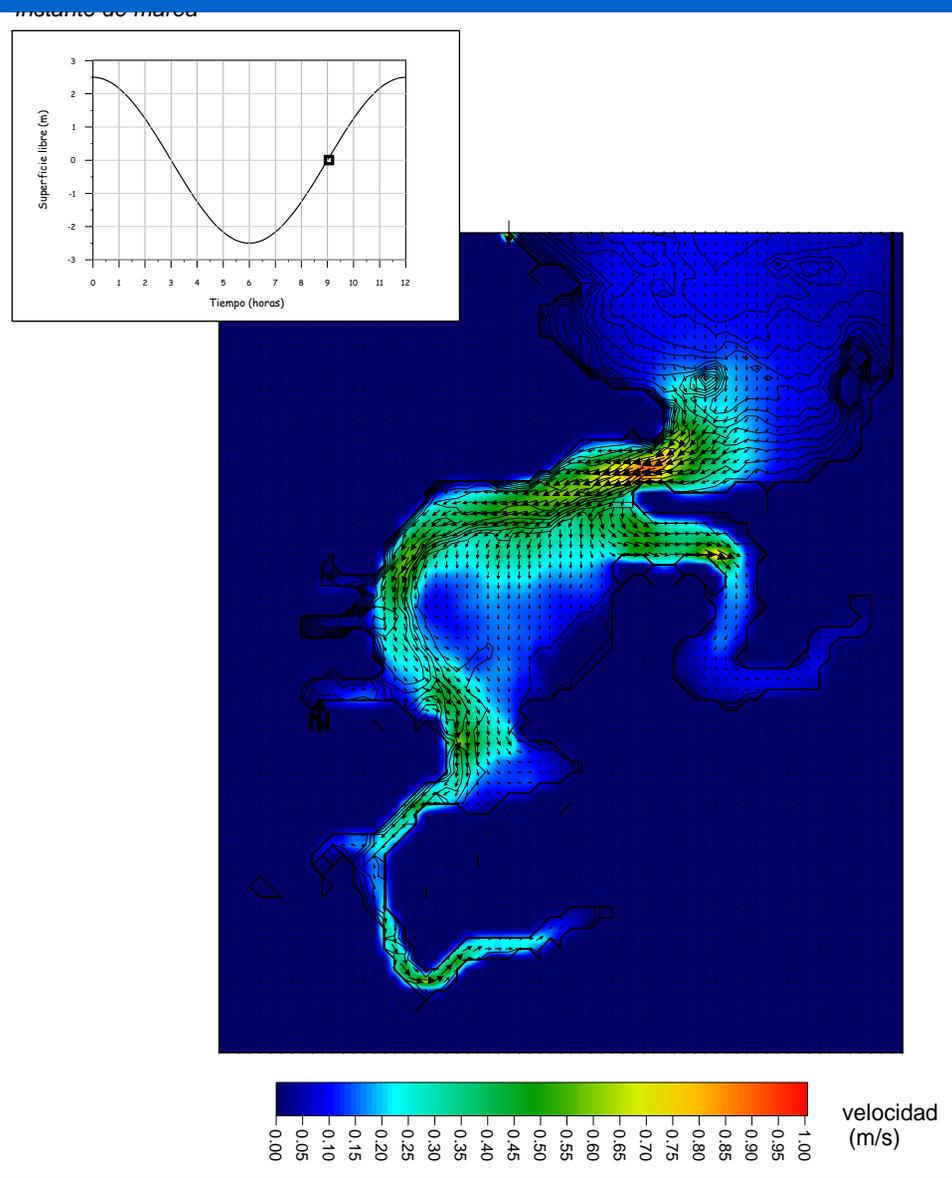
SHALLOW ESTUARIES

Tidal propagation in Santander bay



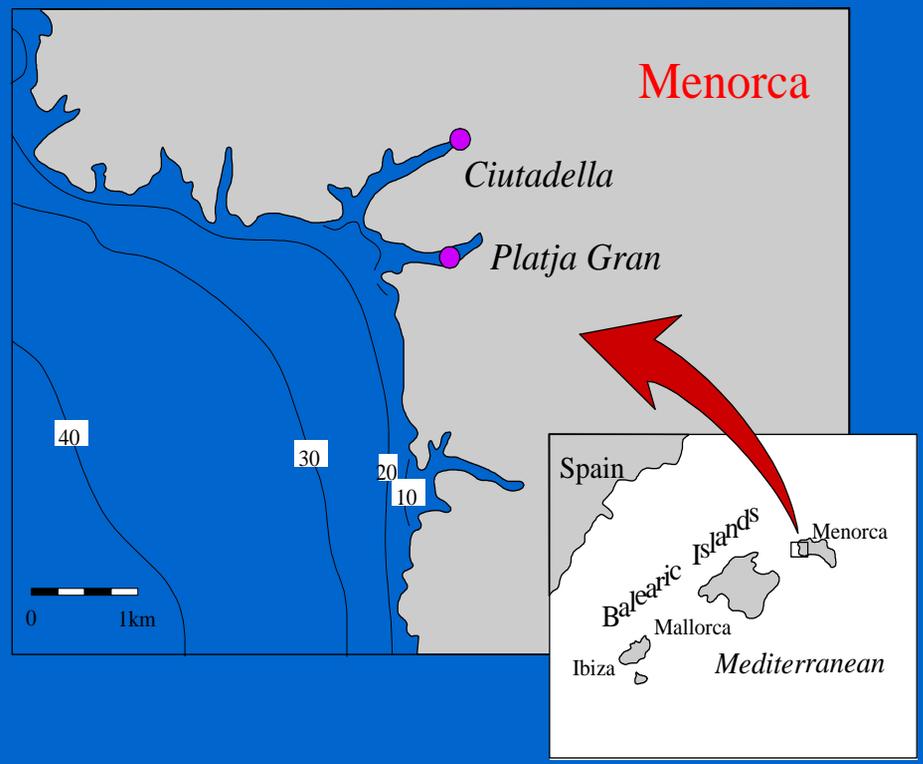
APPLICATIONS

SHALLOW ESTUARIES



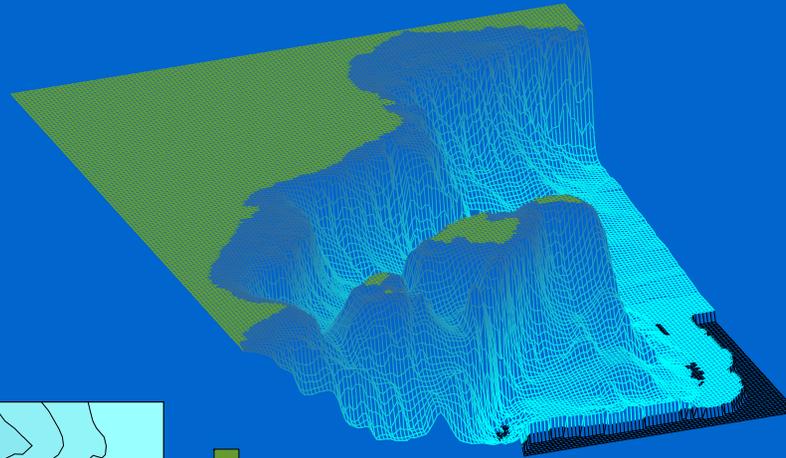
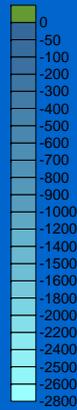
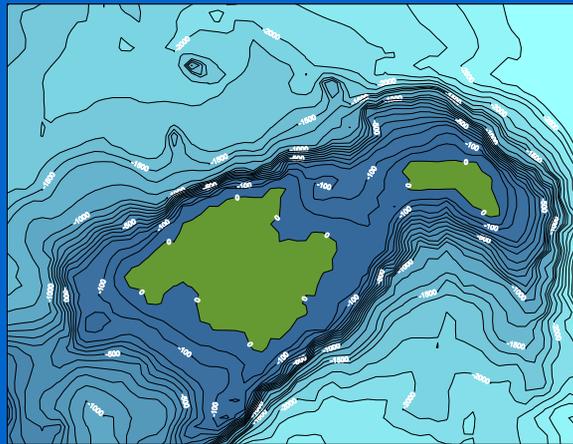
APPLICATIONS

SEICHE PROPAGATION

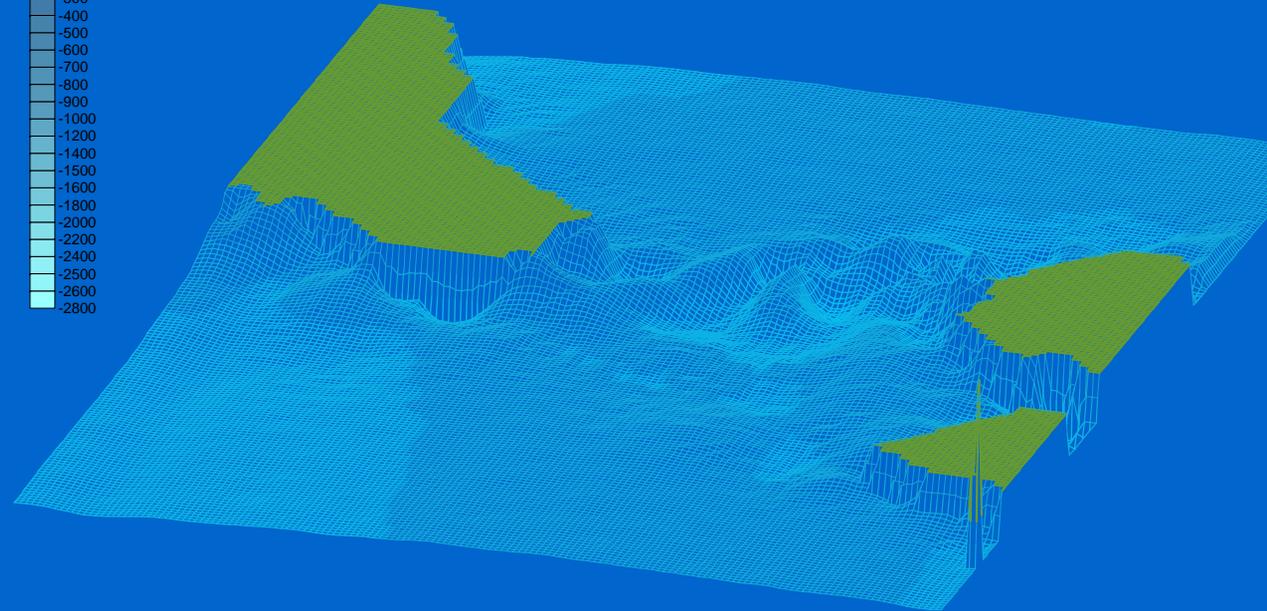


APPLICATIONS

SEICHE PROPAGATION

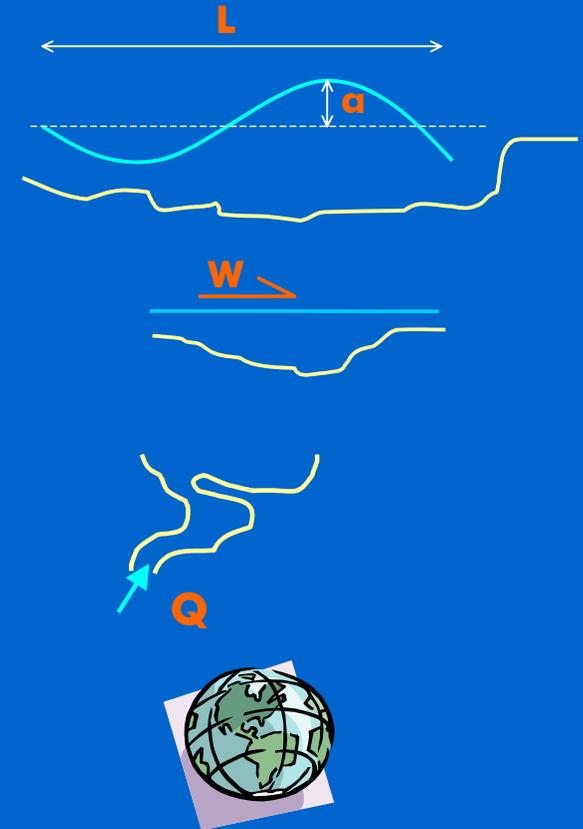


Hora 8



FORCING

- Astronomic tide
- Wind
- Density gradients $\frac{\partial \rho}{\partial x} \neq 0, \frac{\partial \rho}{\partial z} \neq 0$
- Fresh water discharge
- Storm surge
- Coriolis



GOVERNING EQUATIONS

Turbulent mean flow Reynolds equations

Momentum equations *x-direction*

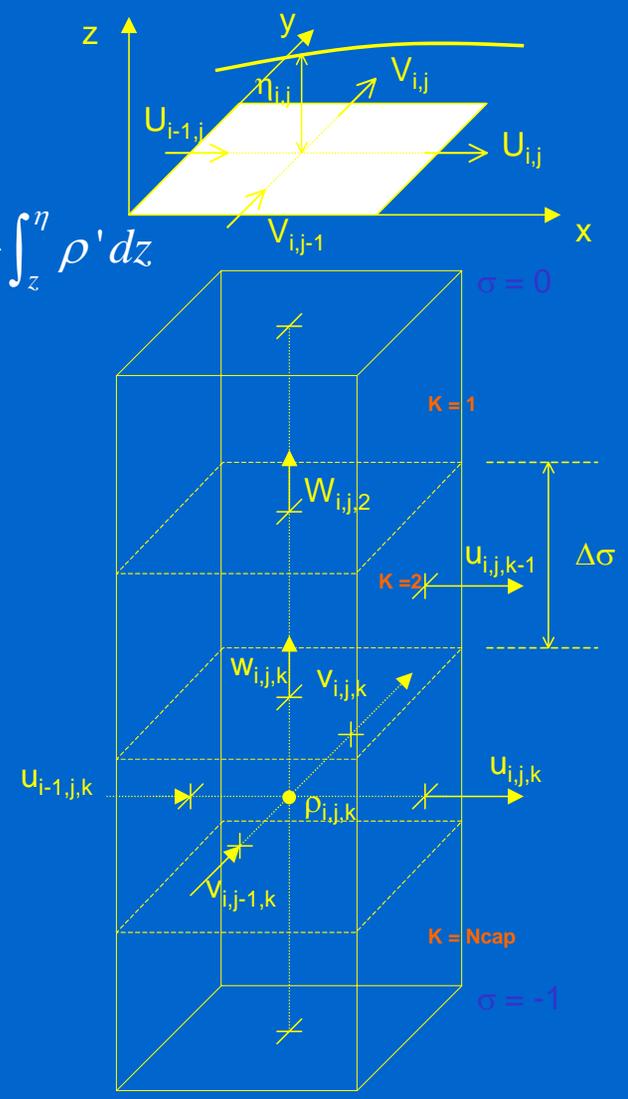
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = fv - g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{g}{\rho_0} (\eta - z) \frac{\partial \rho_0}{\partial x} - \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial x} \int_z^\eta \rho' dz$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \left[2\varepsilon_h \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\varepsilon_h \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\varepsilon_z \frac{\partial u}{\partial z} \right]$$

Continuity equation $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

Assumptions

- Hydrostatic assumption
- Boussinesq approximation



GOVERNING EQUATIONS

Turbulent mean flow Reynolds equations

Conservation equations for salinity and temperature

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(D \frac{\partial C}{\partial z} \right)$$

Equations of state

$$\rho = \rho (S, T)$$

Unesco (1982)

GOVERNING EQUATIONS

Special features (Castanedo, 2000)

Representation of flooding and drying of tidal flood plains

Variable horizontal eddy viscosity $\varepsilon_h(x, y, z, t)$
(Smagorinsky)

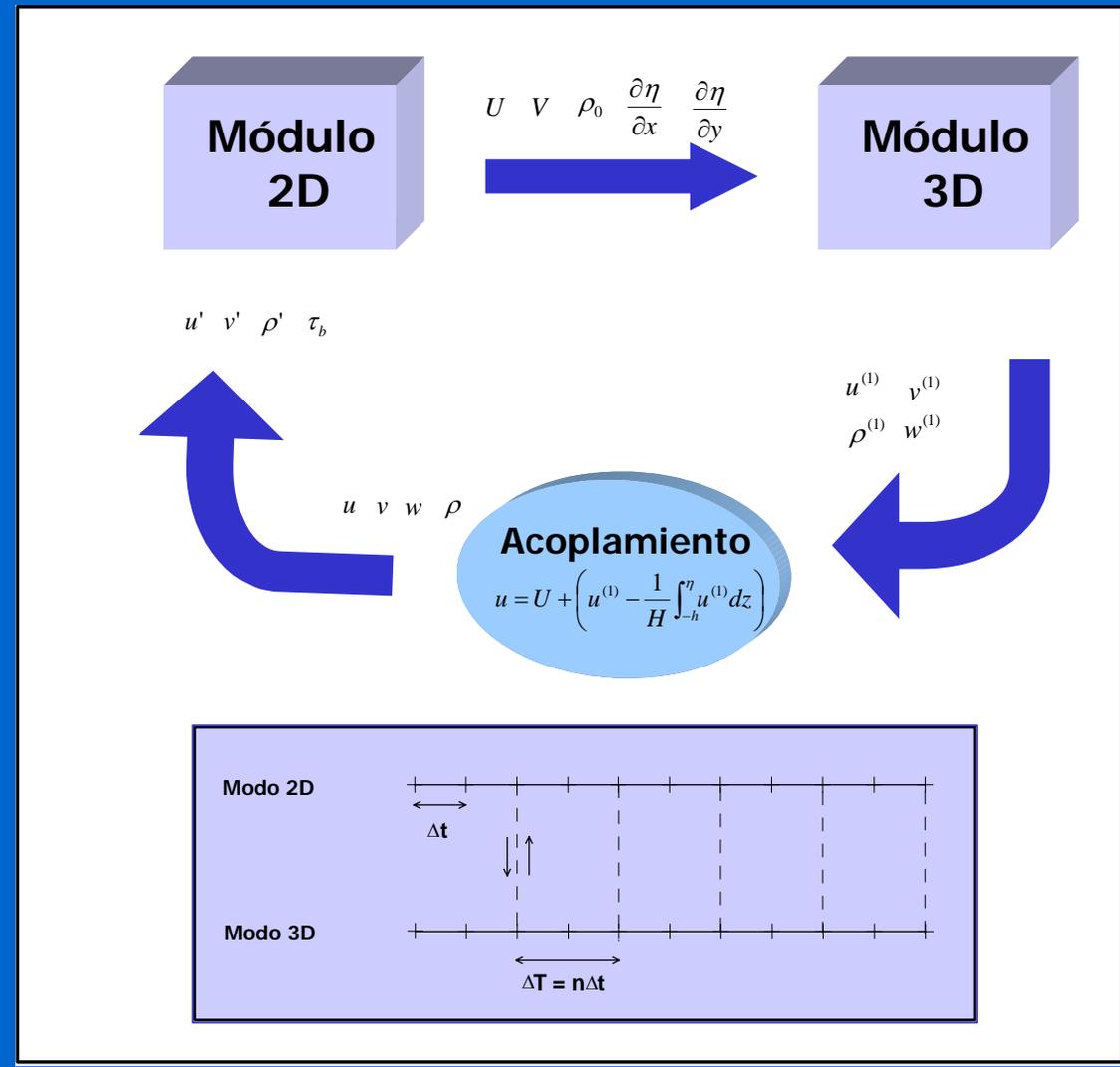
Variable vertical eddy viscosity (mixing length formulation)

(Jin & Kranenburg, 1993, Koutitas, 1987) Bouyancy effect -
> Richardson number (Kowalik and Murty, 1995)

Vertical sigma coordinate (modified) (Sheng, 1990)

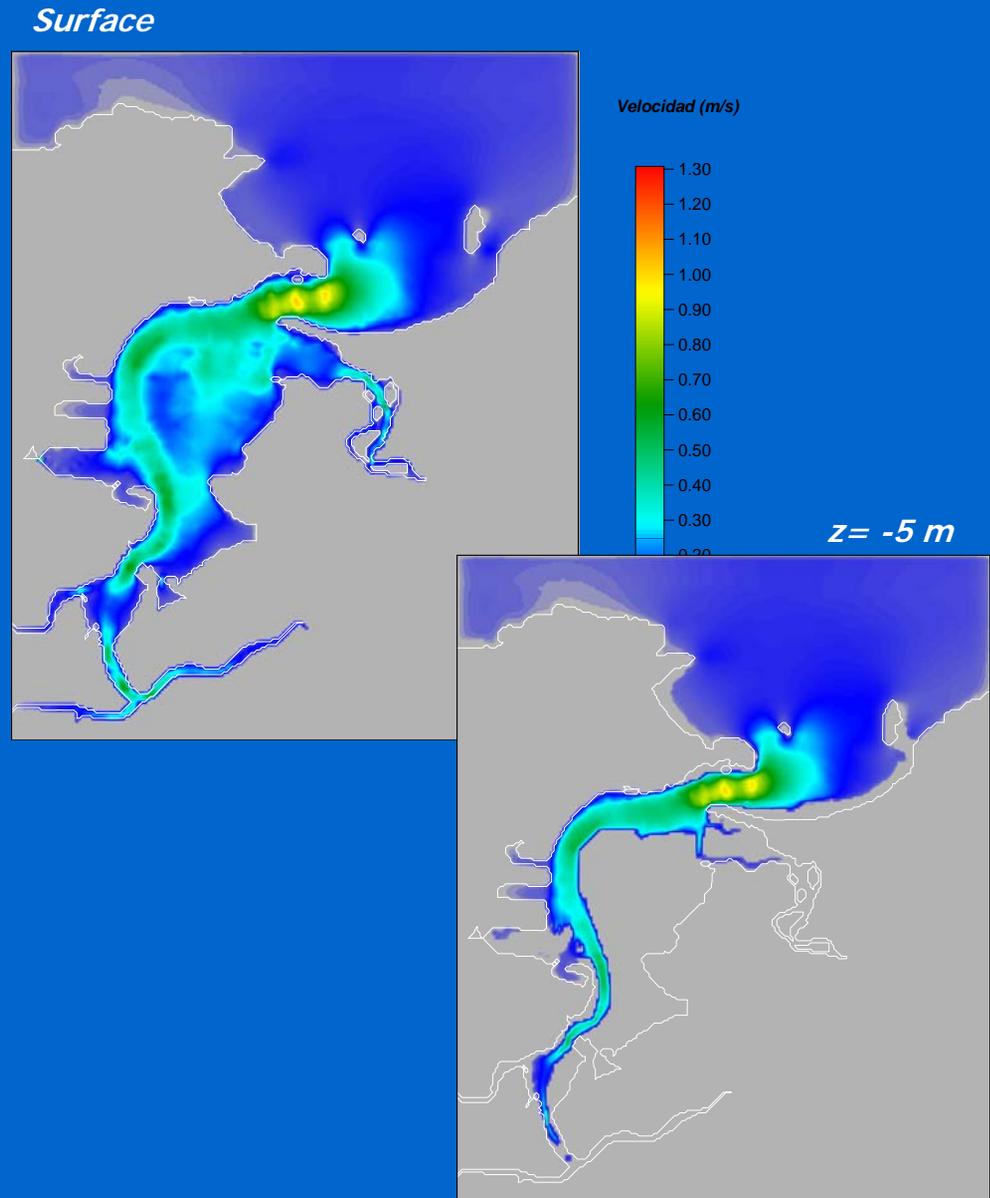
NUMERICAL INTEGRATION

Splitting method



RESULTS

- Surface elevation η
- Velocities u, v, w
- Density ρ
- Temperature T
- Salinity S



Modelos de calidad de agua

APPLICATIONS

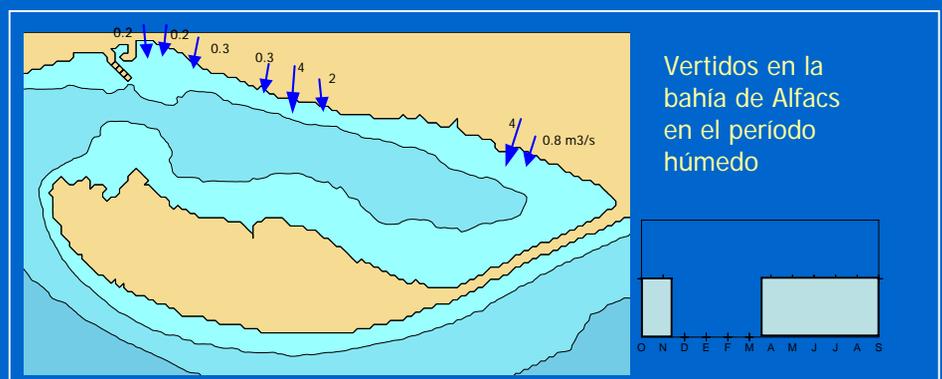
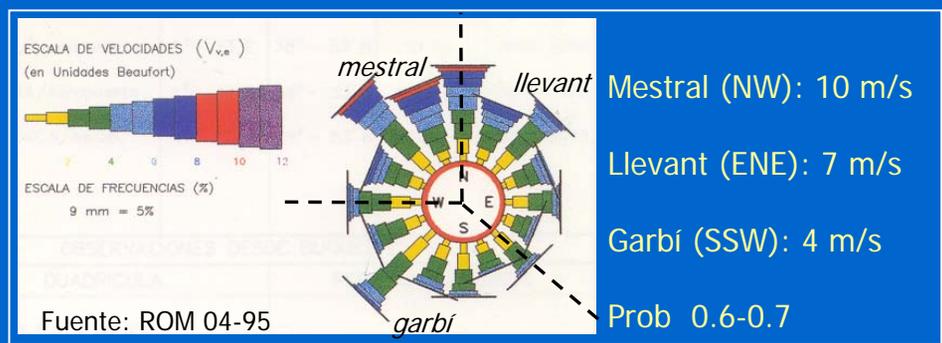
WATER QUALITY MANAGEMENT



APPLICATIONS

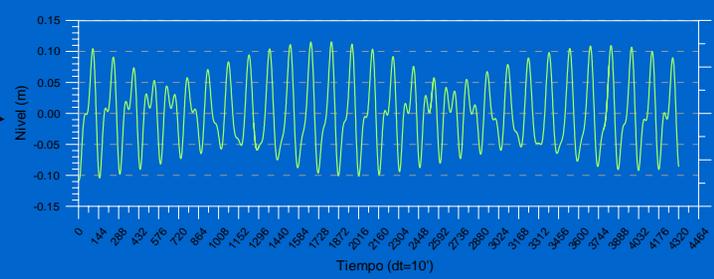
WATER QUALITY MANAGEMENT

WATER QUALITY MANAGEMENT IN ALFACS BAY



Constituyente	Amplitud (m)	Fase (g)
O1	0.023	101.5
P1	0.012	153.2
S1	0.006	26.89
K1	0.037	166.7
M2	0.046	213.5
S2	0.015	233.2
K2	0.005	227.7

Constituyente	Amplitud (m)	Fase (g)
O1	0.025	102.66
P1	0.020	155.01
S1	0.028	262.28
K1	0.039	169.17
M2	0.017	195.35
S2	0.004	122.75

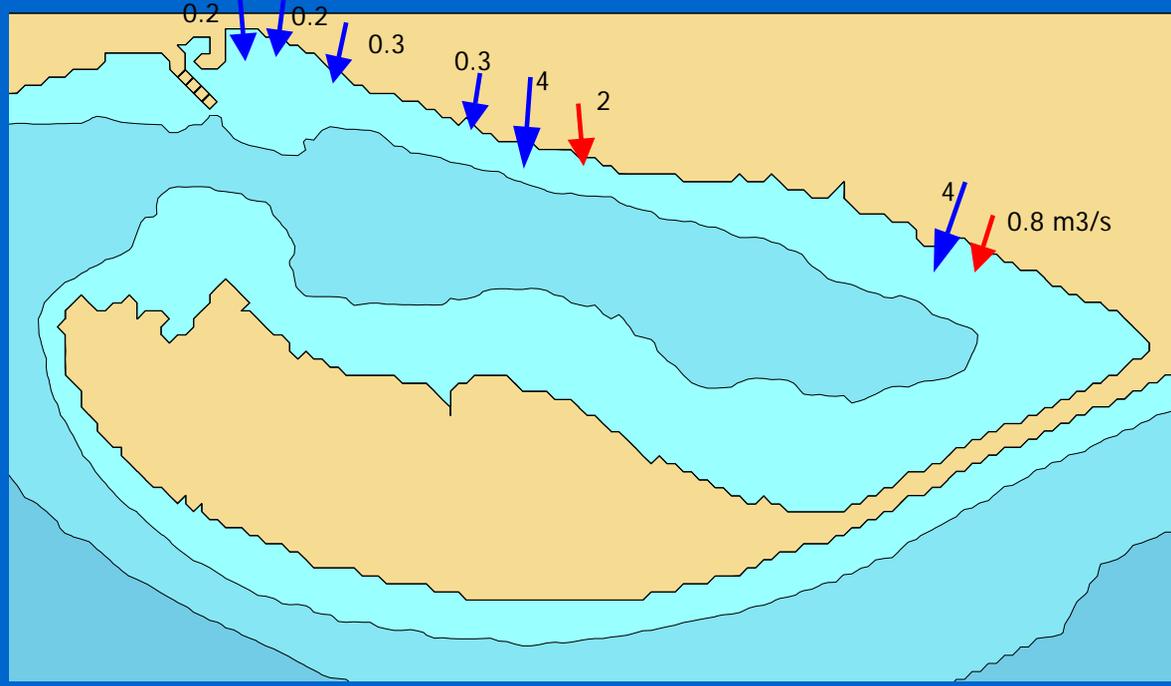


Amplitud mareas vivas: 10-12 cm

APPLICATIONS

WATER QUALITY MANAGEMENT

WATER QUALITY MANAGEMENT IN ALFACS BAY



Ibáñez et al. 1999

← canal
 ← laguna

Variable	Concentración media (mg/l)		Coeficiente DBO *	DBO (mg/l)	
	Canales	Lagunas		Canales	Lagunas
Carbono orgánico particulado	4.90	3.71	2.7	13.23	10.02
Nitrógeno orgánico particulado	0.37	0.41	4.2**	1.55	1.72
Fósforo orgánico particulado	0.09	0.04	-	-	-
Total material particulado	-	-	-	14.78	11.74
Nitrógeno inorgánico disuelto	1.55	0.19	4.2 **	6.51	0.80
Fósforo inorgánico disuelto	0.06	0.02	-	-	-
Total material disuelto	-	-	-	6.51	0.80
Total	-	-	-	21.29	12.54

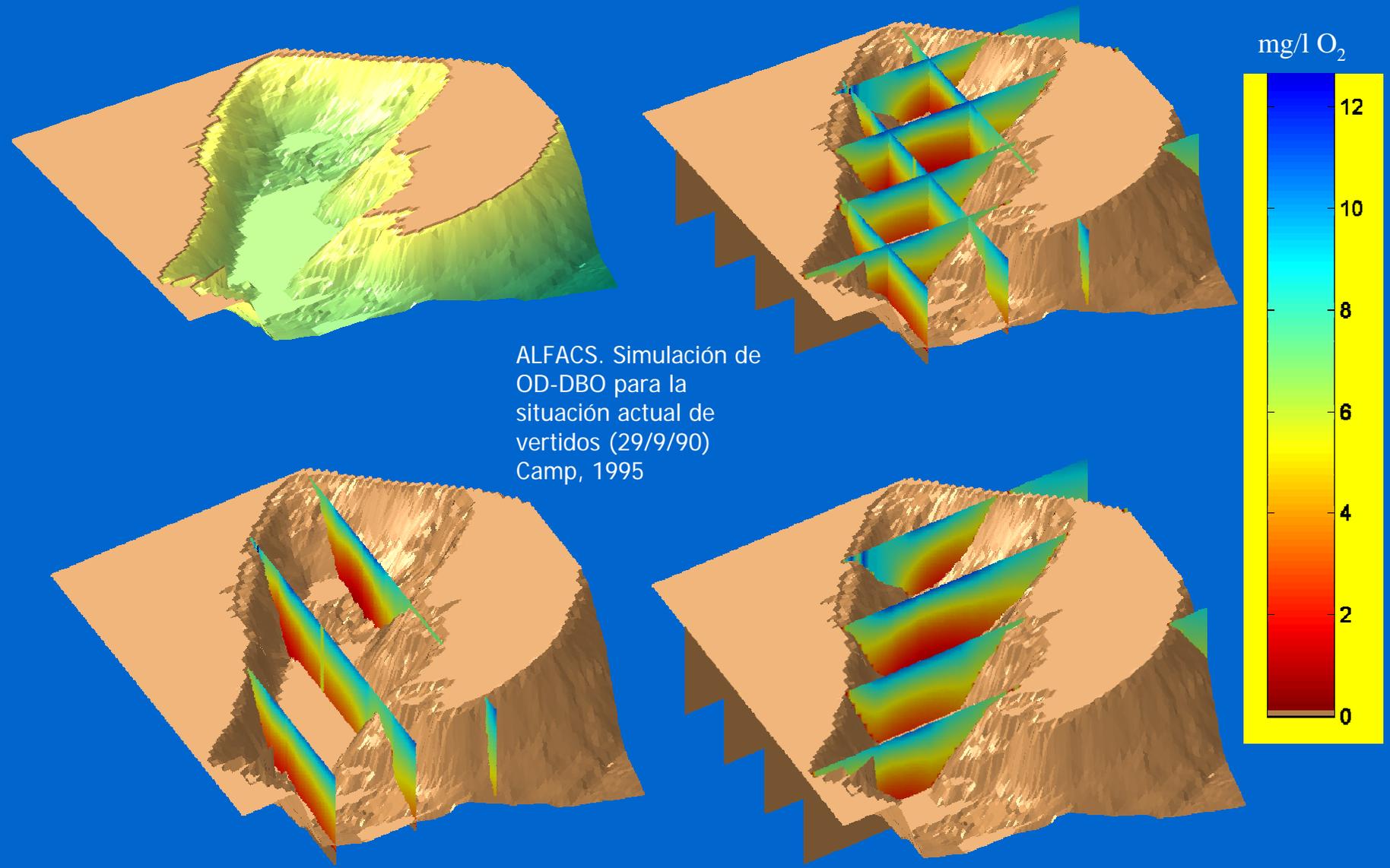
* extraído de Thomann y Mueller (1987)

** teniendo en cuenta que algo del amonio puede ser utilizado en la producción celular

APPLICATIONS

WATER QUALITY MANAGEMENT

WATER QUALITY MANAGEMENT IN ALFACS BAY

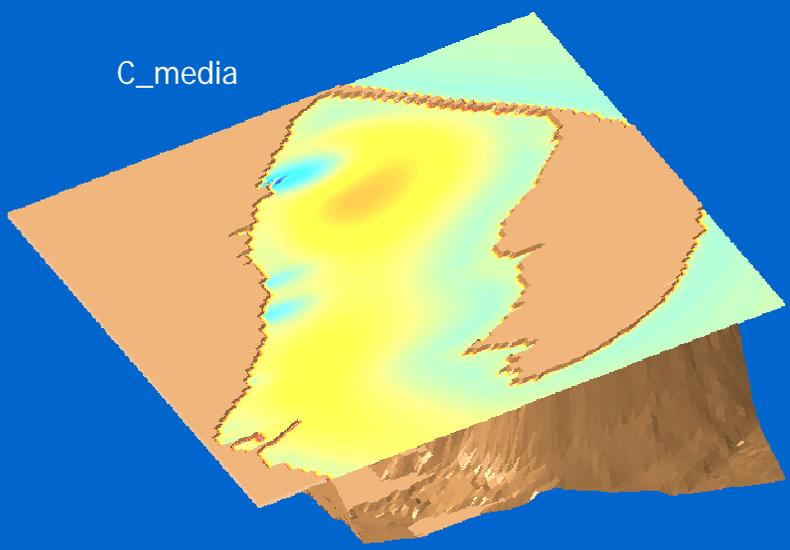


ALFACS. Simulación de OD-DBO para la situación actual de vertidos (29/9/90) Camp, 1995

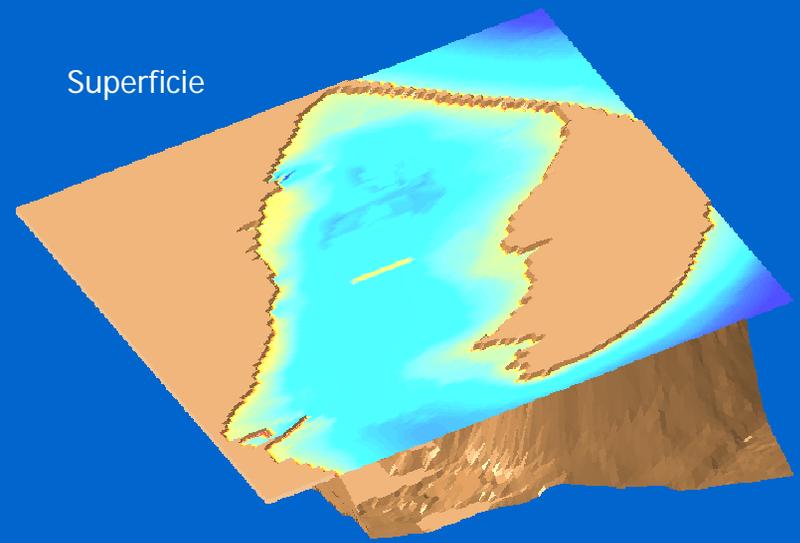
APPLICATIONS

WATER QUALITY MANAGEMENT

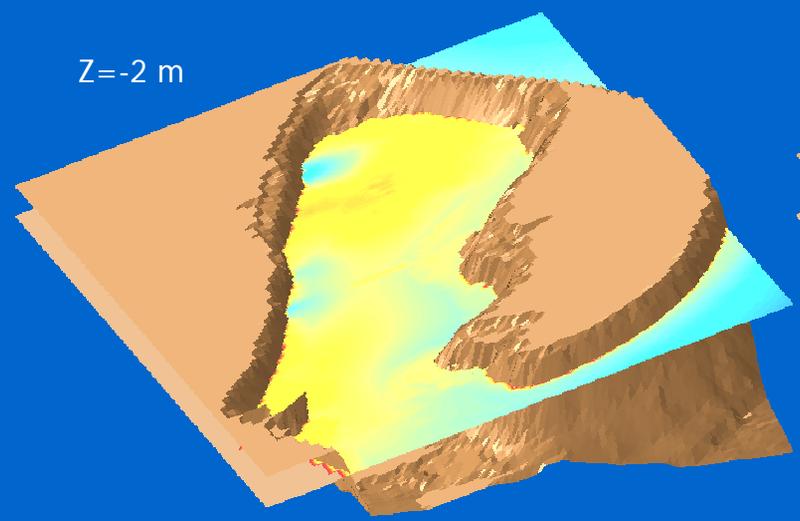
C_media



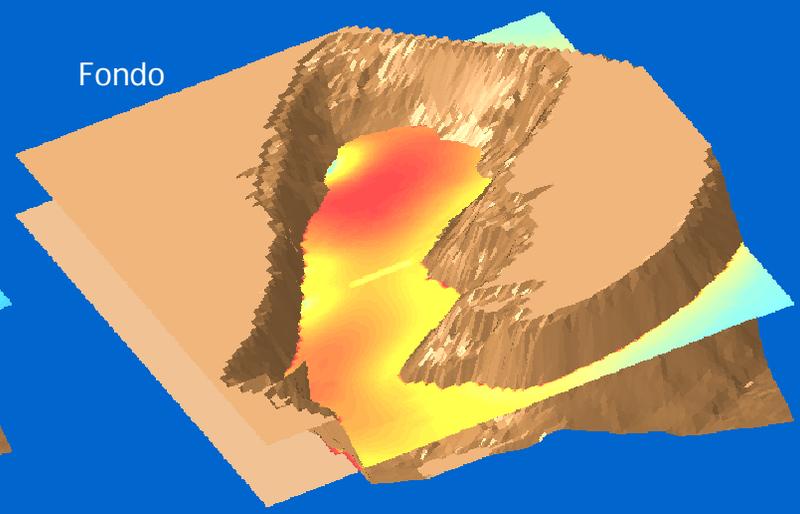
Superficie



Z=-2 m



Fondo



mg/l O₂

