CARTOMAGIA MATEMATICA

Estas notas son parte de un artículo publicado en la Gaceta de la RSME, escrito por Venancio Alvarez, Pablo Fernández y M. Auxiliadora Márquez. Puede consultarse en

`http://www.uam.es/personal_pdi/ciencias/gallardo/magia.pdf`

Para realizar estos juegos no se necesita ninguna habilidad manual especial, tan sólo es conveniente tener cierta soltura mezclando la baraja. La mayoría de estos trucos son automáticos, pero algunos de ellos requieren un poco de esfuerzo mental.

Es costumbre en los libros de magia, exponer en primer lugar el *efecto*, o sea, lo que el espectador va a ver, y a continuación la *realización*, que es lo que el mago debe hacer para conseguir el efecto. Nosotros seguiremos este esquema cuando sea posible, y en algunos casos además haremos un breve comentario sobre el principio matemático empleado. Es recomendable que el lector siga estas explicaciones con una baraja de póker en las manos.

1. La carta del día.

Para empezar, vamos a ver un juego que se basa en una pequeña sutileza matemática: si cuento M cartas y más tarde cuento $N - M$, al final habré contado N cartas en total. Por supuesto, esto se hace de una forma velada para que no resulte tan evidente. Hay varios trucos de magia que se basan en este principio. Hemos elegido uno que es especialmente despistante y tiene una presentación bastante original.

Efecto: Cada día del año tiene asociada una carta particular, por ejemplo, la carta del 1 de enero es el 7 de picas, la del 3 de marzo es el 4 de trébol, etc. Un espectador mezcla la baraja y, siguiendo unas sencillas indicaciones, llegará hasta la carta del día de hoy que el mago habrá anunciado previamente.

Realización: Dale la baraja a un espectador, y mientras la mezcla a su gusto explica al público que cada día del año tiene su carta especial aunque no te acuerdas muy bien de cuál es la carta de hoy. Después de la mezcla pide al espectador que haga sobre la mesa dos montones de 13 cartas cada uno. Coge las cartas que sobran y ponlas en un lugar aparte de la mesa. Mientras haces esta operación mira secretamente la segunda carta del mazo (contando por los dorsos) y recuérdala. Por ejemplo, puedes extender las cartas en las manos abiertamente durante una fracción de segundo mientras dices alguna frase. Esta es una acción que debe pasar lo más inadvertida posible.

Haz que el espectador mezcle cada uno de los montones de 13 cartas que hay en la mesa, y mientras lo hace, di que la carta de hoy es ... (nombra la carta que has visto antes).

Pide al espectador que tome uno de los montones y vaya echando cartas sobre la mesa cara arriba a la vez que cuenta hacia atrás del 13 al 1, es decir, pone una carta en la mesa y dice "trece", pone otra encima y dice "doce", etc. Al hacer esto, es muy probable que alguna carta coincida con el número que se dice en ese momento (hay más de un 50 % de posibilidades). Si coincide, es decir, si sale por ejemplo el 7 de trébol mientras dice "siete", hazle parar en ese momento y retira las cartas que sobran (6 en este caso), colocándolas sobre el montón de descarte. Estas operaciones se repiten con el segundo grupo de 13 cartas. Supongamos por ejemplo, que la carta que coincide con su número es ahora el 2 de corazones. Puede suceder que no se produzca ninguna coincidencia. En ese caso, haz mezclar otra vez el grupo de 13 cartas y repite el procedimiento.

Hasta ahora tenemos en la mesa dos montoncitos de cartas cara arriba, uno con el 7 de trébol en la parte superior y el otro con el 2 de corazones. También tenemos un montón de cartas cara abajo donde hemos ido descartando las que sobran.

Pide al espectador que sume los valores de las dos cartas superiores, en nuestro ejemplo $7 + 2 = 9$, y que del montón grande cuente exactamente ese número de cartas. Antes de voltear la novena carta, recuerda a tu audiencia que, por ser hoy el día que es, tiene que ser la carta (nombra la carta vista) y no puede ser otra. Por último, deja que el espectador muestre la carta y recoge la ovación de tu público.

Explicación matemática: Observemos que si nos hemos parado en las cartas n_1 y n_2, nos sobran $n_1 - 1$ y $n_2 - 1$ cartas que hemos colocado en el montón de descarte. Recordemos que la carta que hemos visto estaba en la segunda posición. Por tanto ahora estará en la posición

$$2 + (n_1 - 1) + (n_2 - 1) = n_1 + n_2 .$$

2. Vuelvo dos y corto.

El siguiente juego es muy fácil de realizar y tiene un efecto especialmente mágico. Es uno de los muchos que aprovechan la clasificación de las cartas en dos colores. También se puede realizar con una baraja española. En este caso, aunque no queda tan vistoso, podemos utilizar cartas de oros y copas en el papel de rojas y negras.

Efecto: El mago toma un paquetito de cartas y explica que hay dos tipos de movimientos que se van a hacer en este juego:

1. Cortar y completar el corte.
2. Dar la vuelta a las dos cartas superiores y dejarlas encima del paquete.

Después de hacer estas operaciones unas cuantas veces, a modo de ejemplo, el mago le entrega el paquetito de cartas a un espectador, se gira de espaldas y le pide que continue él mismo haciendo estos dos movimientos, tantas veces como quiera y en el orden que quiera, hasta que nadie pueda saber cuántas cartas están cara arriba y cuántas están cara abajo.

Cuando el espectador termina, el mago se pone de nuevo de cara al público, recoge el paquete de cartas sin mirarlo, y lo lleva debajo de la mesa o detrás de su espalda. A continuación anuncia que empleando el tacto va a ser capaz de averiguar cuántas cartas hay cara arriba.

En efecto, el mago dice un número, saca las cartas a la vista y cuenta las que están cara arriba, comprobándose que tenía razón. Pero es más, el mago hace notar que el espectador separó, sin saberlo, cara arriba las cartas de un color y cara abajo las del otro.

Realización: Antes de empezar el juego, toma un pequeño paquete de cartas en el que haya el mismo número de cartas rojas que de negras (por ejemplo 8 rojas y 8 negras), y colócalas de forma que los colores estén alternados (. . . , roja, negra, roja, negra, . . .). Toma el paquete de cartas cara abajo y comienza a hacer el juego como se explica en el efecto. Ten en cuenta que al hacer el movimiento de dar la vuelta a las dos cartas superiores, las dos han de volverse a la vez, como si fuesen una sola. De este modo se invierte el orden que tenían originalmente.

Cuando tengas las cartas fuera de la vista, separa las cartas que se encuentran en los lugares impares de las que se encuentran en los lugares pares, haciendo dos paquetes. Después, dale la vuelta a uno de ellos y junta los dos. Di que el número de cartas que hay cara arriba es 8 (en nuestro ejemplo), y termina mostrando las cartas como se describe en el efecto.

Explicación matemática: Este juego se basa en que los dos movimientos descritos, si bien cambian el orden original de las cartas, no alteran cierta estructura que describiremos a continuación.

Recordemos que al principio del juego las cartas están alternadas por colores. Es irrelevante si la primera es roja o negra, lo importante es que estén alternadas. Obsérvese que el hecho de cortar conserva esta estructura. De hecho, para comprender el funcionamiento del juego, podemos pensar que las cartas están dispuestas en círculo, de manera que la primera y la última son consecutivas. Además, las cartas pueden encontrarse en dos estados, cara arriba o cara abajo. Naturalmente, al principio están todas cara abajo.

Desde este punto de vista, el movimiento 2 consiste en intercambiar dos cartas consecutivas y al mismo tiempo cambiar su estado. De esta manera, cuando una carta pasa de posición par a impar (o viceversa) también tiene que cambiar de estado. Por esta razón, según la posición que ocupen sea par o impar, las cartas estarán clasificadas en los dos grupos siguientes:

1. Rojas que están cara abajo y negras que están cara arriba.
2. Negras que están cara abajo y rojas que están cara arriba.

A lo largo de todo el proceso se mantiene esta clasificación de las cartas en dos grupos según su paridad. Cuando el mago, después de separar las cartas en dos montones, voltea uno de ellos, lo que hace es cambiar de estado todas las cartas de un grupo. Así, todas las cartas de un color estarán cara arriba y las del otro cara abajo.

3. La mansión embrujada.

El siguiente truco lo ha realizado en televisión un conocido ilusionista. El mago invitaba a los telespectadores a participar desde sus casas. Comprobaremos aquí que para realizarlo no se necesita ningún tipo de poder extrasensorial, sino que sólo se trata de la aplicación de un principio matemático.

Efecto: Un grupo de incautos espectadores se pierde en el bosque y se refugia en una mansión embrujada, donde las habitaciones aparecen y desaparecen. Después de una larga persecución, el mago, con sus malas artes, será capaz de atrapar a todos los espectadores en la misma habitación.

Realización: Coloca sobre la mesa nueve cartas cara abajo formando un cuadrado de 3×3. Explica que éstas son las habitaciones de la mansión, y que se puede pasar de una a otra a través de las puertas que hay en cada lado, es decir, se puede ir hacia arriba, abajo, derecha o izquierda, pero no en diagonal. A modo de ejemplo coloca una moneda u otro pequeño objeto sobre una de las cartas y muévelo siguiendo la regla. Di por ejemplo "avanzo tres lugares", y mueve la moneda pasando de una carta a otra en horizontal o vertical tres veces (puedes hacer el recorrido que quieras, incluso retroceder sobre tus pasos, siempre que no avances en diagonal).

Una vez que el público ha comprendido el mecanismo, retira las cartas que ocupan las esquinas y la del centro, y pide a los espectadores que cada uno se sitúe mentalmente en una de las cuatro cartas que quedan. Explica que aquella noche aparecieron nuevas habitaciones y vuelve a colocar las cinco cartas que habías quitado.

Realiza la siguiente secuencia de acciones (véase la figura 1):

- Pide a los espectadores que se muevan 4 lugares, y retira las dos cartas de las esquinas superiores.
- Pide a los espectadores que se muevan 5 lugares, y retira la carta que queda en la primera fila y la tercera carta de la segunda fila.
- Pide a los espectadores que se muevan 3 lugares, y retira la segunda carta de la segunda fila y la tercera de la tercera fila.
- Pide a los espectadores que se muevan 1 lugar, y retira la primera carta de la segunda fila y la segunda de la tercera fila.

Si los espectadores no se han equivocado al moverse, habrás conseguido atraparlos a todos en la misma habitación.

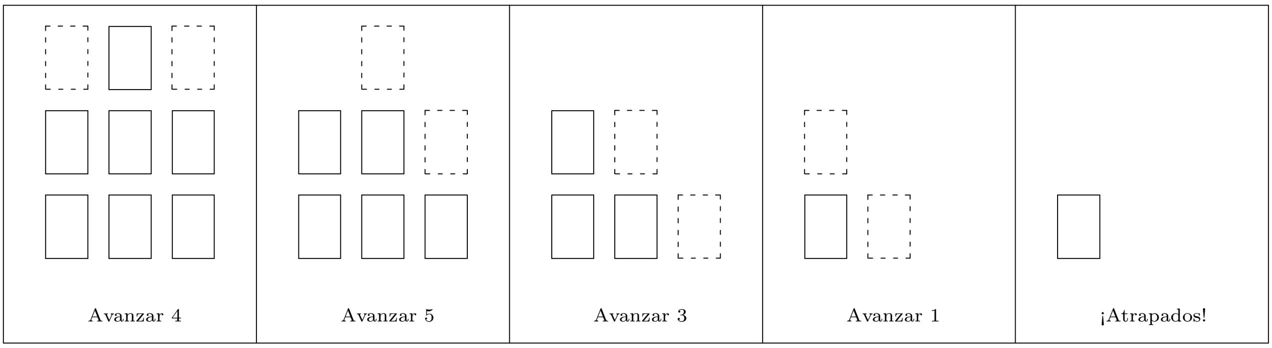

Figura 1: La mansión embrujada.

Explicación matemática: Como el lector ya habrá imaginado, este truco se basa en la paridad. El hecho de que se utilice un cuadrado de tamaño 3×3 es irrelevante, se podría emplear un rectángulo de cualquier tamaño o cualquier otra disposición geométrica de las cartas. Si pensamos en un tablero de ajedrez, algunas cartas ocuparán una casilla blanca y otras una casilla negra. Clasificaremos las posiciones de las cartas en blancas y negras.

La clave de este juego es que, si estamos en una posición blanca, al hacer un número par de movimientos seguimos estando en una posición blanca, y si nos movemos un número impar de veces, pasamos a una posición negra.

Para realizar el juego, tenemos que hacer que los espectadores estén al principio en posiciones del mismo color. Por esa razón se quitan 5 cartas al principio. En todo momento podemos quitar cartas que sean del color contrario a donde se encuentran los espectadores. Así, si están en una posición blanca, y les pedimos que se muevan un número impar de veces, ahora estarán en una posición negra y podremos quitar cartas de posiciones blancas; si les pedimos que se muevan un número par de veces, cada espectador seguirá estando en una posición blanca y podremos quitar cartas de posiciones negras. Evidentemente, la secuencia de movimientos descrita en la realización es solamente una de tantas posibles. Lo único que hay que tener en cuenta es que cada vez que quitemos cartas, el conjunto de habitaciones que queda debe ser "de una pieza", es decir, no deben quedar habitaciones aisladas del resto.

4. El principio de Kruskal.

Efecto: Cada espectador elige un número al azar entre el 1 y el 10. Partiendo de este número y con ayuda de una baraja recién mezclada, se realizan unas sencillas operaciones. Al final, independientemente del número elegido, todos los espectadores llegarán al mismo resultado.

Realización: Explica a tus espectadores que vas a realizar un experimento con la baraja y que ellos tienen que repetirlo después. En primer lugar, eliges un número al azar, por ejemplo el tres. A continuación vas echando cartas sobre la mesa cara arriba a la vez que cuentas: "uno, dos, tres". Al colocar la tercera carta sobre la mesa te fijas en su valor, supongamos que es un cinco. Sigues echando cartas sobre la mesa contando: "uno, dos, tres, cuatro, cinco", te fijas en el valor de la quinta carta y comienzas otra vez a contar mientras pones cartas sobre la mesa. Procede de este modo, echando cartas y contando, hasta agotar la baraja. Haz notar a los espectadores el número que le ha correspondido a la última carta de la baraja, y explica que si hubieras empezado con otro número, a la última carta le habría correspondido otro número distinto (cosa que es falsa, como luego se verá).

Una vez que ha quedado claro el procedimiento, da a mezclar libremente la baraja y pide a tus espectadores que elijan cada uno un número. Comienza a echar cartas sobre la mesa una a una mientras los espectadores van haciendo mentalmente la misma operación que tú hiciste antes, partiendo del número que haya elegido cada uno. Al terminar, todos los espectadores (o al menos la mayoría) habrán llegado al mismo número.

Explicación matemática: Si el lector intenta explicar por sí mismo por qué funciona este juego, posiblemente llegue a la conclusión de que, en realidad, este juego no funciona siempre, ¡y tiene razón! Se basa en un principio probabilístico.

Cuando vamos realizando el proceso descrito, empezando en un número dado, se van destacando una serie de cartas (véase la figura 2). Evidentemente, si empezamos en números distintos, las series de cartas que se forman son distintas. La clave está en que si, por azar, una de las cartas está en las dos series, entonces, todas las cartas posteriores también coinciden. Se puede decir que cada carta de la serie depende de la carta anterior, pero no de su historia. Calcular la probabilidad exacta de que siempre se llegue al mismo resultado sería muy complicado para estas páginas. Pero es fácil convencerse a sí mismo de que la probabilidad debe ser cercana al 100 % si hay un número suficientemente grande de cartas, ya que basta una sola coincidencia entre las dos series.

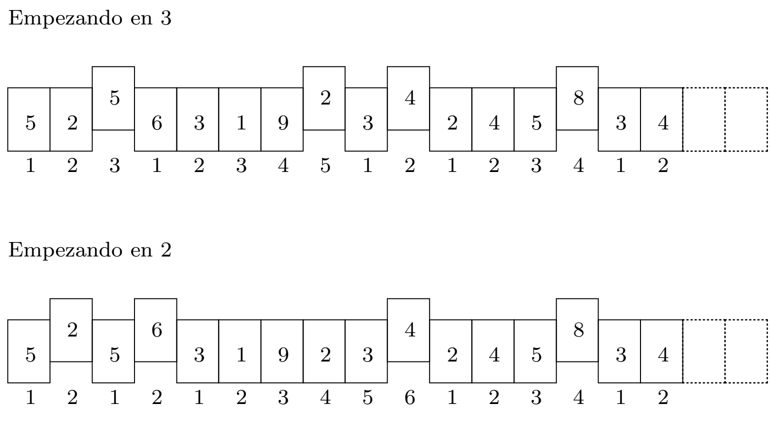

Figura 2: El principio de Kruskal.

En este juego, las figuras no van a tener su valor habitual, $J = 11$, $Q = 12$, $K = 13$, sino que es mucho mejor asignarles a todas el valor 1. De esta forma, el número de cartas que componen la serie es mucho mayor y por tanto, la probabilidad de que alguna carta coincida (y en consecuencia todas las demás) es mucho más alta.