

Matemáticas y Astronomía:

Ideas caídas del cielo

Taller de Matemáticas

Mayo 2007

Neila Campos

Dpto. Matemática Aplicada - Universidad de Cantabria
Agrupación Astronómica Cántabra

...De un anuncio de un teléfono de información 24h



“24... Como horas tiene el día.
O como fotogramas por segundo
en el cine.
Qué casualidad, ¿no?”

“La Naturaleza divide el día en 24 horas.
Y el segundo, en 24 partes para el cine.
¡A lo mejor es como el número áureo!”

¿Está escrito en la Naturaleza...

...Que el año tenga 365 días?

...Que el año tenga 12 meses?

...y el Zodiaco 12 constelaciones?

...Que el mes tenga 30 ó 31 días?

...Que el mes tenga 4 semanas?

...La semana 7 días?

...El día 24 horas?

... La hora 60 min y el min 60 seg?



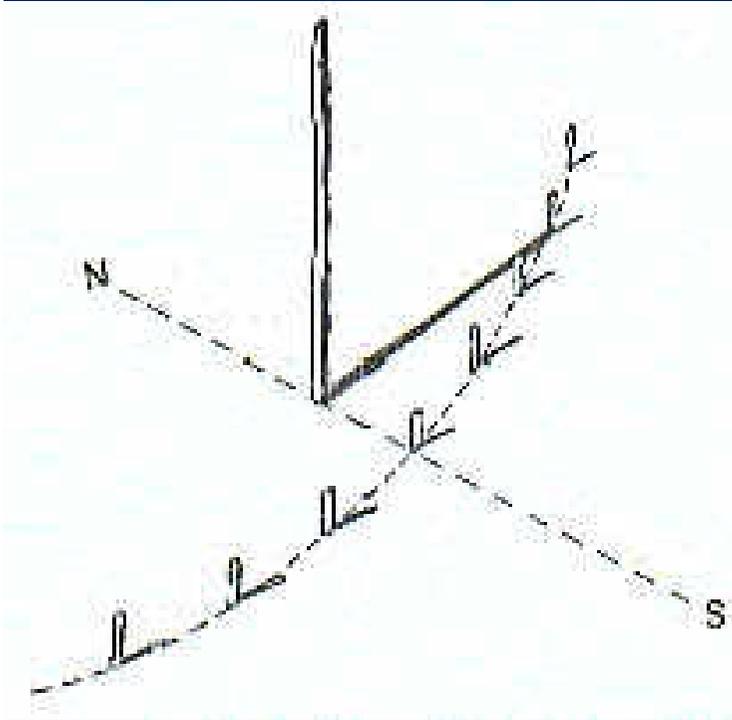


... Observar el cielo ...

¿ Cielos despejados → Astronomía → Matemáticas ?



Observación del DÍA solar ...



Medir el **mediodía solar**
(la sombra más corta)

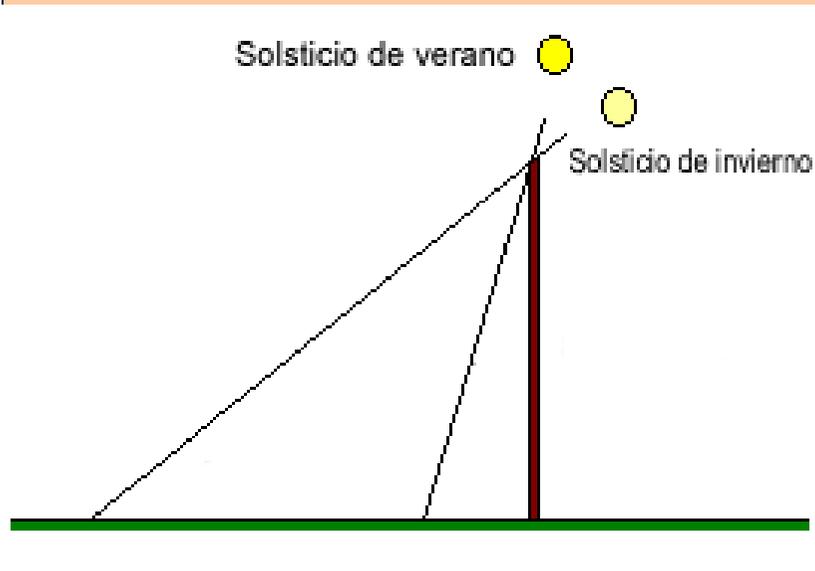
El **día** es la unidad
más obvia.

Unidades mayores → **Calendario**

Unidades menores → **Reloj**

... ¡ La cuestión es discretizar !

Observación del AÑO solar ...



Medir los
equinoccios o solsticios

La sombra de un poste a mediodía...

Más corta → **solsticio de verano**

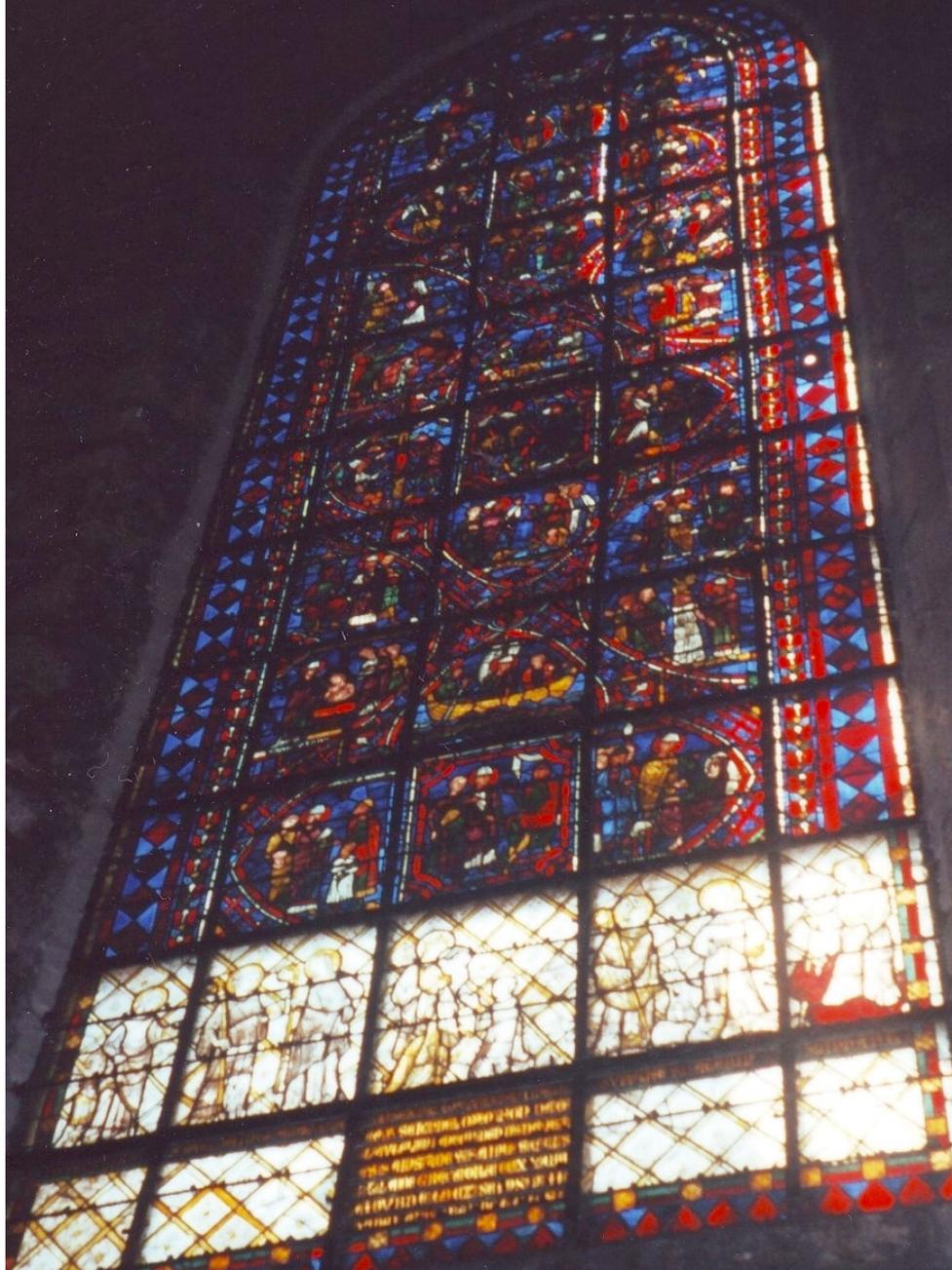
Más larga → **solsticio de invierno**

O el año sidéreo, 20 min más largo.

Stonehenge calendario astronómico



Catedral de Chartres



**Rayo de luz
en el solsticio**

Observación del MES LUNAR ...



Fases de la Luna:

Lunación = 29,53 días.

O el mes sidéreo: 27,32 días.



¿Cómo cuadrar todo esto?

Problema:

Compaginar ciclos independientes.

- Rotación de la Tierra (día solar)
- Traslación de la Tierra (año solar)
- Revolución de la Luna (mes lunar)



Relación día - año.

Entre dos equinoccios de primavera hay 365 días.

...Sin embargo, los babilonios dividieron el círculo en 360 partes.

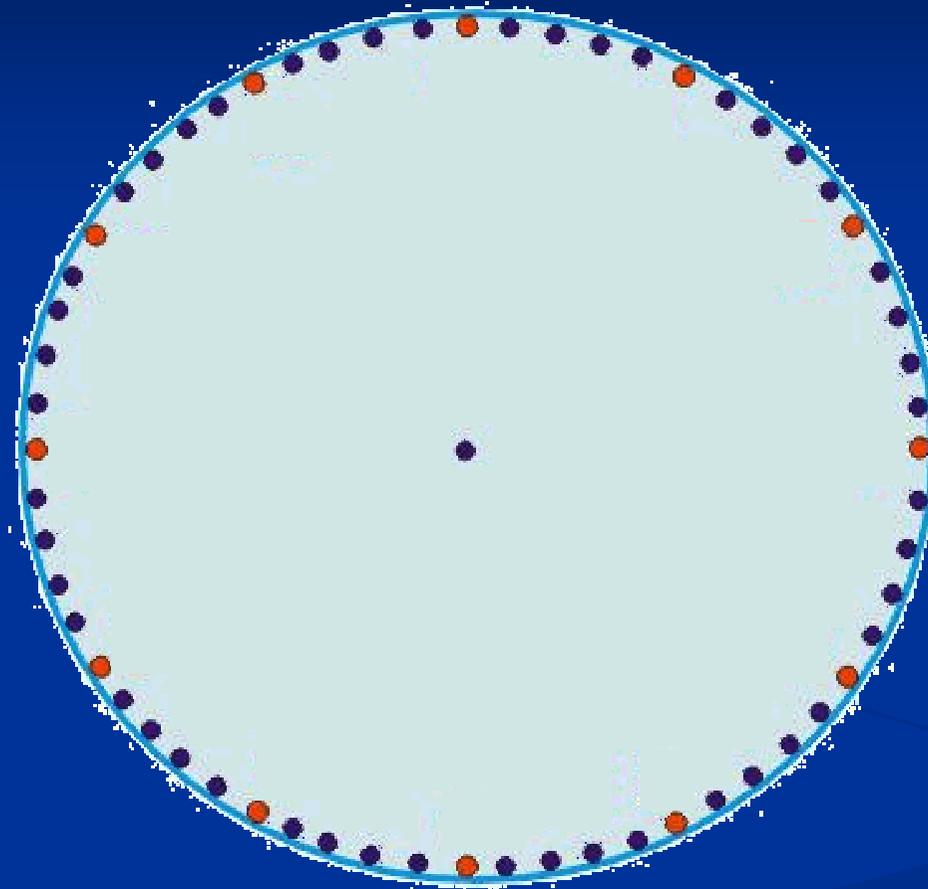
$365 = 5 \times 73$, sólo dos divisores propios

Y en cambio, $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

tiene como divisores propios:

2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24,
30, 36, 40, 45, 60, 72, 90, 120, 180.

...¿Cómo dividir un círculo en 360 partes?



¿Y en 365 partes...? Muy difícil

El sistema sexagesimal.

1	𐎶	11	𐎶𐎵	21	𐎶𐎵𐎶	31	𐎶𐎵𐎶𐎶	41	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎵	51	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎵𐎶
2	𐎶𐎶	12	𐎶𐎵𐎶𐎶	22	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	32	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	42	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	52	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶
3	𐎶𐎶𐎶	13	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶	23	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	33	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	43	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	53	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶
4	𐎶𐎶𐎶𐎶	14	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶	24	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	34	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	44	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	54	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶
5	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	15	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	25	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	35	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	45	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	55	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶
6	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	16	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	26	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	36	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	46	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	56	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶
7	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	17	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	27	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	37	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	47	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	57	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶
8	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	18	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	28	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	38	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	48	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	58	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶
9	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	19	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	29	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	39	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶	49	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶	59	𐎶𐎵𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶𐎵𐎶𐎶
10	𐎶	20	𐎶𐎶	30	𐎶𐎶𐎶	40	𐎶𐎶𐎶𐎶	50	𐎶𐎶𐎶𐎶𐎶		

Babilonia,
hacia 1800 a.C.

59 guarismos.

Notación posicional usando el cero.



El sistema sexagesimal.

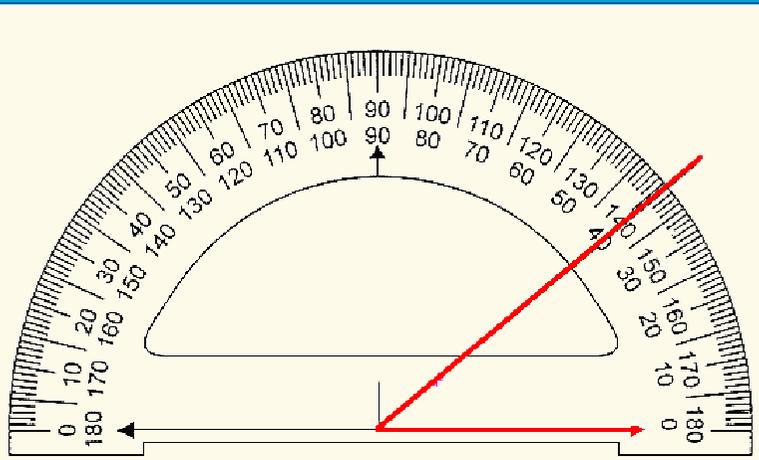
Origen:

¿Relación con el “año” de 360 días?

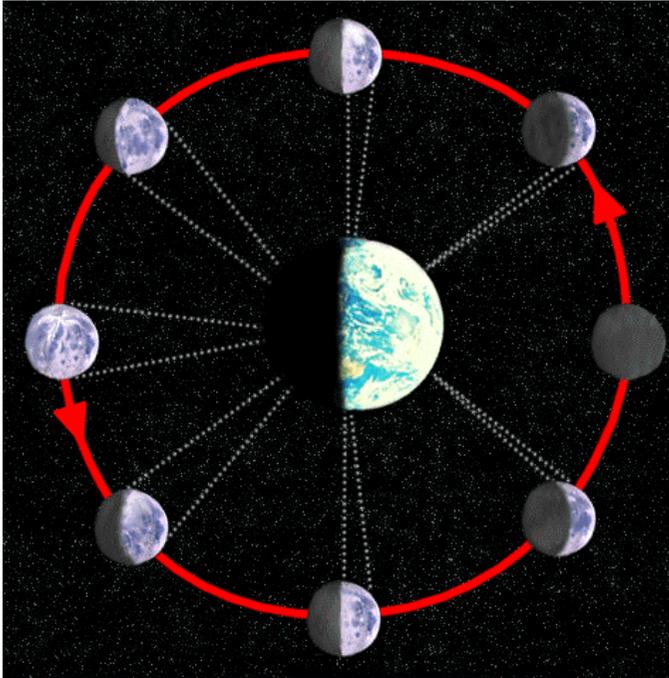
¿Cruce entre base 5 y base 12?

¿Conteo hasta 60 con los dedos (falanges)?

Los babilonios consideraban ya el **grado** y el **minuto** de arco.



¿Por qué no se han generalizado en la actualidad los grados centesimales?

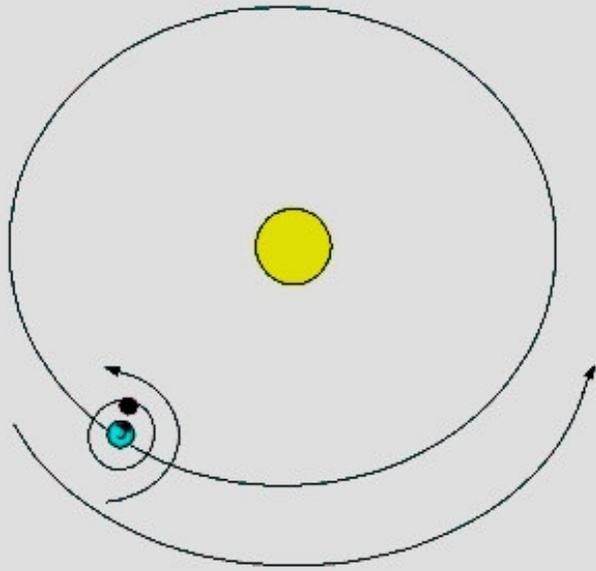


Relación día - mes lunar.

Entre **dos lunas llenas** (o nuevas) pasan 29 días y medio aproximadamente.

Esto se puede solucionar alternando meses de 29 y de 30 días.

Además 30... ¡Es divisor de 360!
¿Casualidad?



Relación año - mes lunar.

En un año entran
12,36 lunaciones.

Y además 12... ¡Es divisor de 360!
¿Casualidad?

$$360 = 30 \times 12$$

De aquí sale el "omnipresente" 12...

El omnipresente doce

12 meses en el año



Las 12 constelaciones del Zodíaco



Medidas anglosajonas (12 pulgadas = 1 pie,
12 peniques = 1 chelín...)

Los 12 dioses principales del Olimpo

Los 12 trabajos de Hércules

Los 12 lictores de Roma

Los 12 apóstoles

Los 12 caballeros de la Tabla Redonda.

Los ciclos de 12 años del horóscopo chino

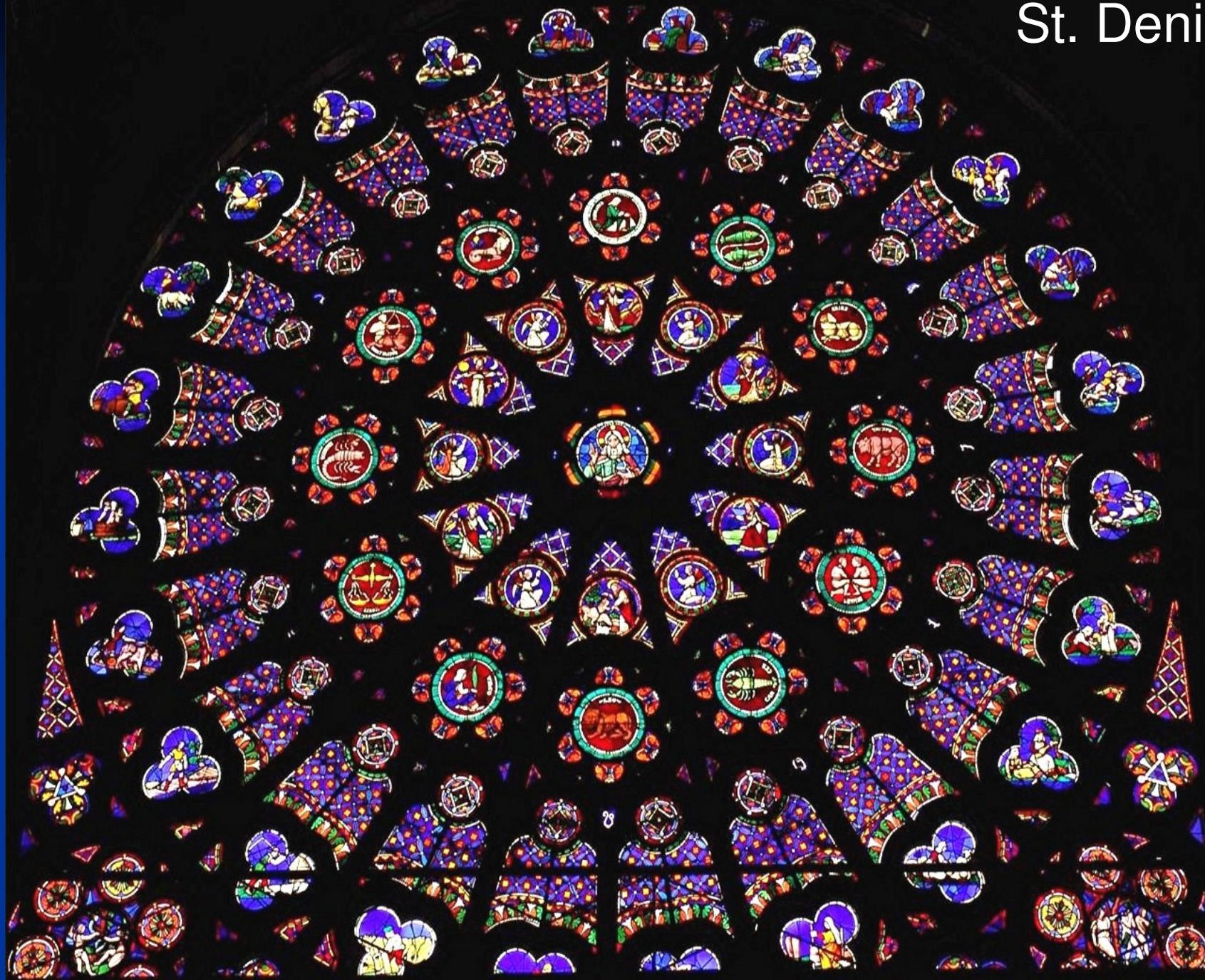
Los 12 miembros del consejo del Dalai Lama

Las 12 notas musicales

Los huevos por docenas

$$\sqrt[12]{2} \approx \frac{19}{18}$$

St. Denis



¡Aproximaciones fuera!

Verdadero ciclo anual : **365,242189 días**

Verdadero ciclo lunar : **29,53 días**

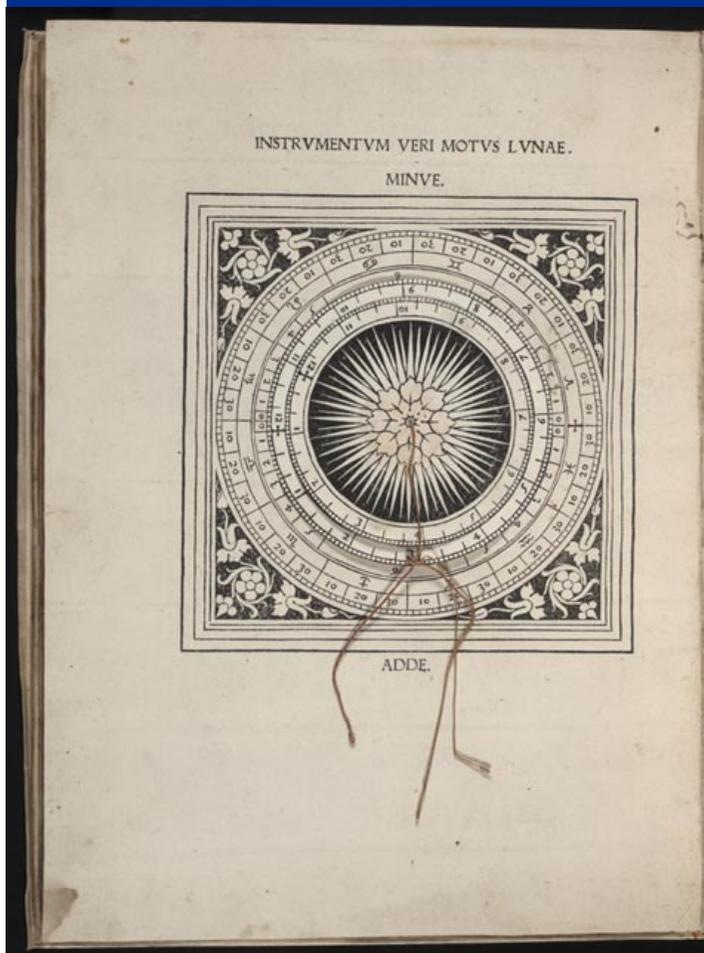
¿Cuál es el mínimo común múltiplo?

Ciclo de Metón: 19 años = 235 lunaciones.

Conocido por los babilonios, los chinos...

Tampoco es del todo exacto.

¿ “El” calendario o “los” calendarios?



Calendarios **solares**:
Ciclo anual

Calendarios **lunares**:
Fases de la Luna

Calendarios **lunisolares**:
Conjugan ambos

Calendario egipcio : Solar y de Sirio

360 días en el año

+ 5 días dedicados a los dioses.

3 estaciones: Inundación, Siembra y Cosecha.

Comienzo del año: Cuando la estrella **Sirio** sale a la vez que el Sol.

Cada 1460 años se sincroniza con las estaciones

Calendario griego : Lunisolar

Meses alternando **29 - 30 días (neomenia)**.

Los días se numeraban:

1ª decena: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

2ª decena: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

3ª decena: 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1.

12 meses = 354 días (“año” lunar)

Para aproximar el año solar, se introducía un mes adicional cada 2 años o cada 3.

Calendario islámico : Lunar

Meses alternando **29 - 30 días**
(comienzan con la luna incipiente).

12 meses = 354 días (“año” lunar)

No corrigen para aproximar el año solar.
→ desfase con el calendario occidental.

Coinciden cada
32 años occidentales = 33 años islámicos.

Calendario hebreo : Lunisolar

Meses alternando **29 - 30 días**

12 meses = 354 días (“año” lunar)

Para aproximar el año solar,
se introducía un mes adicional
3 veces cada 19 años (ciclo de Metón).

El año comienza en el equinoccio de otoño.

Calendario celta : Lunisolar

Trece meses de 28 días

$13 \times 28 = 364 \text{ días} + 1 \text{ día.}$

Otra versión: **12 meses de 29 - 30 días,**
añadiendo un mes cada 2 años y medio.

A cada mes se asignaba un árbol.

2 semestres, el “sombrió” (noviembre-abril)
y el “claro” (mayo-octubre).

Calendario chino : lunisolar

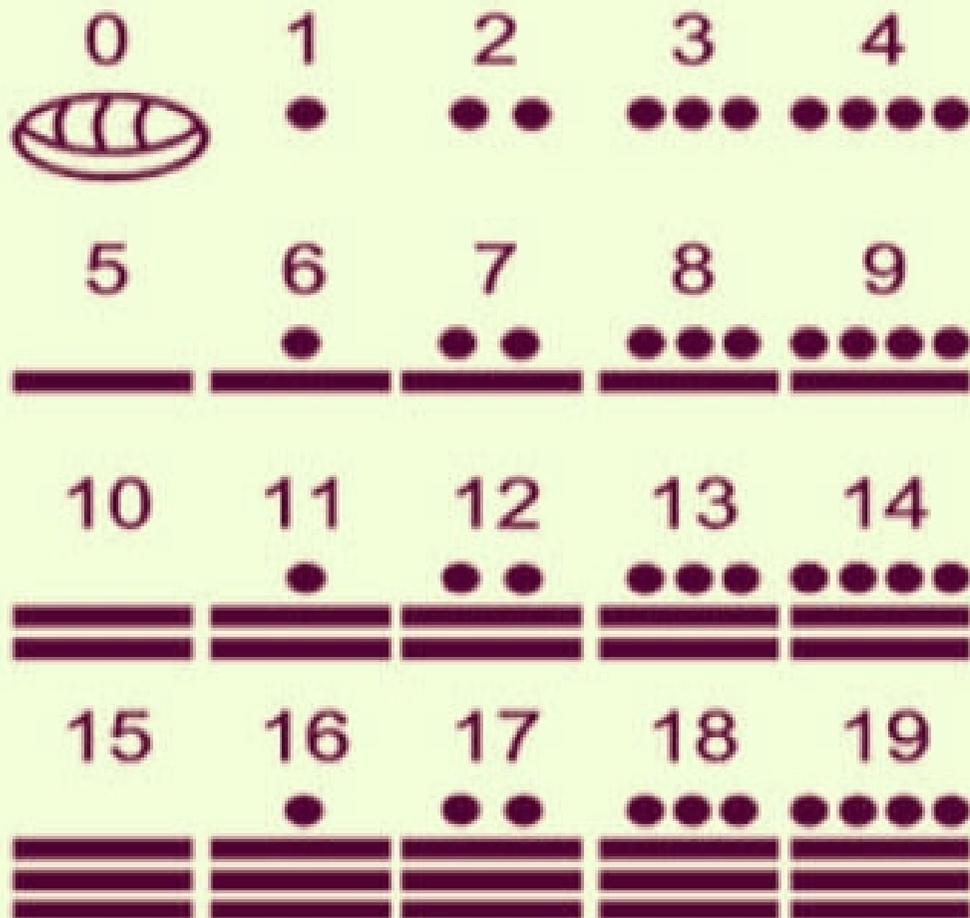
Meses alternando **29 - 30 días**

12 meses = 354 días (“año” lunar)

Para aproximar el año solar, se introducía un mes con cierta periodicidad, y un día más cada 4 años.

Considera **ciclos de 12 y de 60 años** que no tienen sentido astronómico, sino cultural.

Calendario maya : solar y de Venus



The image displays the Maya numeral symbols for numbers 0 through 19, arranged in a 4x5 grid. The symbols are represented by dots and bars. The number 0 is a shell-like symbol. Numbers 1-4 are represented by 1, 2, 3, and 4 dots respectively. Numbers 5-9 are represented by a horizontal bar with 0, 1, 2, 3, and 4 dots above it. Numbers 10-14 are represented by two horizontal bars with 0, 1, 2, 3, and 4 dots above the top bar. Numbers 15-19 are represented by three horizontal bars with 0, 1, 2, 3, and 4 dots above the top bar.

0	1	2	3	4
	•	••	•••	••••
5	6	7	8	9
10	11	12	13	14
15	16	17	18	19

Hace unos 3500 años.
Sistema de numeración
en **base 20**.

Notación posicional
usando el cero.

Calendario maya : solar y de Venus

Año solar (Haab): 365 días

“Meses” de 20 días (numerados de 0 a 19)

18 meses de 20 días = **360 días**

+ **5 días** añadidos “desafortunados”

(Notar: $18 \times 20 = 360 = 12 \times 30$)

Año religioso (Tzol kin): 260 días

20 “semanas” de 13 días

“13” es su número sagrado: ¡ 13 lunaciones en el año !

Ciclo de Venus: 580 - 587 - 583 - 583 - 587 días

(total: 2920 días, “ciclo largo” de Venus)

Calendario maya : solar y de Venus

Cómo cuadrar los tres ciclos.

El “ciclo largo” de Venus (5 vueltas de Venus) corresponde a 8 años solares.

Las órbitas de Venus y la Tierra están en resonancia 5 / 8

A modo de bisiestos, añadían una “semana” de 13 días cada 52 años solares.

Con dos veces el ciclo de 52 años, se obtiene:

**104 años solares = 146 años religiosos
= 13 ciclos largos de Venus.**

Calendario maya : solar y de Venus

Para más exactitud,
restaban 25 días cada 3172 años.

Esto da un año de **365,24219** días.

Año astronómico = 365,242189

(Calendario gregoriano = 365,2425).



Calendario maya : solar y de Venus

Además está la “**Cuenta Larga**”

Partiendo del “año” de 360 días (Tun):

20 Tun = 1 Katun

20 Katun = 1 Baktun

20 Baktun = 1 Pictun

20 Pictun = 1 Calabtun

20 Calabtun = 1 Kinchiltun

20 Kinchiltun = 1 Alautun = 20^6 tunes,

es decir, 64 millones de Tunes
(más de 63 millones de años).

Chichén-Itzá

**Serpiente de luz
en el equinoccio**



Están locos
estos
romanos

Calendario romano



Sistema de numeración no posicional.

Meses de 30 y 31 días (??). 1^{er} día: Calendas

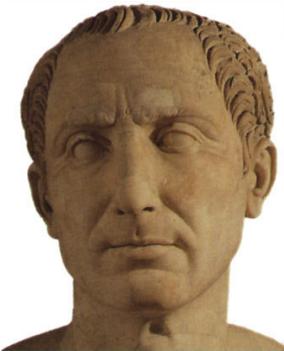
Al principio había 10 meses (???)

El año comenzaba en primavera.

Luego se antepusieron enero y febrero, 12 meses.

Como no acertaban con la duración del año,
intercalaban un mes “**Mercedonius**”
de vez en cuando...

El calendario romano no iba bien...



Reforma de Julio César (46 a.C.)

Cálculos de **Sosígenes**:

Un bisiesto cada 4 años → Año de 365,25 días.

¡El año 46 a.C. tuvo para los romanos 445 días!

Reforma de Gregorio XIII (1582 d.C.)

Los equinoccios se habían adelantado 10 días

Cálculos de **Ghiraldi** y **Clavio**:

Suprimir 3 bisiestos cada 400 años → 365,2425 días

¡El año 1582 tuvo para los católicos 10 días menos!



ROMANI
CALENDARI
A GREGORIO XIII.
P. M. RESTITUTI

Explicatio

S. D. N. CLEMENTIS VIII.
P. M. IVSSU EDITA.

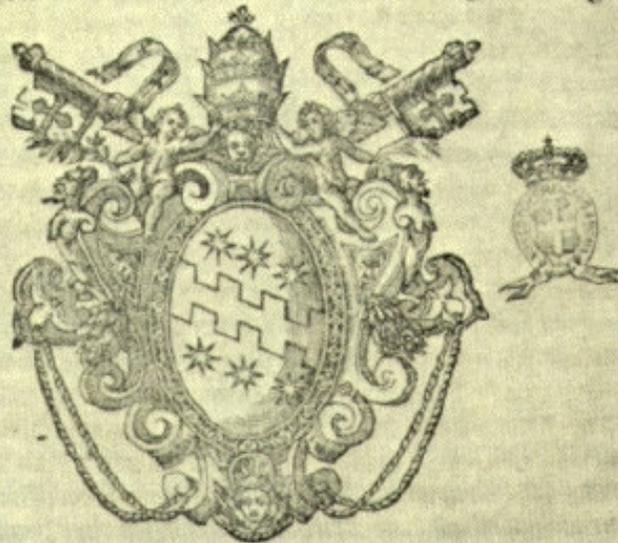
Auctore

CHRISTOPHORO CLAVIO
BAMBERGENSI SOCIETATIS IESV.

Accessit confutatio eorum, qui Calendarium aliter instaurandum esse contenderunt.

Bib. Soc. Coll.

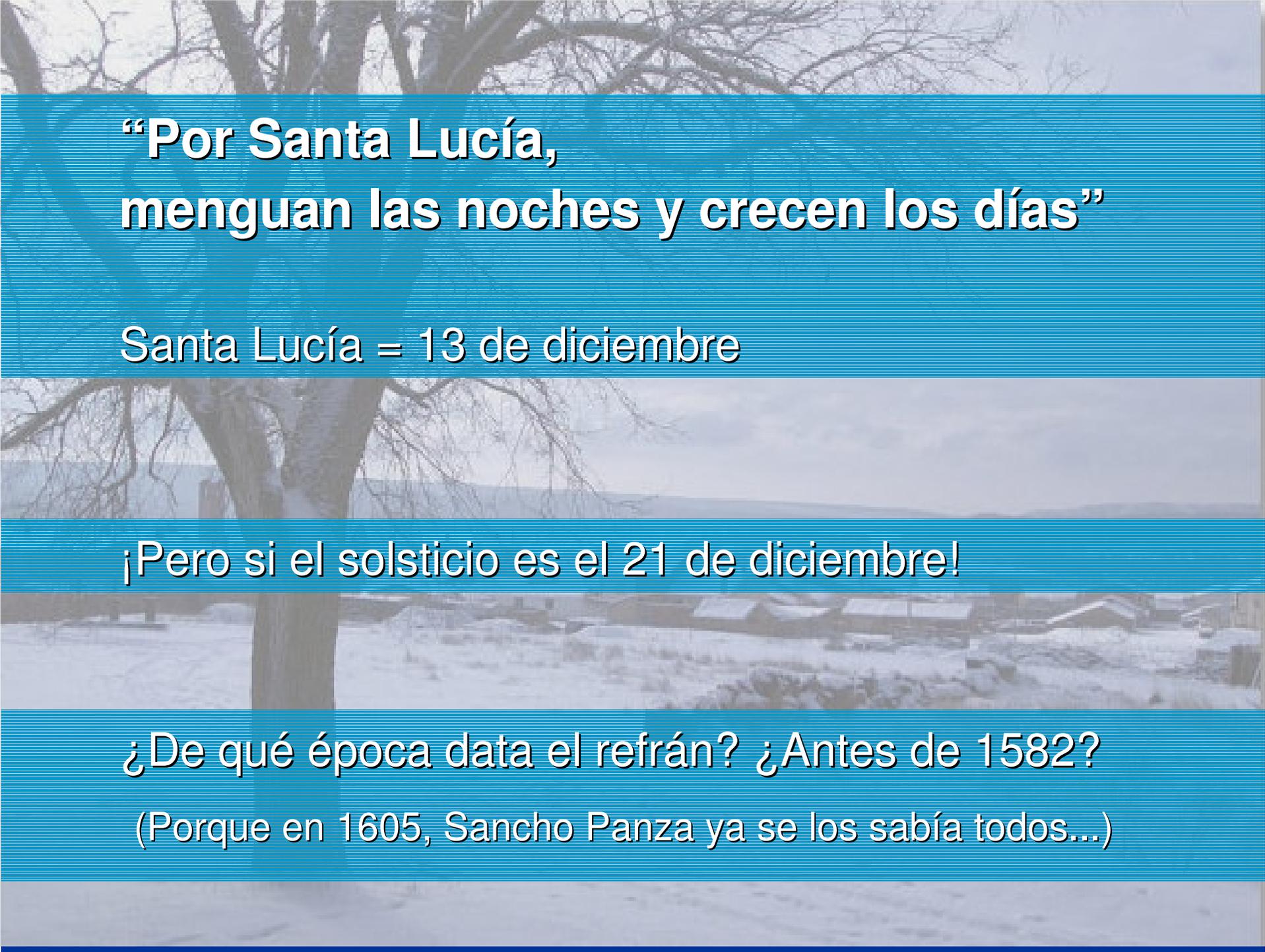
Com. Soc. J.



ROMAE, Apud Aloyfium Zannettum, MDCIII.
EX SUPERIORVM PERMISSV.

Præsentat. Generalis. Societatis.

Cristóbal Clavio, 1603



**“Por Santa Lucía,
menguan las noches y crecen los días”**

Santa Lucía = 13 de diciembre

¡Pero si el solsticio es el 21 de diciembre!

¿De qué época data el refrán? ¿Antes de 1582?

(Porque en 1605, Sancho Panza ya se los sabía todos...)

¿Cómo es de buena la reforma gregoriana?

Año de 365,2425 días.

Sólo desfasa **1 día** en más de **3000 años**.



Pero hacia 1100 d.C.,
Omar Khayyam propuso
suprimir un bisiesto cada 128 años.

Esto sería aún mejor
(año de 365,242187 días,
desfasa **1 día** en **50000 años**)

*El Calendario romano con sus reformas no es el mejor...
Pero se ha difundido por motivos históricos.*

¿Cuándo comienza el año?

Normalmente en uno de los **equinoccios o solsticios**.

El calendario romano pasó a comenzar el **1 de enero** por diversas vicisitudes.

En la Edad Media en Europa, a veces se consideraba el comienzo en **enero**, otras en **Navidad** (solsticio de invierno), otras en la **Anunciación** (equinoccio de primavera).

Amiens: el año comienza en Navidad (Capricornio)



El día juliano

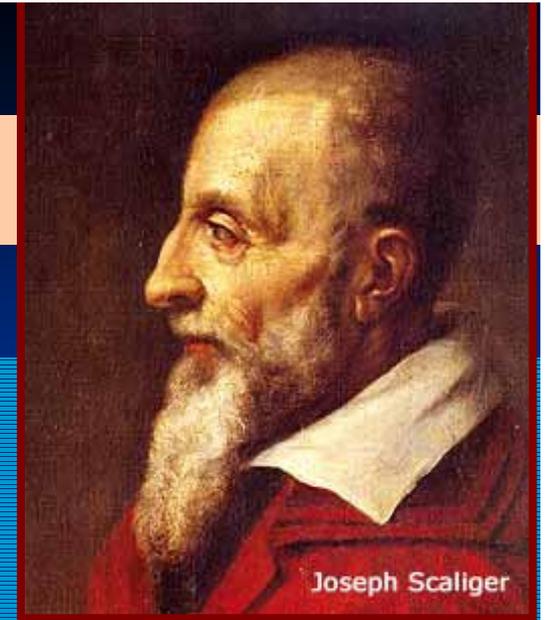
Idea de **Giuseppe Scaligero**
(1484-1556)

Numerar simplemente los días de uno en uno
sin semanas, meses ni años.

Fijó el comienzo en el 1 de enero del 4712 a.C.

Los días comienzan a mediodía.

*Hoy 23-5-2007, a las 18:30 h, es el día juliano
2 454 244,1875*



La semana de 7 días

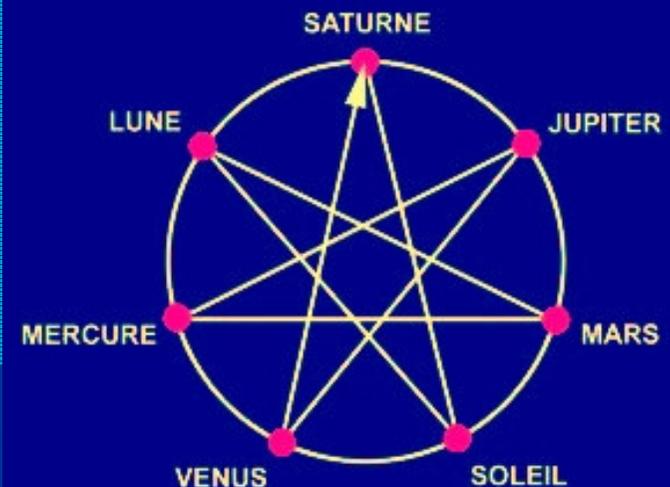
¿Tiene la semana sentido astronómico?

¿Las **fases de la Luna**?

¿Son 4 semanas un mes lunar? *29.5 días, no 28*

¿Dedicar un día a cada **“planeta”** ?

Idea que se difundió por Oriente Medio:
babilonios, sirios, egipcios,
persas, hindúes



El omnipresente siete

7 “Planetas”



7 días creación del mundo en el Génesis

7 notas musicales

7 “colores” del arco iris

7 colinas de Roma

7 sabios de Grecia

7 maravillas del mundo

7 mares

(Mediterráneo, Adriático, Negro, Caspio, Rojo, Pérsico e Índico)

Las botas de 7 leguas

La semana... ¿de cuántos días?

Hebreos: 7 días (creación del mundo)

Romanos: 8 días

Mayas, Aztecas: 4 días

Incas: 9 días

Asirios: 6 días

Celtas: 15 días

Egipcios, griegos: 10 días

Japón: 7 días (fuego, agua, madera, metal, tierra, Sol y Luna)

Revolución rusa: 5 días

División independiente de los meses o años

Los romanos adoptaron la semana babilónica de 7 días y ésta se expandió con el cristianismo.

Royal Observatory
Greenwich



El reloj.

¿Está escrito en la Naturaleza que el día tenga 12+12 horas?

Babilonios, egipcios: 12+12 horas iguales

Chinos: 12 horas iguales

Zi, chou, yin, mao, chen, si, wu, wei, shen, you, xu, hai.

El reloj.

Romanos, época de la República:

13 “momentos” del día, sin duración determinada

*Diluculum, mane, ad meridiem, meridies,
post meridiem, suprema, vespera, crepusculum, prima fax,
concupium, intempesta nox, media nox, gallicinium*

Posteriormente: 12 + 12 “**horas desiguales**”
(el día en 12 partes, la noche en otras 12)

En otros lugares (Japón)
también se usaron horas desiguales

¿Cuándo comienza el día?

Babilonios: Al amanecer

Hebreos: A la puesta de sol

Egipcios: A medianoche

Día Juliano: A mediodía

Europa, s.XIV: Día de 24 horas iguales con distintos comienzos:

Italia: al anochecer, Francia: a medianoche

El reloj de Sol

Gnomon o varilla:
paralelo al eje terrestre
(Varía según la latitud)

Horizontal

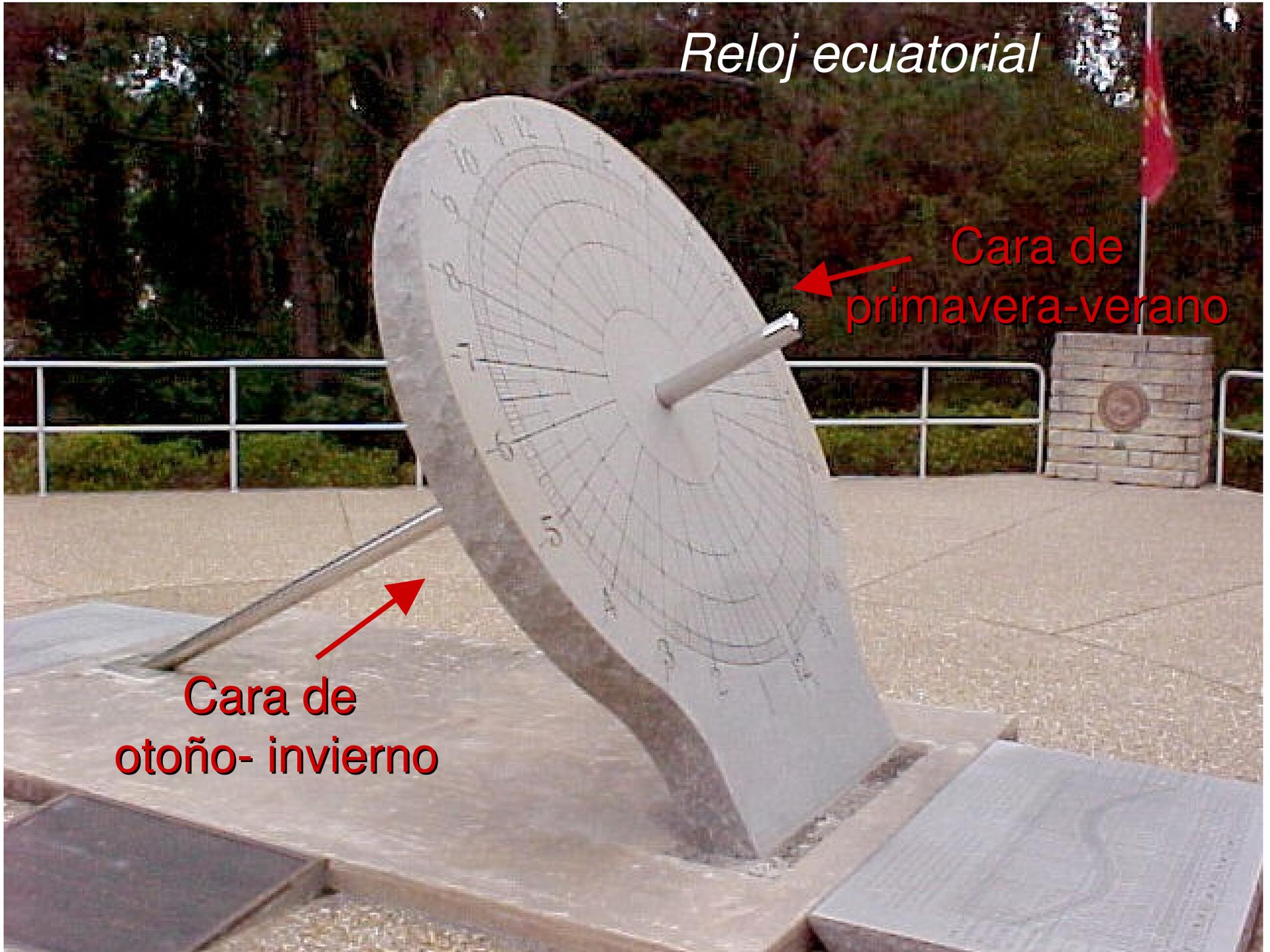
Vertical



Reloj ecuatorial

**Cara de
primavera-verano**

**Cara de
otoño- invierno**



“En el sentido de las agujas del reloj”

Reproduce el movimiento de la sombra en un reloj de Sol horizontal del Hemisferio Norte



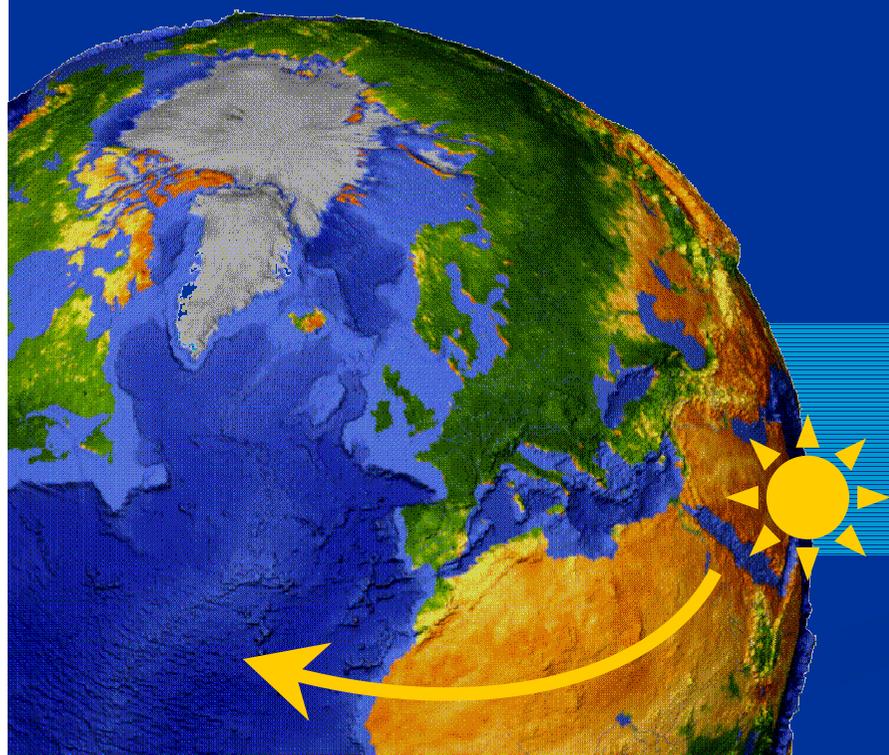
Si el reloj de Sol se hubiera desarrollado en el Hemisferio Sur...



¿Hora local u hora del meridiano?

El **mediodía solar** es un fenómeno local

*Ocurre casi 45 min. antes en Gerona que en La Coruña;
5 min. antes en Castro-Urdiales que en San Vicente*



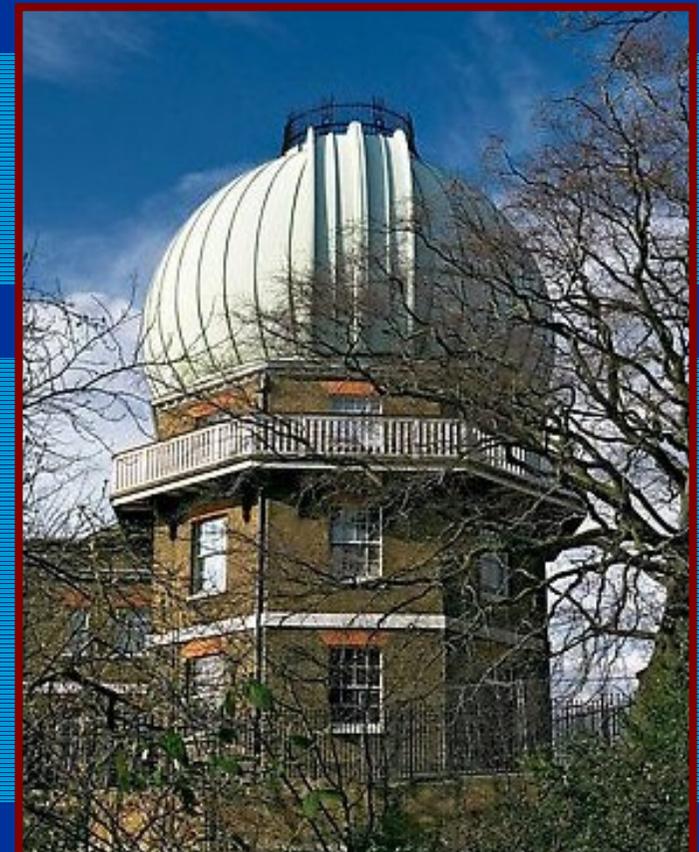
Por tanto la **hora solar**
es una medida local.

¿Hora local u hora del meridiano?

¡**Unificar la hora** requiere relojes mecánicos!
O un medio de comunicación instantánea.

Finales del s. XVIII, España:
hora del **meridiano de Madrid.**

1 de enero de 1901, España:
hora del
meridiano de Greenwich
(14 minutos más)



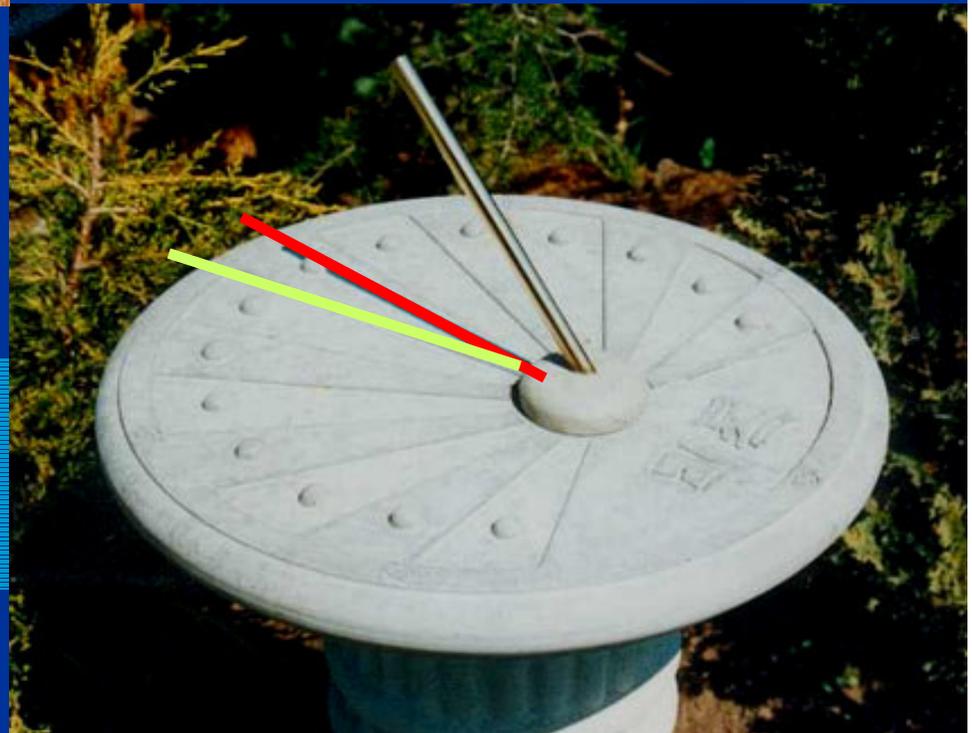


*Observa los
relojes de Sol
que encuentres...*

**Mediodía local
(justo bajo el gnomon)**

**Mediodía de Greenwich
(para Santander)**

*¿Marcan la hora
local o de Greenwich?*

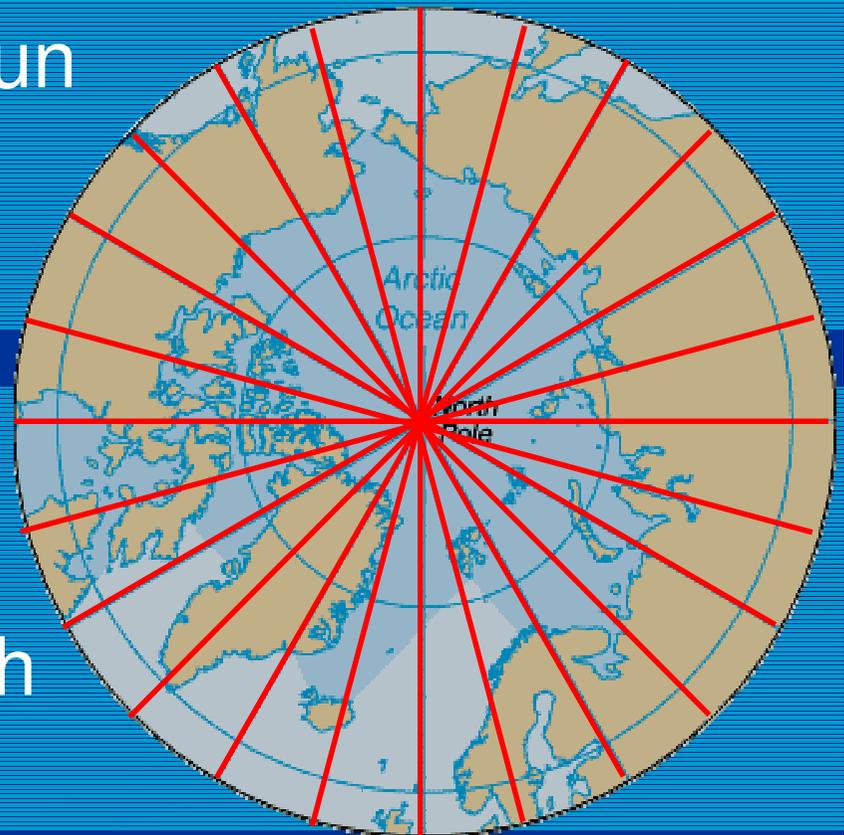


Husos horarios

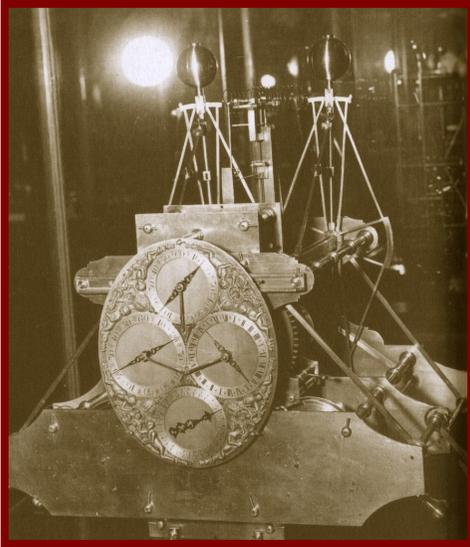
1873: “La vuelta al mundo en 80 días”

1884: “Conferencia Internacional de Washington con el Propósito de Fijar un Meridiano Principal y Un Día Universal”

Hacia 1930:
Aceptación internacional del meridiano 0 de Greenwich y de los husos horarios.



El problema de la longitud geográfica

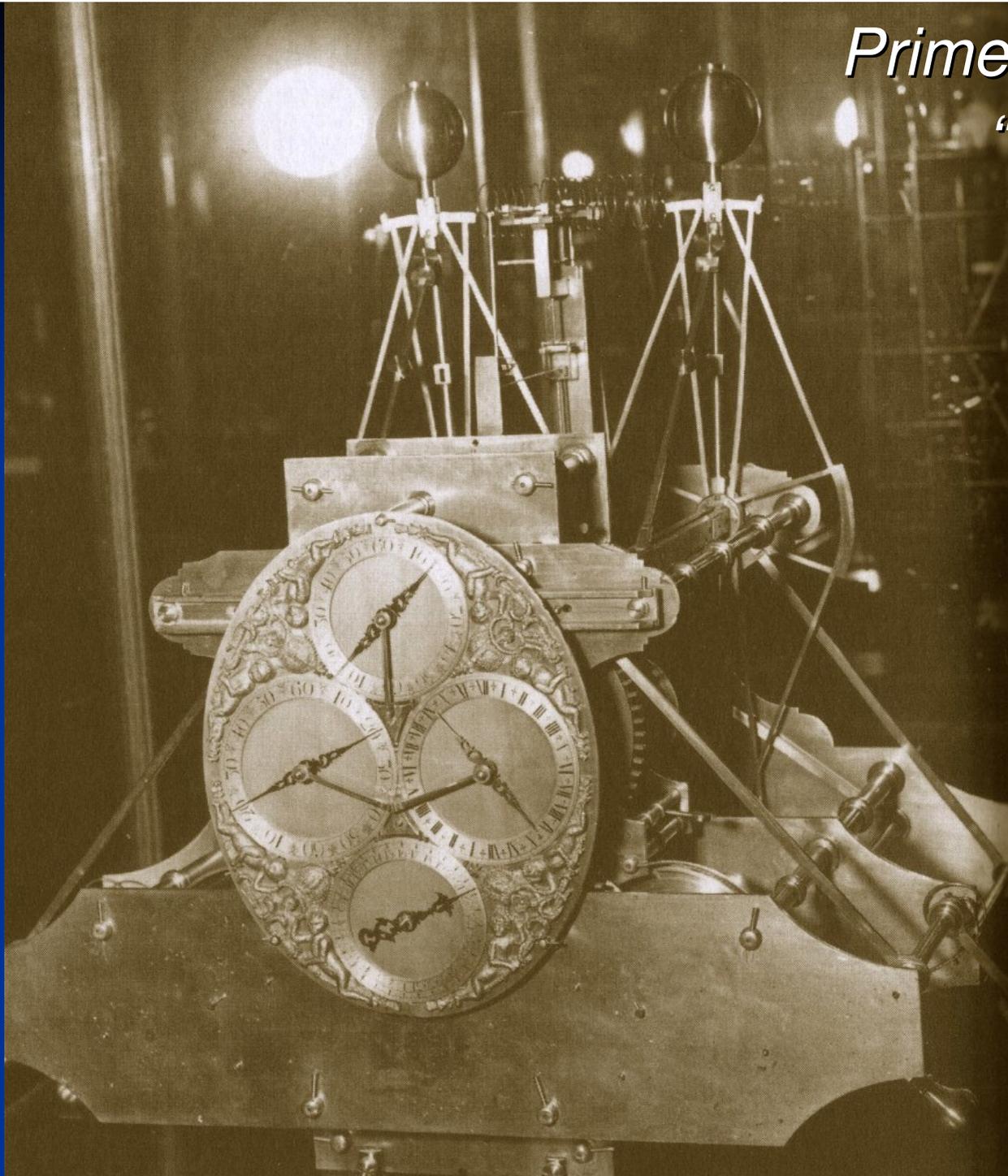


¡Los meridianos son indistinguibles!
Determinar la longitud
también requiere relojes mecánicos

Los paralelos sí son distinguibles
por observación del firmamento.

Los 2 hemisferios entre sí también.

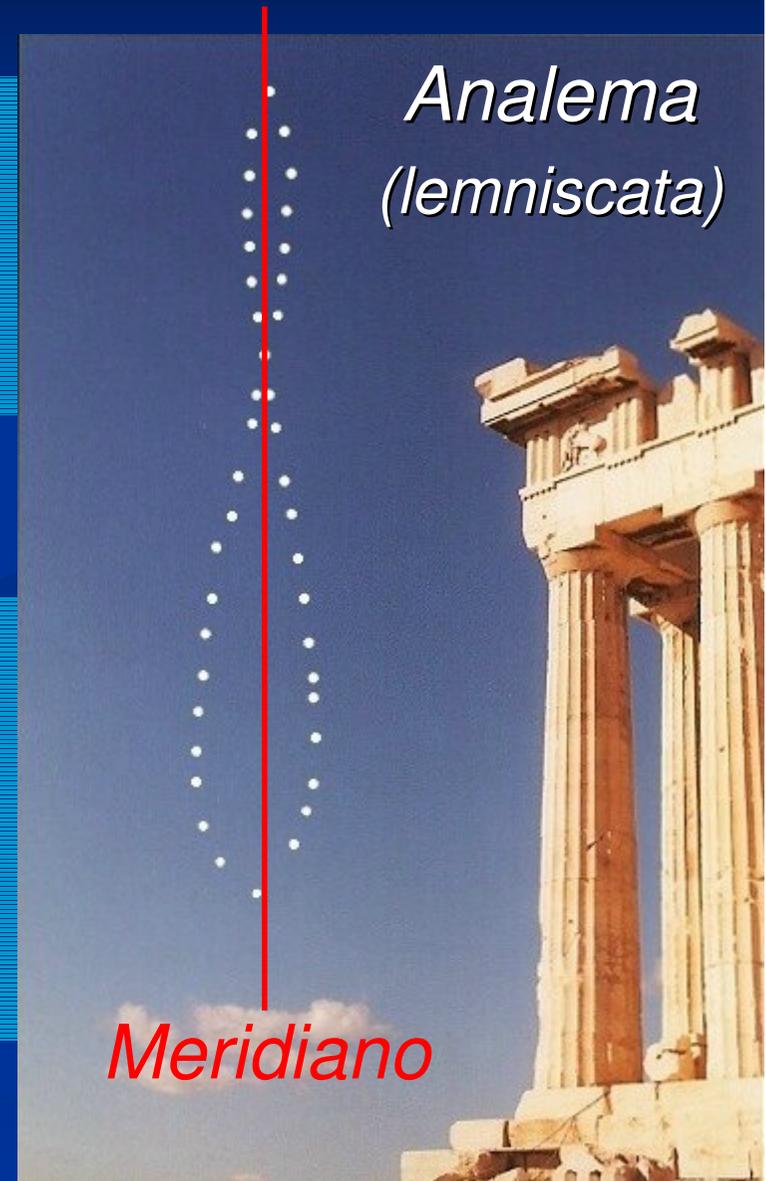
*Primer reloj mecánico
"H1" de Harrison
1735*



La “ecuación del tiempo”

Los relojes mecánicos
“atrasan” o “adelantan”
respecto al día solar

El Sol fotografiado
cada día
a las **12:00**
del reloj mecánico





Hora oficial =

- Hora del reloj de Sol +
- + corrección por longitud (en relojes no corregidos)
- + 1h en invierno y 2h en verano
- + ecuación del tiempo**

¡...Esto se soluciona con un gnomon en forma de analema!



*1998, por Juan Vicente Pérez Ortiz
(Círculo Astronómico del Mediterráneo)*

Observatorio Astronómico de Cantabria

