



# La magia de la ciencia

## *Magia matemática y matemáticas mágicas*

Nancho Alvarez

vag@uma.es

Universidad de Málaga



# ¿Qué es la magia?

La magia, también llamada *ilusionismo* o *prestidigitación*, es el arte de engañar al espectador **con su consentimiento** para crear la ilusión de que lo imposible puede suceder.

# ¿Qué es la magia?

La magia, también llamada *ilusionismo* o *prestidigitación*, es el arte de engañar al espectador **con su consentimiento** para crear la ilusión de que lo imposible puede suceder.

**ATENCIÓN:** No confundir con el esoterismo, astrología, quiromancia, espiritismo, cartomancia, etc. Las mal llamadas “ciencias ocultas” engañan al espectador **sin su consentimiento** para sacarle todo el dinero posible.

# Ramas de la magia

---

- Grandes ilusiones

# Ramas de la magia



- Grandes ilusiones
- Magia de salón



# Ramas de la magia



- Grandes ilusiones
- Magia de salón
- Magia de cerca
  - Cartomagia
  - Micromagia



# Ramas de la magia



- Grandes ilusiones
- Magia de salón
- Magia de cerca
  - Cartomagia
  - Micromagia
- Mentalismo



# Ramas de la magia

- Grandes ilusiones
- Magia de salón
- Magia de cerca
  - Cartomagia
  - Micromagia
- Mentalismo
- Manipulación

# Ramas de la magia

- Grandes ilusiones
- Magia de salón
- Magia de cerca
  - Cartomagia
  - Micromagia
- Mentalismo
- Manipulación
- Magia matemática y científica

# Algunos magos y la ciencia



**Juan Tamariz:**



Le falta una asignatura para ser licenciado en Ciencias Físicas.



# Algunos magos y la ciencia

**Juan Tamariz:**



Le falta una asignatura para ser licenciado en Ciencias Físicas.

**Persi Diaconis:**



Ha demostrado que basta mezclar 7 veces una baraja para que no haya rastro del orden inicial.

# Algunos magos y la ciencia

**Juan Tamariz:**



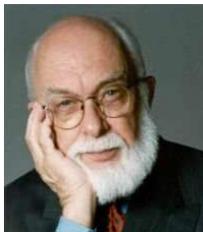
Le falta una asignatura para ser licenciado en Ciencias Físicas.

**Persi Diaconis:**



Ha demostrado que basta mezclar 7 veces una baraja para que no haya rastro del orden inicial.

**James Randi:**



Ofrece un millón de dólares a quien demuestre tener poderes sobrenaturales.

# Reglas de oro de la magia

- No revelar el secreto.

# Reglas de oro de la magia

- No revelar el secreto.
- No repetir el mismo efecto.

# Reglas de oro de la magia



- No revelar el secreto.
- No repetir el mismo efecto.
- Practicar antes de actuar en público.



# Reglas de oro de la magia



- No revelar el secreto.
- No repetir el mismo efecto.
- Practicar antes de actuar en público.
- No aburrir al espectador.



# Reglas de oro de la magia



- No revelar el secreto.
- No repetir el mismo efecto.
- Practicar antes de actuar en público.
- No aburrir al espectador.

¡¡En esta charla voy a incumplirlas todas!!





# Trucos topológicos

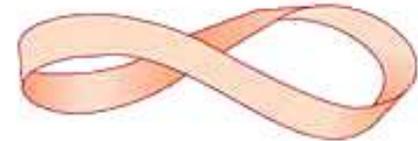


# La banda de Möbius



Es una superficie **no** orientable.

Se construye pegando una tira de papel por sus extremos, habiendo dado medio giro a uno de ellos.



- ¡Sólo tiene una cara!

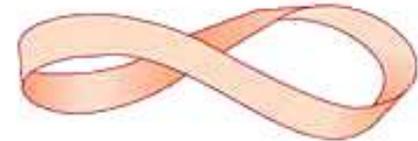


# La banda de Möbius



Es una superficie **no** orientable.

Se construye pegando una tira de papel por sus extremos, habiendo dado medio giro a uno de ellos.



- ¡Sólo tiene una cara!
- ¡Sólo tiene un lado!

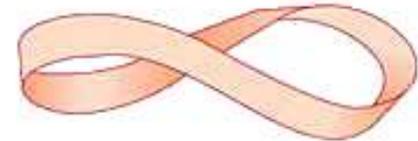


# La banda de Möbius



Es una superficie **no** orientable.

Se construye pegando una tira de papel por sus extremos, habiendo dado medio giro a uno de ellos.



- ¡Sólo tiene una cara!
- ¡Sólo tiene un lado!
- ¡Al cortarla por la mitad sigue siendo de una pieza!

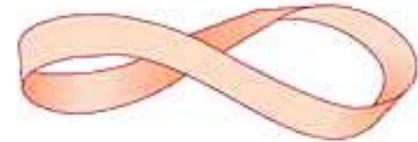


# La banda de Möbius



Es una superficie **no** orientable.

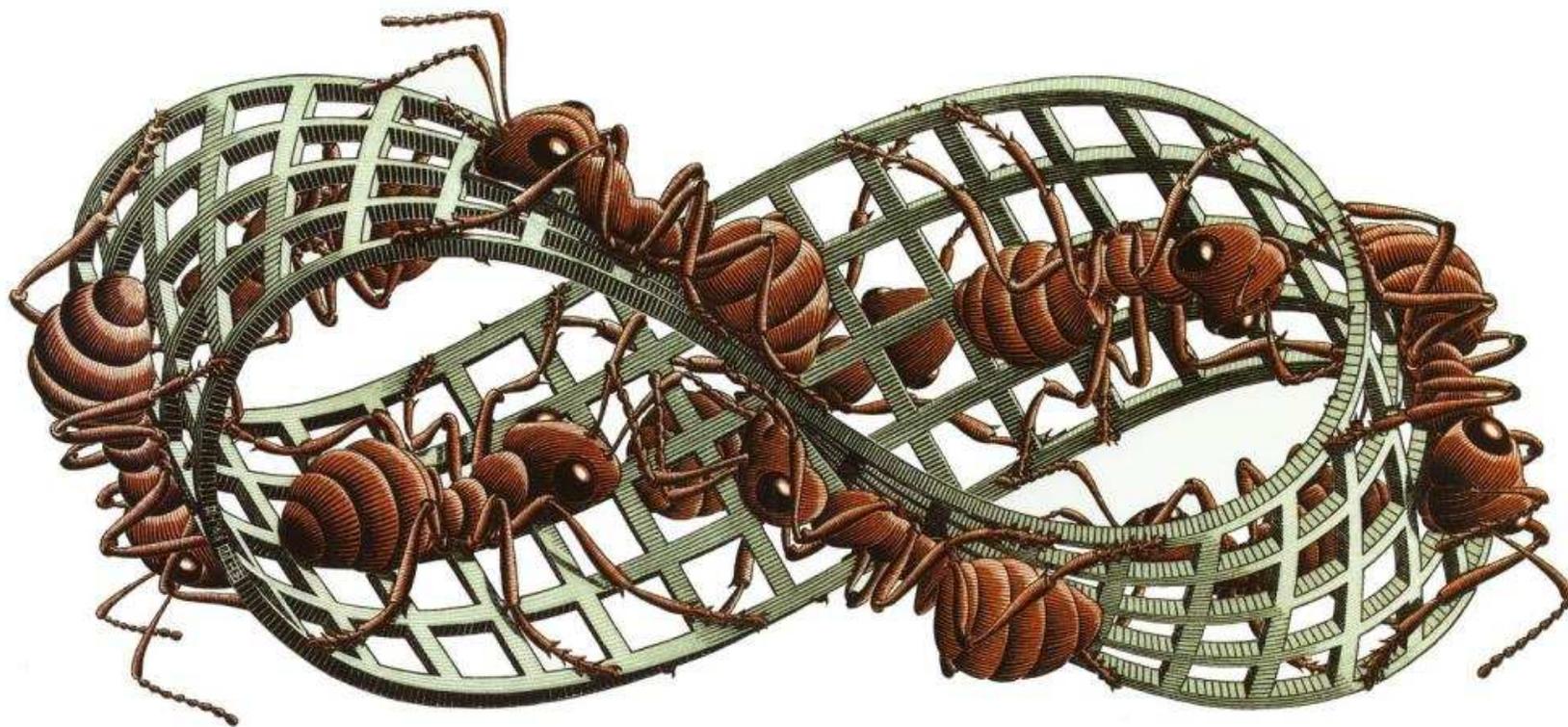
Se construye pegando una tira de papel por sus extremos, habiendo dado medio giro a uno de ellos.



- ¡Sólo tiene una cara!
- ¡Sólo tiene un lado!
- ¡Al cortarla por la mitad sigue siendo de una pieza!
- ¿Qué pasa al cortarla en tres partes?



# Escher



# Un poco de topología

- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.

# Un poco de topología



- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.



# Un poco de topología



- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.



# Un poco de topología



- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.



# Un poco de topología



- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.
- No se permite cortar ni pegar.



# Un poco de topología



- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.
- No se permite cortar ni pegar.
- Un topólogo confunde una taza con una rosquilla.



# Un poco de topología



- Es la rama de las matemáticas que estudia la forma *esencial* de las cosas, sin importar que se deformen.
- Se parece a la geometría, pero no hay que medir.
- Un cuadrado es lo mismo que un rectángulo.
- Una línea recta es lo mismo que una línea curva.
- No se permite cortar ni pegar.
- Un topólogo confunde una taza con una rosquilla.
- Pero distingue una taza de un balón.



# Jet Pack



# Jet Pack



# Jet Pack



# El cilindro

---

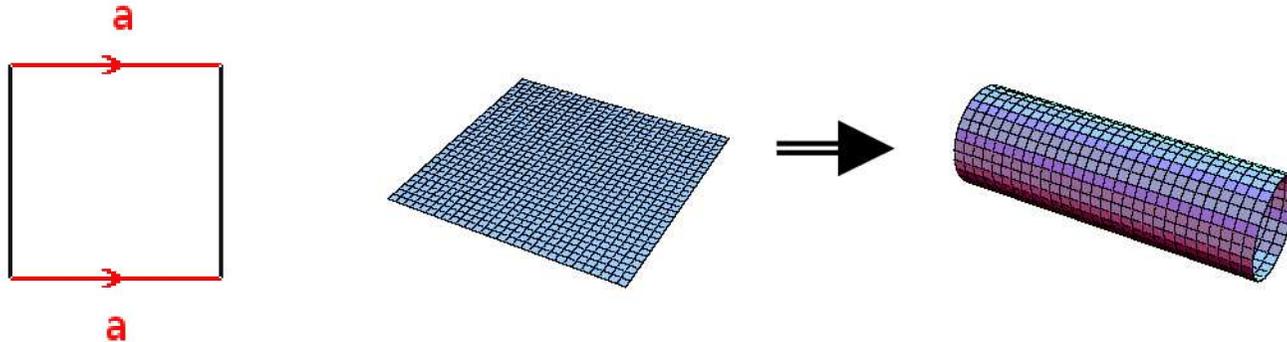


- El protagonista del juego Jet Pack vive en un cilindro (aunque tal vez él no lo sepa).



# El cilindro

- El protagonista del juego Jet Pack vive en un cilindro (aunque tal vez él no lo sepa).
- Topológicamente, un cilindro es equivalente a un cuadrado en el que hemos pegado dos de los lados opuestos.



# Cortar un cilindro

---



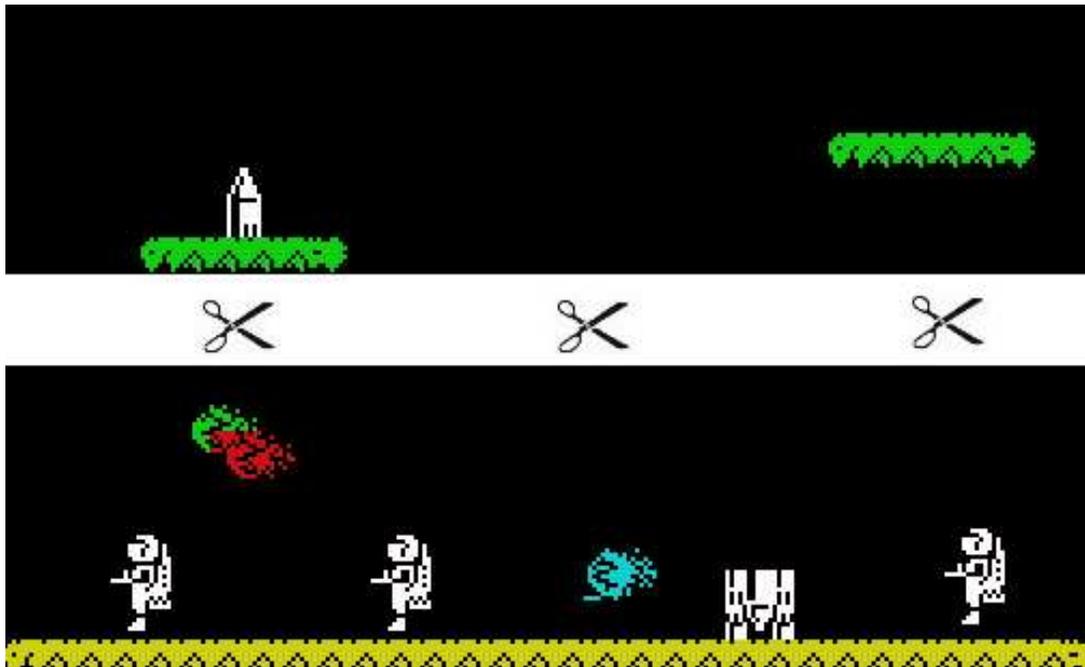
¿Qué pasa si cortamos el universo de Jet Pack por la mitad?



# Cortar un cilindro



¿Qué pasa si cortamos el universo de Jet Pack por la mitad?



El astronauta no podría pasar al otro lado.



# Jet Pack y la banda de Möebius



# Jet Pack y la banda de Möebius



# Jet Pack y la banda de Möebius



# Cortar una banda de Möbius



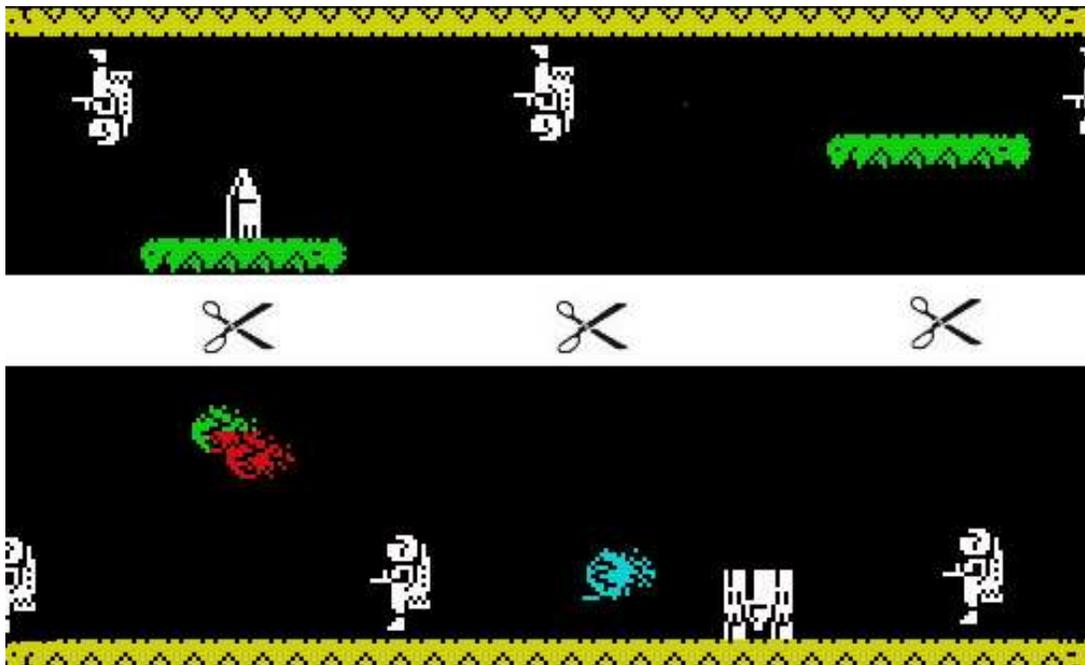
¿Qué pasa si cortamos una banda de Möbius?



# Cortar una banda de Möbius



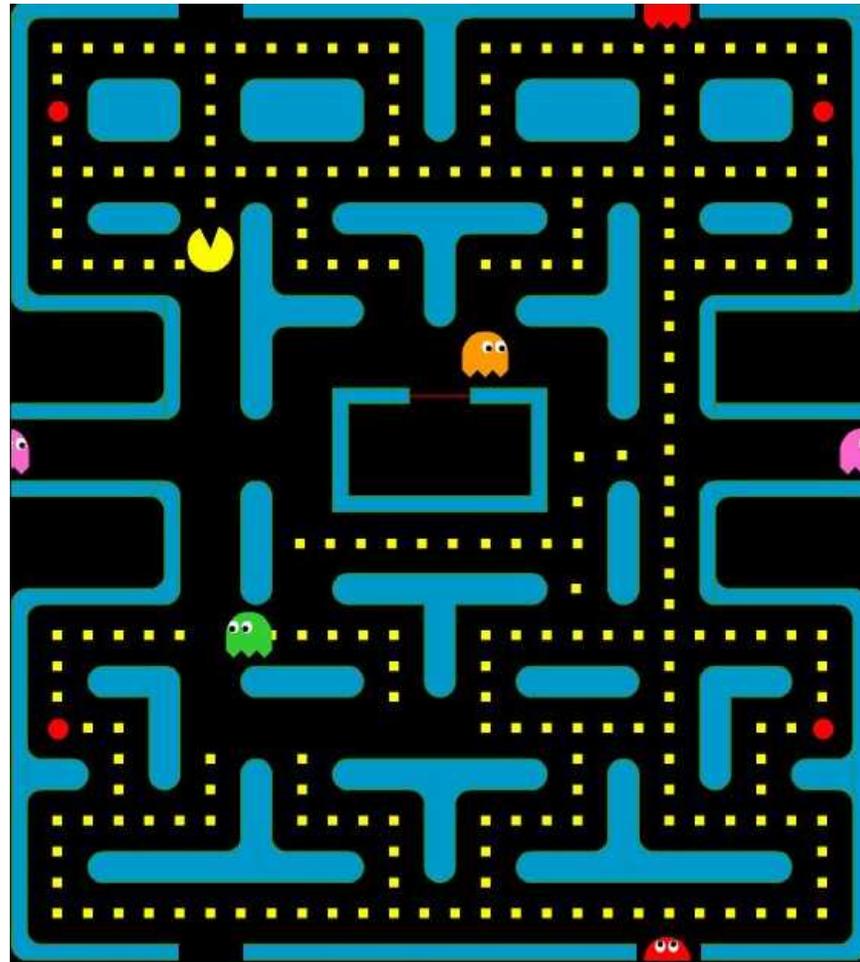
¿Qué pasa si cortamos una banda de Möbius?



El astronauta puede acceder a cualquier lugar.  
!!! Su universo sigue siendo de una pieza!!!



# Comecocos



# El toro

---



- El comecocos vive en una figura que se llama **toro**.



# El toro



- El comecocos vive en una figura que se llama **toro**.
- Es la superficie de una rosquilla.

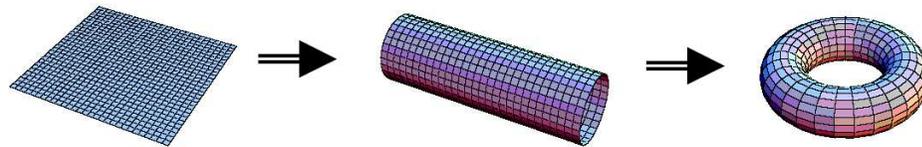
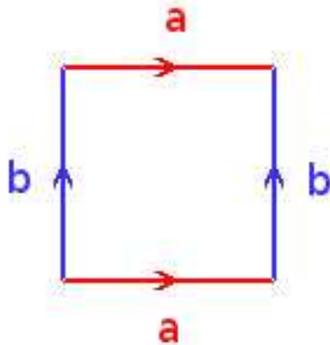


# El toro

- El comecocos vive en una figura que se llama **toro**.
- Es la superficie de una rosquilla.

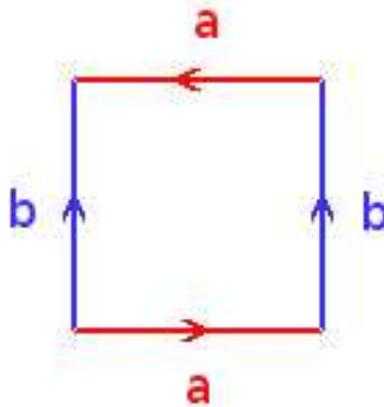


- Topológicamente es como un cuadrado en el que hemos pegado los dos pares de lados opuestos.



# La botella de Klein

- Dos lados están identificados como en un cilindro
- Los otros como una banda de Möebius
- Son dos bandas de Möebius pegadas por su único lado



# La botella de Klein



Es una superficie tan retorcida que no cabe en el espacio....



# La botella de Klein



Es una superficie tan retorcida que no cabe en el espacio....



... aunque hay quien las fabrica.



# ¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.

# ¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.

# ¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.

# ¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- Ni siquiera se sabe si es orientable.

# ¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- Ni siquiera se sabe si es orientable.
- ¿Se extiende infinitamente o se cierra sobre sí mismo?

# ¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- Ni siquiera se sabe si es orientable.
- ¿Se extiende infinitamente o se cierra sobre sí mismo?
- ¿Tiene agujeros como una rosquilla?

# ¿Cuál es la topología del Universo?

- No se conoce la topología del Universo.
- Es una cuestión que estudian los cosmólogos.
- En principio podría tener cualquier topología.
- Ni siquiera se sabe si es orientable.
- ¿Se extiende infinitamente o se cierra sobre sí mismo?
- ¿Tiene agujeros como una rosquilla?
- Alguna lejana galaxia podría ser la nuestra.



# Magia con números



# El truco del 1089

- Elegir un número de 3 cifras
- Escribirlo al revés
- Restar ambos números
- Escribir el resultado al revés
- Sumar
- **!El resultado coincide con la predicción del mago!**
- Recoger los aplausos

# ¿Siempre sale el mismo resultado?

$$\begin{array}{r} 321 \\ - 123 \\ \hline 198 \\ + 891 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 814 \\ - 418 \\ \hline 396 \\ + 693 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 702 \\ - 207 \\ \hline 695 \\ + 596 \\ \hline 1089 \end{array}$$

# ¿Siempre sale el mismo resultado?

$$\begin{array}{r} 321 \\ - 123 \\ \hline 198 \\ + 891 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 814 \\ - 418 \\ \hline 396 \\ + 693 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 702 \\ - 207 \\ \hline 695 \\ + 596 \\ \hline 1089 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 626 \\ - 626 \\ \hline 000 \\ + 000 \\ \hline 000 \end{array}$$

¡Mucho cuidado con los números **capicúa**!

# Demostración



 PELIGRO 

	a	b	c
—	c	b	a
<hr/>			





# El truco del 1001

- Piensa un número de 3 cifras y escríbelo dos veces seguidas para tener un número de 6 cifras.
- Este número es divisible entre 7, compruébalo haciendo la división.
- El resultado es divisible entre 11, compruébalo.
- Ahora es divisible entre 13.
- ¡¡¡¡¡El resultado es el número pensado!!!!
- Gracias por la ovación.

# El truco del 1001 (explicación)



¿Qué operación matemática debemos hacer con 123 para convertirlo en 123123?



# El truco del 1001 (explicación)



¿Qué operación matemática debemos hacer con 123 para convertirlo en 123123?

¡Multiplicar por 1001!

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 1001 \\ \hline 123 \\ 000 \\ 000 \\ 123 \\ \hline 123123 \end{array}$$



# El truco del 1001 (explicación)



¿Qué operación matemática debemos hacer con 123 para convertirlo en 123123?

¡Multiplicar por 1001!

$$\begin{array}{r} 123 \\ \times 1001 \\ \hline 123 \\ 000 \\ 000 \\ 123 \\ \hline 123123 \end{array}$$

Pero 1001 es el producto de los números 7, 11 y 13.

$$123123 = 7 \times 11 \times 13 \times 123$$

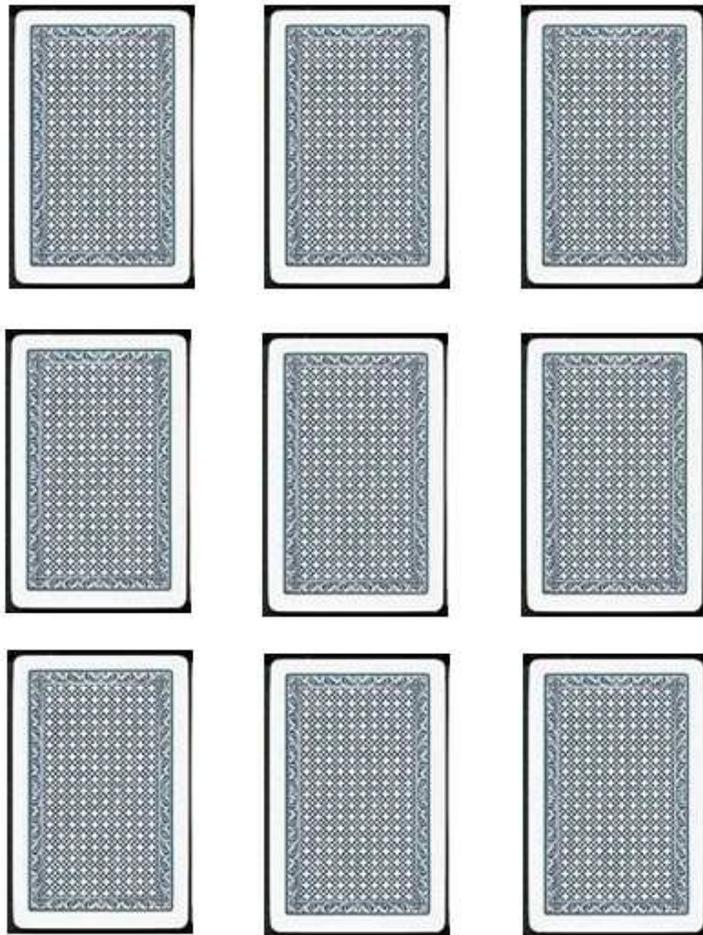




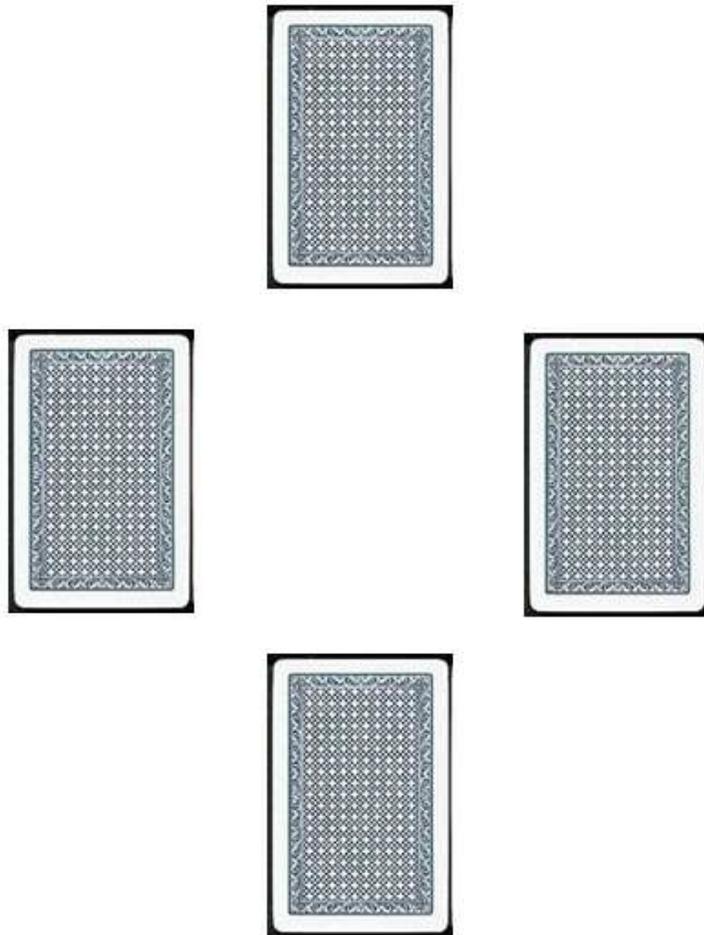
# Juegos con cartas



# La mansión encantada

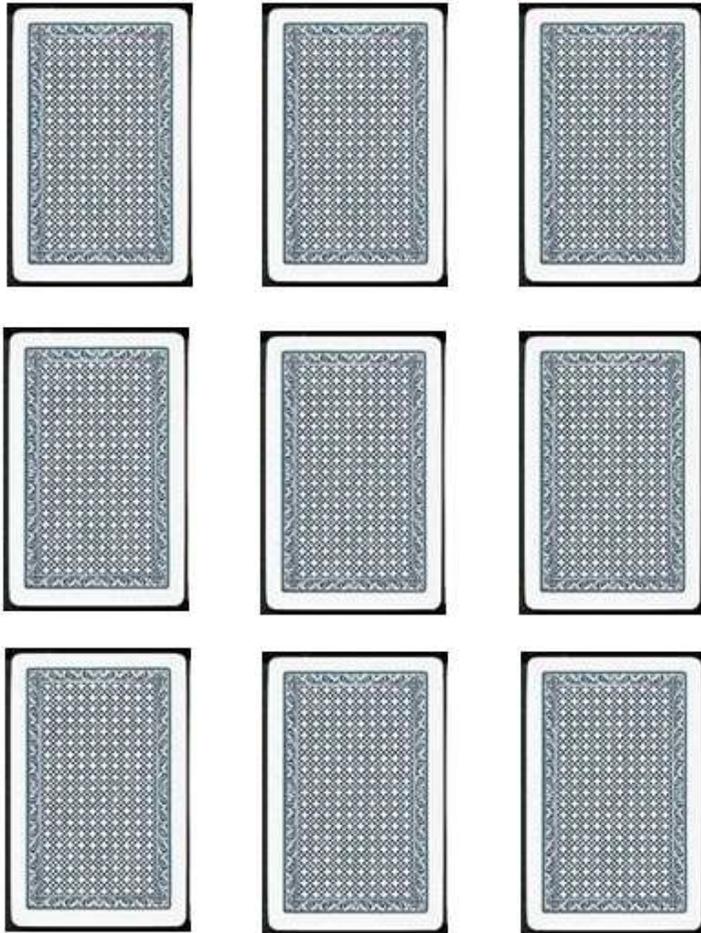


# La mansión encantada





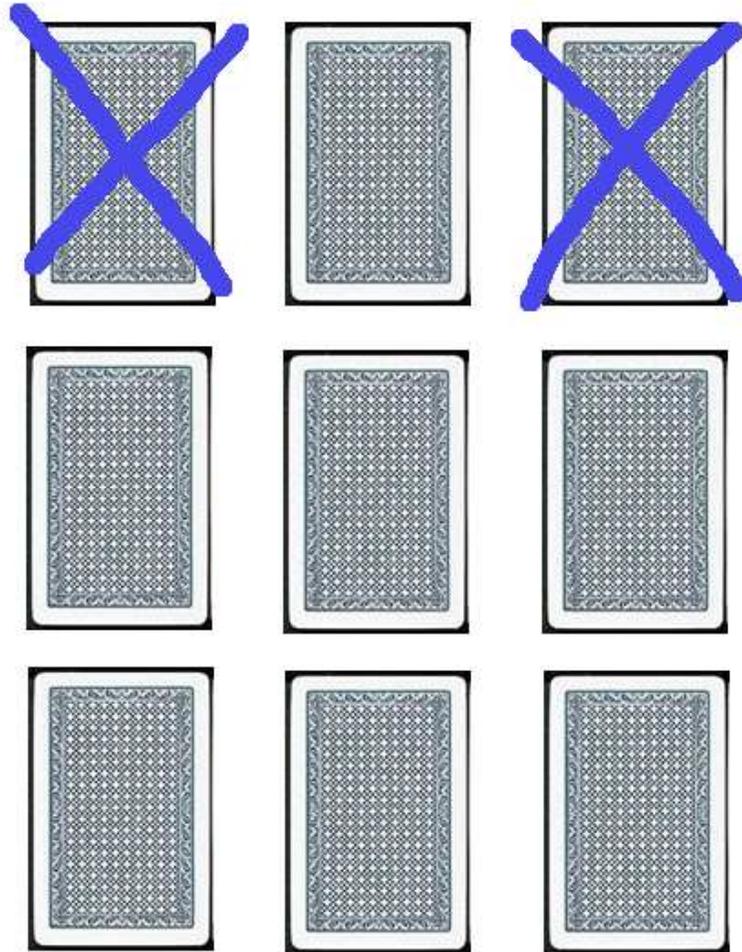
# La mansión encantada



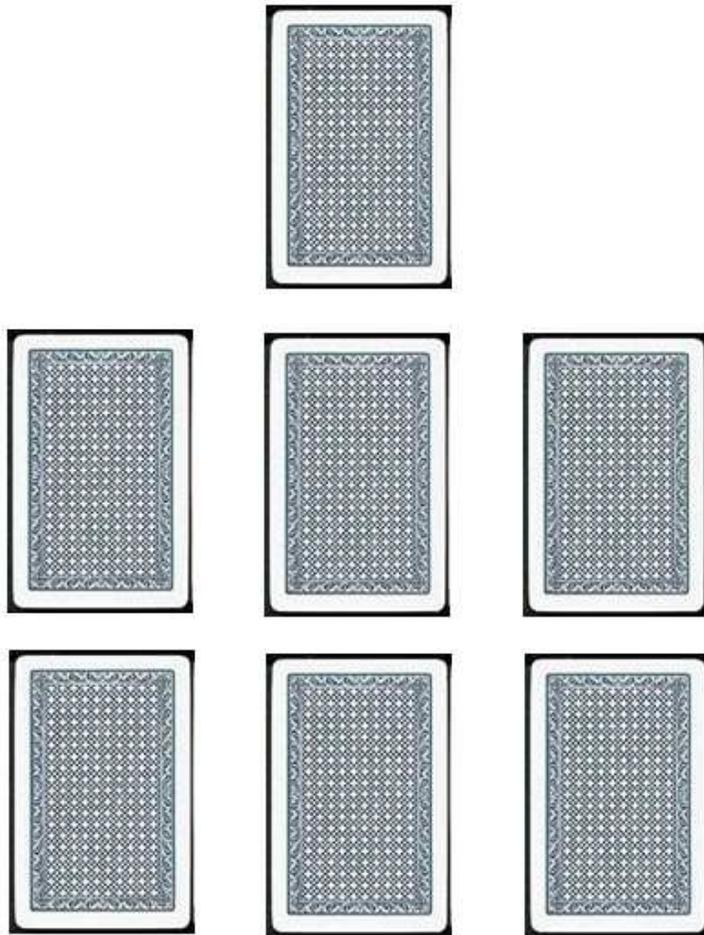
Avanzar 4



# La mansión encantada



# La mansión encantada

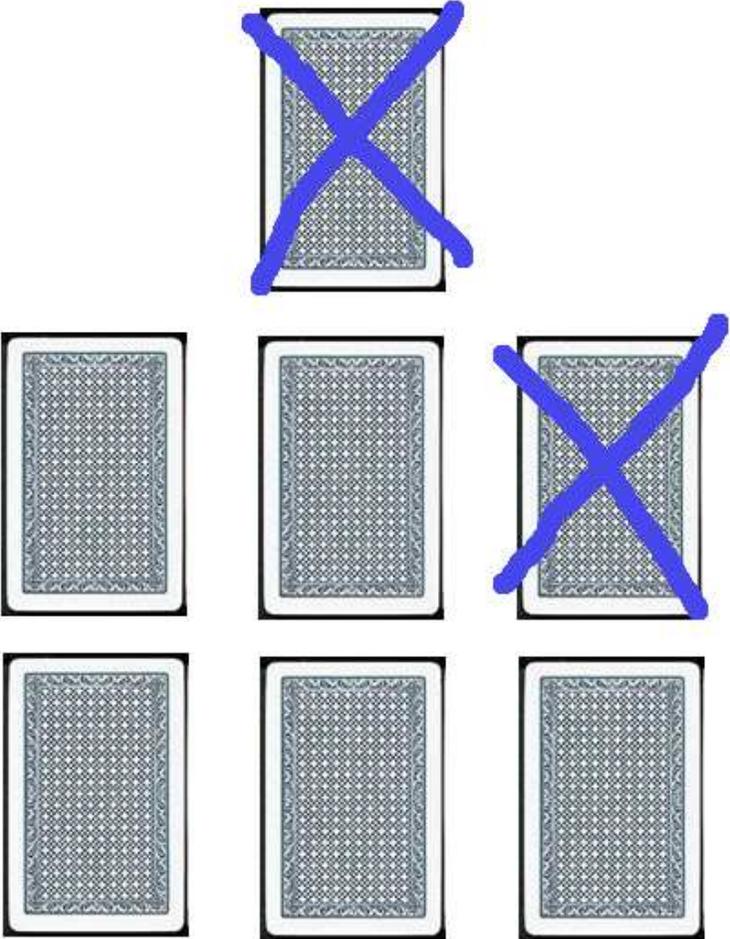


Avanzar 5



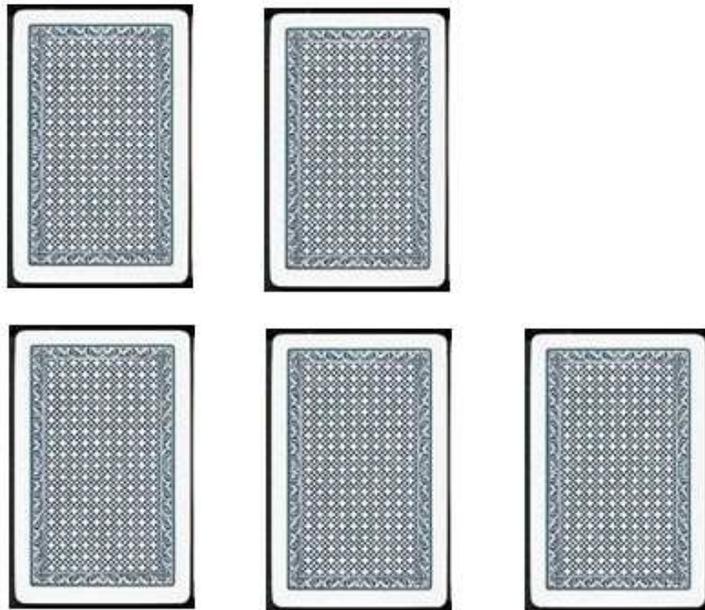


# La mansión encantada





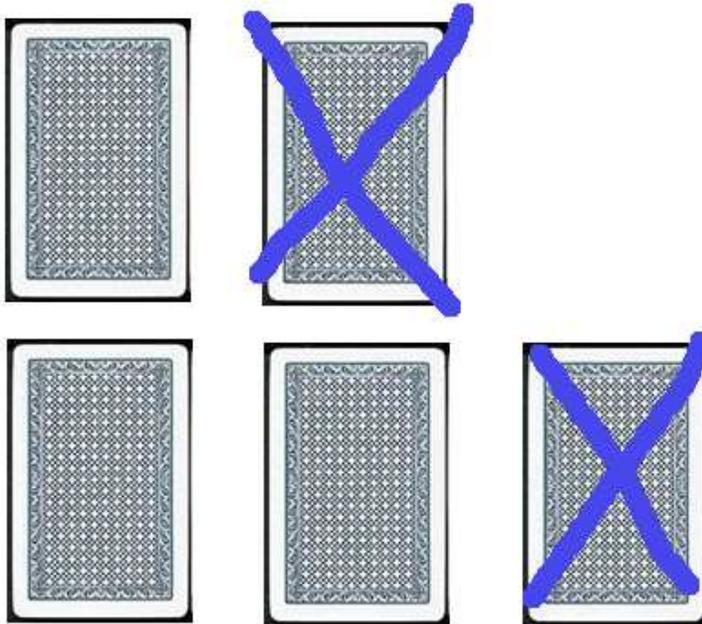
# La mansión encantada



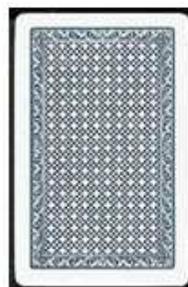
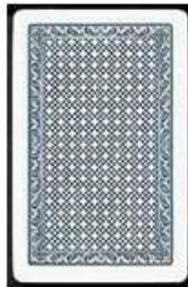
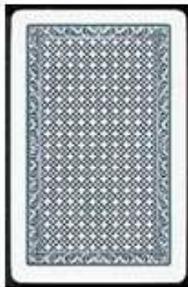
Avanzar 3



# La mansión encantada



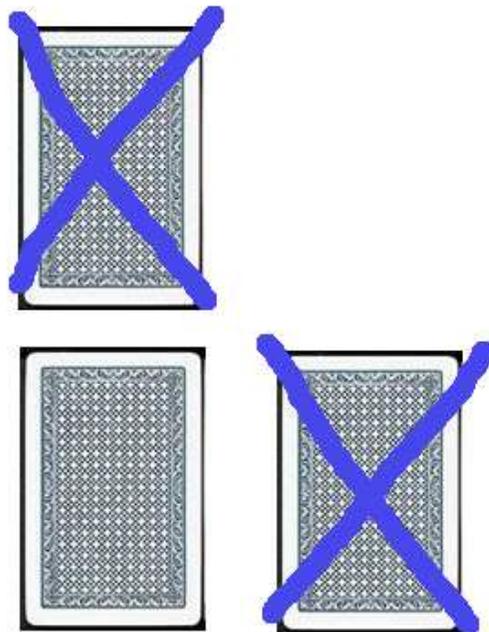
# La mansión encantada



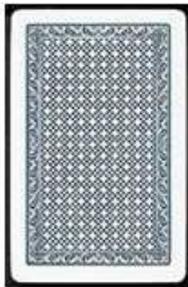
Avanzar 1



# La mansión encantada



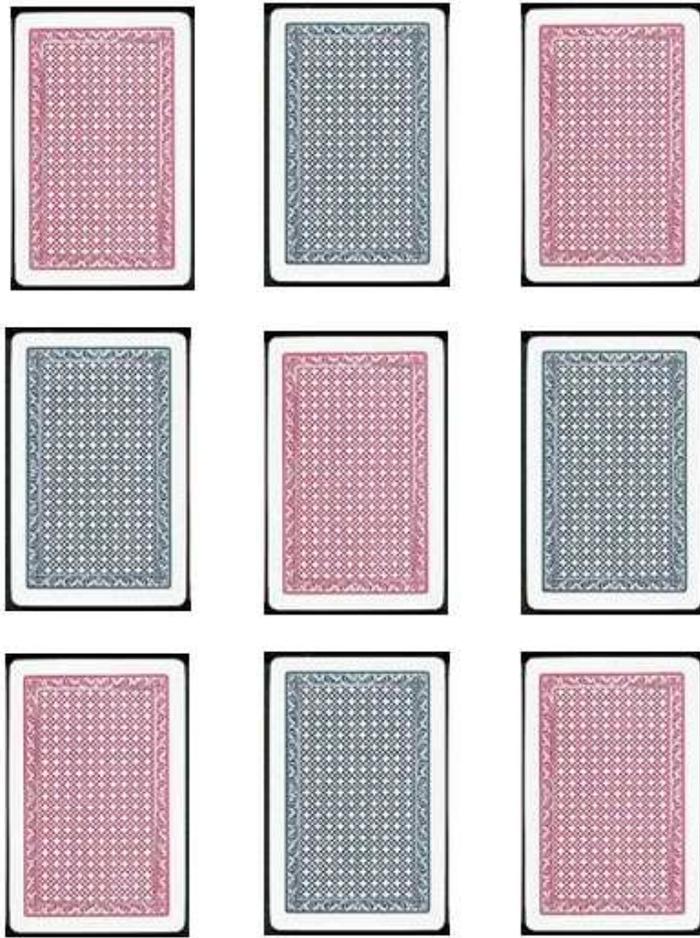
# La mansión encantada



¡¡Atrapados!!

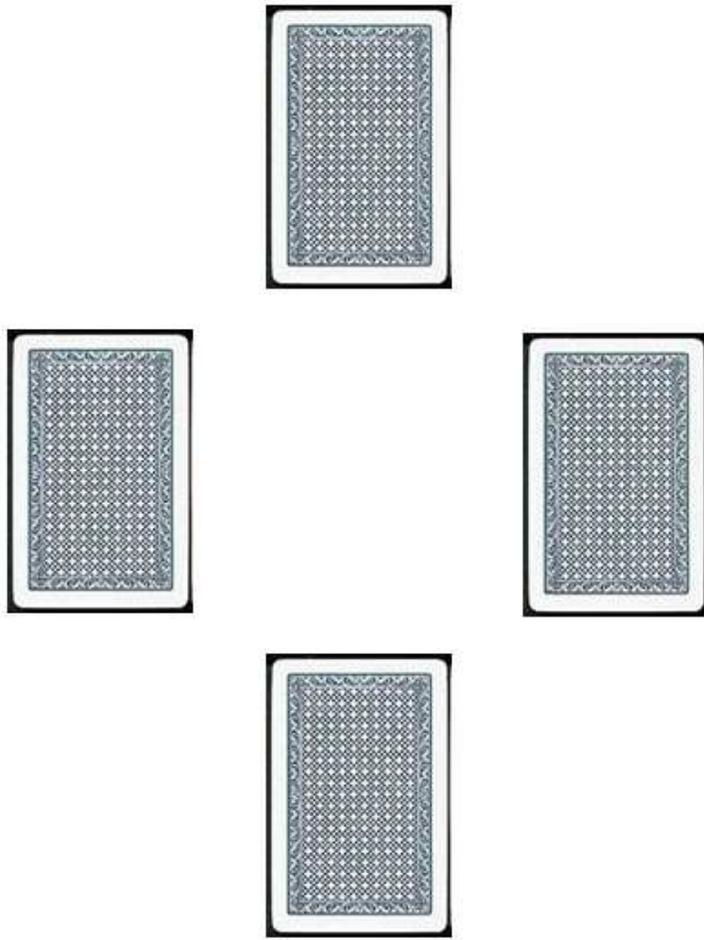


# El truco está en la paridad



Hay dos tipos de posiciones: pares e impares.  
Las representamos con cartas rojas y azules

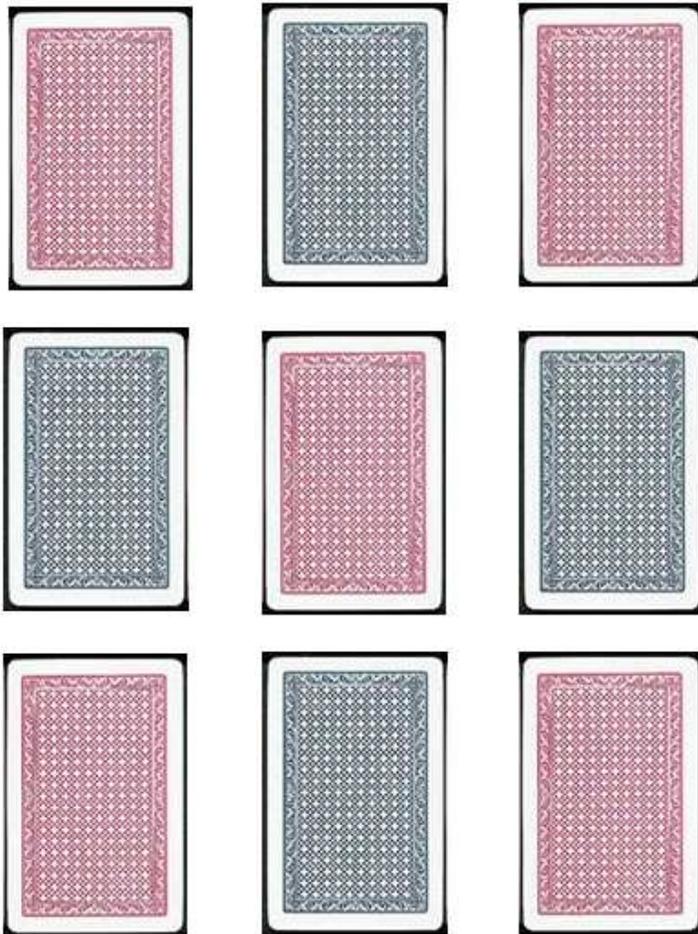
# El truco está en la paridad



Al principio  
estamos en una  
carta azul

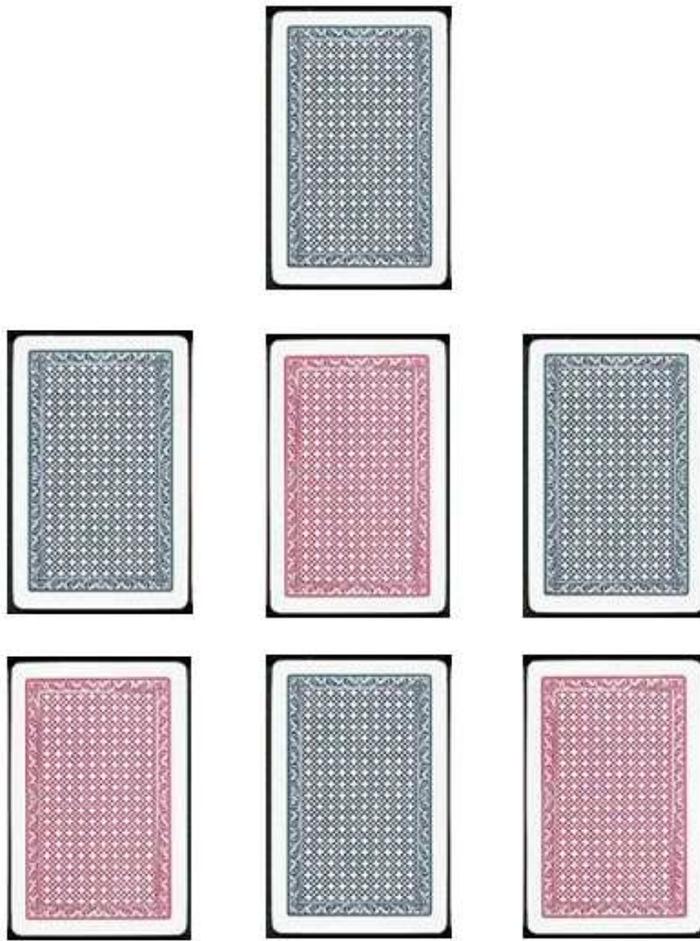


# El truco está en la paridad



Al avanzar 4,  
seguimos en una  
azul.  
Cuando nos  
movemos un  
número par de  
veces no se cambia  
la paridad

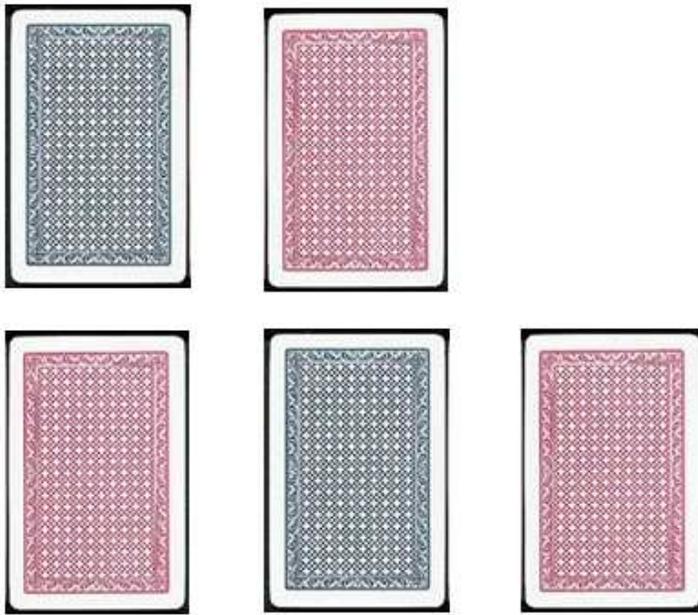
# El truco está en la paridad



Pero si avanzamos  
5 cambiamos a una  
roja

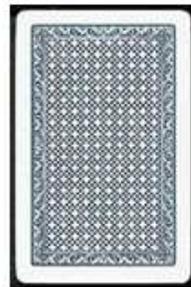
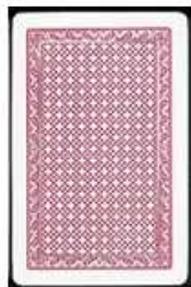
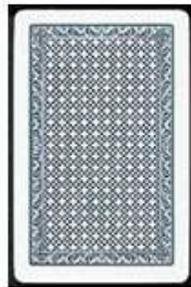


# El truco está en la paridad



Al mover 3 lugares,  
volvemos a cambiar  
la paridad.  
Ahora estamos  
sobre una carta  
azul

# El truco está en la paridad



Avanzamos uno y  
cambiamos  
finalmente a roja



# El truco está en la paridad



¡¡Atrapados!!



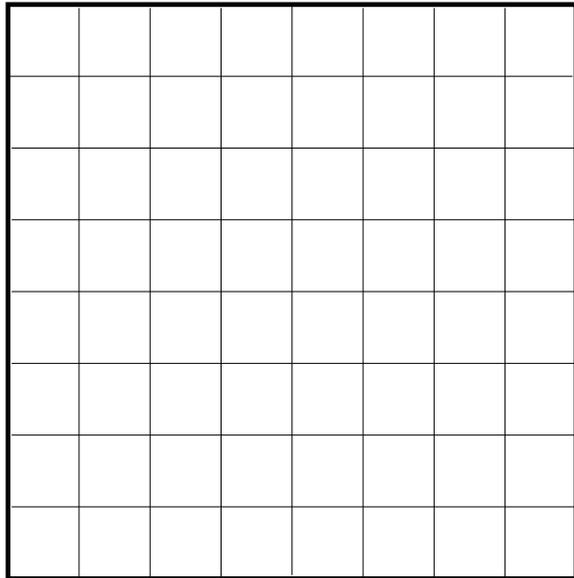


# **Trucos geométricos**

## **(El Teorema de Banach-Tarski)**



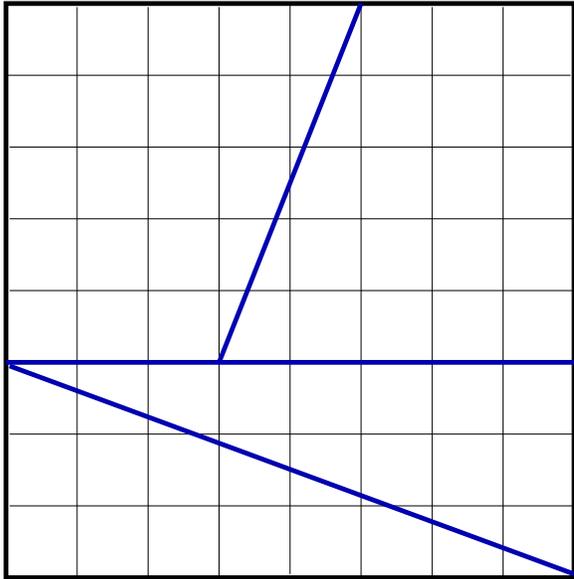
# Descomposición de un cuadrado



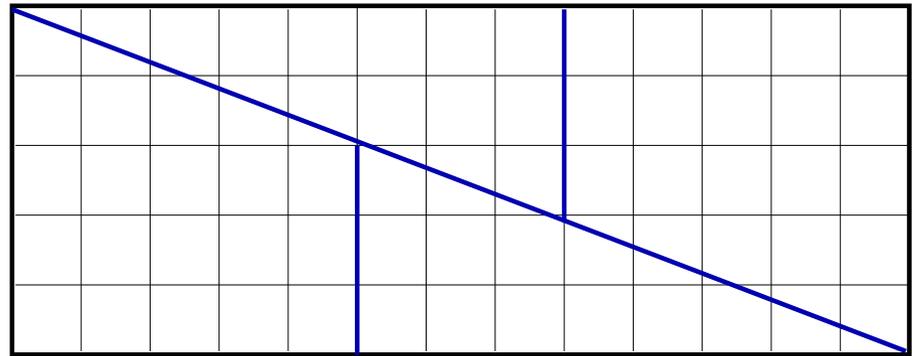
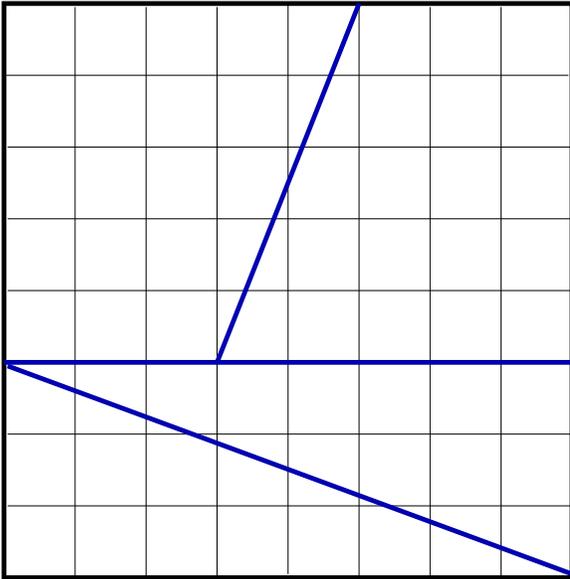
64 cuadrados



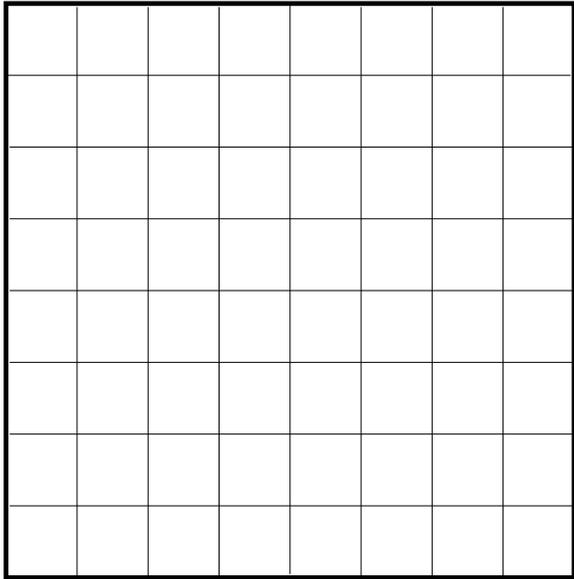
# Descomposición de un cuadrado



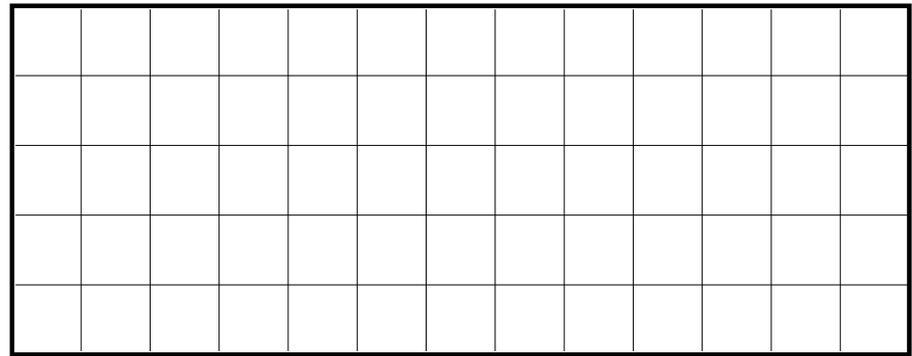
# Descomposición de un cuadrado



# Descomposición de un cuadrado



64 cuadrados



iii 65 cuadrados!!!





# Get off the earth



13 chinos





# Get off the earth





# Get off the earth



# Get off the earth





# Get off the earth





# Get off the earth





# Get off the earth

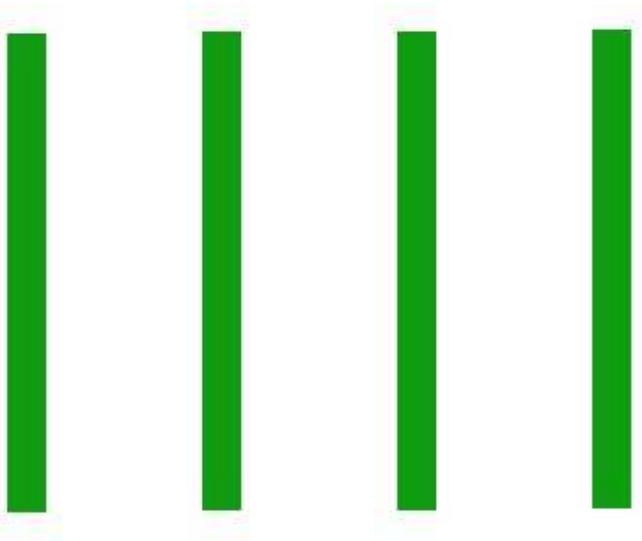


!!!! 12 chinos!!!!

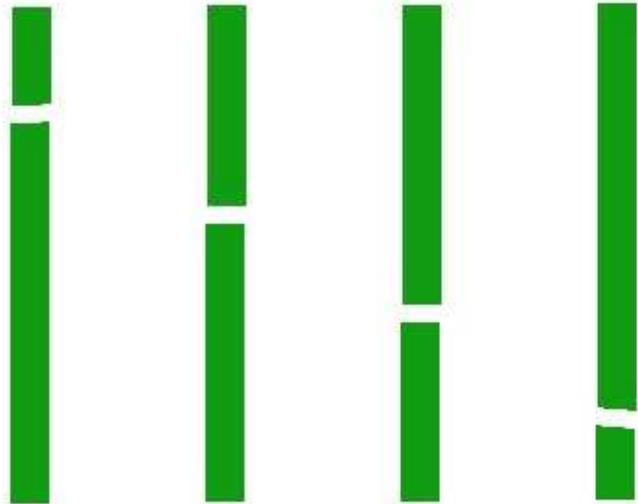


# Explicación

---



# Explicación

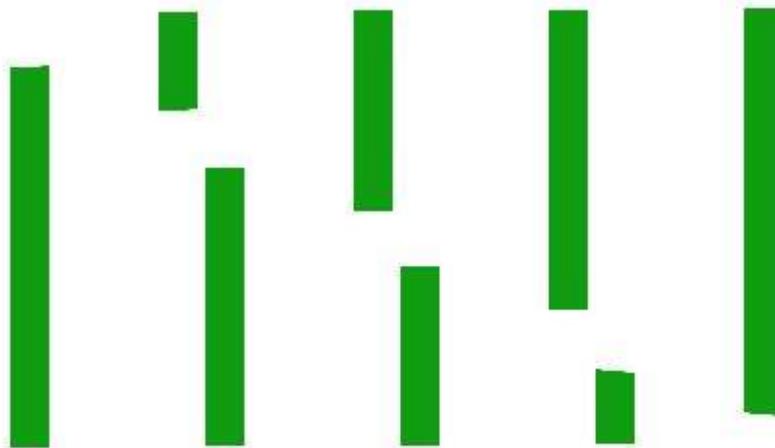




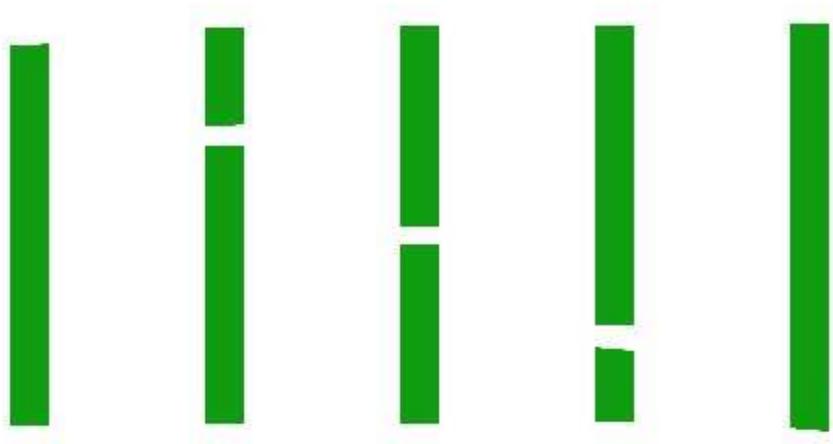
# Explicación



# Explicación

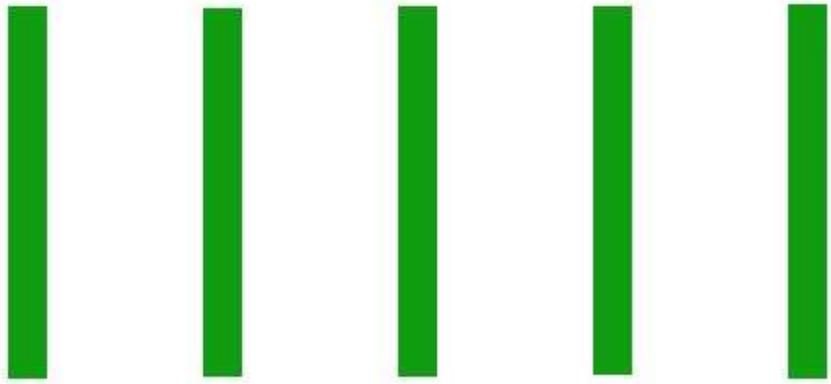


# Explicación



# Explicación

---



# Teorema de Banach-Tarski (1924)



Stefan Banach (1892–1945)



Alfred Tarski (1902–1983)

Es posible descomponer una esfera en un número finito de piezas, de forma que al volver a ensamblarlas obtengamos una esfera el doble de grande que la original.

**!!! ... y no tiene truco !!!!**

# Comentarios

---



- Es un teorema mágico por sí mismo.



# Comentarios

---



- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.



# Comentarios



- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.
- No es una paradoja ni una falacia, es un resultado rigurosamente cierto.



# Comentarios



- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.
- No es una paradoja ni una falacia, es un resultado rigurosamente cierto.
- Para demostrarlo se utiliza el **axioma de elección** que no es aceptado por algunos matemáticos.



# Comentarios



- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.
- No es una paradoja ni una falacia, es un resultado rigurosamente cierto.
- Para demostrarlo se utiliza el **axioma de elección** que no es aceptado por algunos matemáticos.
- No se puede realizar físicamente porque cada pieza es extraordinariamente complicada.



# Comentarios



- Es un teorema mágico por sí mismo.
- El enunciado fácil de entender pero difícil de creer.
- No es una paradoja ni una falacia, es un resultado rigurosamente cierto.
- Para demostrarlo se utiliza el **axioma de elección** que no es aceptado por algunos matemáticos.
- No se puede realizar físicamente porque cada pieza es extraordinariamente complicada.
- Algunos decidieron estudiar la carrera de matemáticas para poder comprender este teorema.



**FIN**