

Ciclo de Talleres Divulgativos: "Matemáticas en Acción 2009".

Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación.

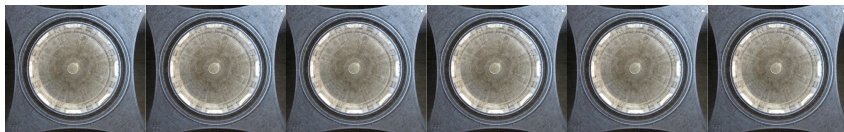
UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

El Logaritmo de la Economía Geométrica

Faustino Prieto Mendoza

Departamento de Economía. Universidad de Cantabria

Santander, 13 de enero de 2010



1. ¿Qué se entiende por Economía?
2. Matemáticas + Economía = ¿?
3. Suma, Resta, Multiplicación, División
4. Factor común, Potencia, Sucesión Geométrica
5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística
6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

1. ¿Qué se entiende por Economía?
2. Matemáticas + Economía = ¿?
3. Suma, Resta, Multiplicación, División
4. Factor común, Potencia, Sucesión Geométrica
5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística
6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

1. ¿Qué se entiende por Economía?

- La Economía es el estudio de las actividades relacionadas con la producción y con el intercambio de bienes.
- La Economía analiza la evolución de la economía global: las tendencias de los precios, de la producción y del desempleo. Una vez que se comprenden esos fenómenos, ayuda a elaborar las medidas con las que los gobiernos pueden mejorar los resultados económicos.
- La economía es la ciencia de la elección. Estudia la forma en que los individuos deciden utilizar los recursos productivos escasos o limitados para producir diversas mercancías y distribuir estos bienes entre los distintos miembros de la sociedad para su consumo.
- La economía estudia las relaciones comerciales entre las naciones. Ayuda a explicar por qué éstas exportan algunos bienes e importan otros y analiza los efectos que produce la instalación de barreras económicas en las fronteras nacionales.
- La economía es el estudio del dinero, la banca, el capital y la riqueza.

Paul A. Samuelson (1915-2009)

1. ¿Qué se entiende por Economía?

- La Economía es el estudio de las actividades relacionadas con la producción y con el intercambio de bienes.
- La Economía analiza la evolución de la economía global: las tendencias de los precios, de la producción y del desempleo. Una vez que se comprenden esos fenómenos, ayuda a elaborar las medidas con las que los gobiernos pueden mejorar los resultados económicos.
- La economía es la ciencia de la elección. Estudia la forma en que los individuos deciden utilizar los recursos productivos escasos o limitados para producir diversas mercancías y distribuir estos bienes entre los distintos miembros de la sociedad para su consumo.
- La economía estudia las relaciones comerciales entre las naciones. Ayuda a explicar por qué éstas exportan algunos bienes e importan otros y analiza los efectos que produce la instalación de barreras económicas en las fronteras nacionales.
- La economía es el estudio del dinero, la banca, el capital y la riqueza.

Paul A. Samuelson (1915-2009)

1. ¿Qué se entiende por Economía?

- La Economía es el estudio de las actividades relacionadas con la producción y con el intercambio de bienes.
- La Economía analiza la evolución de la economía global: las tendencias de los precios, de la producción y del desempleo. Una vez que se comprenden esos fenómenos, ayuda a elaborar las medidas con las que los gobiernos pueden mejorar los resultados económicos.
- La economía es la ciencia de la elección. Estudia la forma en que los individuos deciden utilizar los recursos productivos escasos o limitados para producir diversas mercancías y distribuir estos bienes entre los distintos miembros de la sociedad para su consumo.
- La economía estudia las relaciones comerciales entre las naciones. Ayuda a explicar por qué éstas exportan algunos bienes e importan otros y analiza los efectos que produce la instalación de barreras económicas en las fronteras nacionales.
- La economía es el estudio del dinero, la banca, el capital y la riqueza.

Paul A. Samuelson (1915-2009)

1. ¿Qué se entiende por Economía?

- La Economía es el estudio de las actividades relacionadas con la producción y con el intercambio de bienes.
- La Economía analiza la evolución de la economía global: las tendencias de los precios, de la producción y del desempleo. Una vez que se comprenden esos fenómenos, ayuda a elaborar las medidas con las que los gobiernos pueden mejorar los resultados económicos.
- La economía es la ciencia de la elección. Estudia la forma en que los individuos deciden utilizar los recursos productivos escasos o limitados para producir diversas mercancías y distribuir estos bienes entre los distintos miembros de la sociedad para su consumo.
- La economía estudia las relaciones comerciales entre las naciones. Ayuda a explicar por qué éstas exportan algunos bienes e importan otros y analiza los efectos que produce la instalación de barreras económicas en las fronteras nacionales.
- La economía es el estudio del dinero, la banca, el capital y la riqueza.

Paul A. Samuelson (1915-2009)

1. ¿Qué se entiende por Economía?

- La Economía es el estudio de las actividades relacionadas con la producción y con el intercambio de bienes.
- La Economía analiza la evolución de la economía global: las tendencias de los precios, de la producción y del desempleo. Una vez que se comprenden esos fenómenos, ayuda a elaborar las medidas con las que los gobiernos pueden mejorar los resultados económicos.
- La economía es la ciencia de la elección. Estudia la forma en que los individuos deciden utilizar los recursos productivos escasos o limitados para producir diversas mercancías y distribuir estos bienes entre los distintos miembros de la sociedad para su consumo.
- La economía estudia las relaciones comerciales entre las naciones. Ayuda a explicar por qué éstas exportan algunos bienes e importan otros y analiza los efectos que produce la instalación de barreras económicas en las fronteras nacionales.
- La economía es el estudio del dinero, la banca, el capital y la riqueza.

Paul A. Samuelson (1915-2009)

1. ¿Qué se entiende por Economía?

2. Matemáticas + Economía = ¿?

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

4. Factor común, Potencia, Sucesión Geométrica

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

2. Matemáticas + Economía = ¿?

El economista debe ser, al mismo tiempo y en parte, matemático, historiador, estadista y filósofo hasta cierto punto. Debe comprender los símbolos y hablar con palabras. Debe abordar lo abstracto y lo concreto. Debe estudiar el presente, considerando el pasado y pensando en el futuro.

John Maynard Keynes (1883-1946)

2. Matemáticas + Economía = ¿?

Los conceptos económicos son de naturaleza esencialmente cuantitativa:

-  el precio de los bienes y servicios,
-  la renta de los individuos,
-  el desempleo,
-  el nivel de salarios,
-  la tasa de inflación,
-  etc.

Por tanto, gran parte del análisis económico emplea a las Matemáticas.

2. Matemáticas + Economía = ¿?

Las Matemáticas aportan a la Economía:

Un lenguaje,

- conciso y exacto,
- complementario al lenguaje económico,
- que permite presentar las teorías económicas con mayor rigor formal,
- que ayuda al razonamiento, a sintetizar y a hacer desarrollos generales.

;

Una herramienta,

- que permite la contrastación empírica de la realidad económica,
- que facilita el estudio de cuestiones ulteriores y futuras.

1. ¿Qué se entiende por Economía?
2. Matemáticas + Economía = ¿?
3. Suma, Resta, Multiplicación, División
4. Factor común, Potencia, Sucesión Geométrica
5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística
6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

¿Por qué los individuos deciden
depender unos de otros?

¿Qué ganan exactamente los individuos
cuando comercian entre sí?

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Juan es capaz de:

Hacer 6 barras de pan por hora

Pescar 2 kg de truchas por hora

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Juan es capaz de:

Hacer 6 barras de pan por hora

Pescar 2 kg de truchas por hora

Luis es capaz de:

Hacer 2 barras de pan por hora

Pescar 1 kg de truchas por hora

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Juan es capaz de:

Hacer 6 barras de pan por hora

Pescar 2 kg de truchas por hora

Luis es capaz de:

Hacer 2 barras de pan por hora

Pescar 1 kg de truchas por hora

¿Es beneficioso el comercio para Juan y Luis?

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

	Juan	Luis
Hacer 1 barra de pan en:	10 minutos	1/2 hora
Pescar 1 kg de truchas en:	1/2 hora	1 hora

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

	Juan	Luis
Hacer 1 barra de pan en:	10 minutos	1/2 hora
Pescar 1 kg de truchas en:	1/2 hora	1 hora

Juan tiene una **VENTAJA ABSOLUTA** tanto en hacer pan como en pescar, ya que necesita menos tiempo para producir ambos bienes

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Sin embargo ...

Coste de Oportunidad:

aquello a lo que debe renunciarse para obtener una cosa.

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

	Juan	Luis
Coste de oportunidad de 1 barra de pan:	$\frac{1}{3}$ kg de truchas	$\frac{1}{2}$ kg de truchas
Coste de oportunidad de 1 kg de truchas:	3 barras de pan	2 barras de pan

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

	Juan	Luis
Coste de oportunidad de 1 barra de pan:	$1/3$ kg de truchas	$1/2$ kg de truchas
Coste de oportunidad de 1 kg de truchas:	3 barras de pan	2 barras de pan

Juan tiene una **VENTAJA COMPARATIVA** en la producción de **PAN**

Luis tiene una **VENTAJA COMPARATIVA** en la producción de **TRUCHAS**

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Por tanto ...

Una mayor especialización junto con el comercio van a permitir, en base a las ventajas comparativas anteriores, que Juan y Luis tengan ambos una mayor producción.

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Escenario: Sin especialización ni comercio

- Juan dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 24 barras de pan y 8 kg de truchas.
- Luis dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 8 barras de pan y 4 kg de truchas.

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Escenario: Sin especialización ni comercio

- Juan dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 24 barras de pan y 8 kg de truchas.
- Luis dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 8 barras de pan y 4 kg de truchas.

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Escenario: Sin especialización ni comercio

- Juan dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 24 barras de pan y 8 kg de truchas.
- Luis dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 8 barras de pan y 4 kg de truchas.

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Escenario: Sin especialización ni comercio

- Juan dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 24 barras de pan y 8 kg de truchas.
- Luis dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 8 barras de pan y 4 kg de truchas.

Escenario: Con especialización y comercio.

- Juan dedica 6 horas a hacer pan y 2 horas a pescar truchas, obteniendo 36 barras de pan y 4 kg de truchas.
- Luis dedica 8 horas a pescar truchas obteniendo 8 kg de truchas.
- Juan entrega a Luis 10 barras de pan a cambio de 4 kilos de truchas.
- Juan: 26 barras de pan y 8 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**
- Luis: 10 barras de pan y 4 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Escenario: Sin especialización ni comercio

- Juan dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 24 barras de pan y 8 kg de truchas.
- Luis dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 8 barras de pan y 4 kg de truchas.

Escenario: Con especialización y comercio.

- Juan dedica 6 horas a hacer pan y 2 horas a pescar truchas, obteniendo 36 barras de pan y 4 kg de truchas.
- Luis dedica 8 horas a pescar truchas obteniendo 8 kg de truchas.
- Juan entrega a Luis 10 barras de pan a cambio de 4 kilos de truchas.
- Juan: 26 barras de pan y 8 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**
- Luis: 10 barras de pan y 4 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Escenario: Sin especialización ni comercio

- Juan dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 24 barras de pan y 8 kg de truchas.
- Luis dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 8 barras de pan y 4 kg de truchas.

Escenario: Con especialización y comercio.

- Juan dedica 6 horas a hacer pan y 2 horas a pescar truchas, obteniendo 36 barras de pan y 4 kg de truchas.
- Luis dedica 8 horas a pescar truchas obteniendo 8 kg de truchas.
- Juan entrega a Luis 10 barras de pan a cambio de 4 kilos de truchas.
- Juan: 26 barras de pan y 8 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**
- Luis: 10 barras de pan y 4 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Escenario: Sin especialización ni comercio

- Juan dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 24 barras de pan y 8 kg de truchas.
- Luis dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 8 barras de pan y 4 kg de truchas.

Escenario: Con especialización y comercio.

- Juan dedica 6 horas a hacer pan y 2 horas a pescar truchas, obteniendo 36 barras de pan y 4 kg de truchas.
- Luis dedica 8 horas a pescar truchas obteniendo 8 kg de truchas.
- Juan entrega a Luis 10 barras de pan a cambio de 4 kilos de truchas.
- Juan: 26 barras de pan y 8 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**
- Luis: 10 barras de pan y 4 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Escenario: Sin especialización ni comercio

- Juan dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 24 barras de pan y 8 kg de truchas.
- Luis dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 8 barras de pan y 4 kg de truchas.

Escenario: Con especialización y comercio.

- Juan dedica 6 horas a hacer pan y 2 horas a pescar truchas, obteniendo 36 barras de pan y 4 kg de truchas.
- Luis dedica 8 horas a pescar truchas obteniendo 8 kg de truchas.
- Juan entrega a Luis 10 barras de pan a cambio de 4 kilos de truchas.
- Juan: 26 barras de pan y 8 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**
- Luis: 10 barras de pan y 4 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**

3. Suma, Resta, Multiplicación, División

Escenario: Sin especialización ni comercio

- Juan dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 24 barras de pan y 8 kg de truchas.
- Luis dedica 4 horas a hacer pan y 4 horas a pescar truchas, obteniendo 8 barras de pan y 4 kg de truchas.

Escenario: Con especialización y comercio.

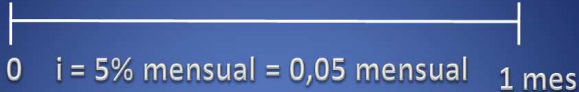
- Juan dedica 6 horas a hacer pan y 2 horas a pescar truchas, obteniendo 36 barras de pan y 4 kg de truchas.
- Luis dedica 8 horas a pescar truchas obteniendo 8 kg de truchas.
- Juan entrega a Luis 10 barras de pan a cambio de 4 kilos de truchas.
- Juan: 26 barras de pan y 8 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**
- Luis: 10 barras de pan y 4 kg de truchas. **Gana 2 barras de pan**

1. ¿Qué se entiende por Economía?
2. Matemáticas + Economía = ¿?
3. Suma, Resta, Multiplicación, División
4. Factor común, Potencia, Sucesión Geométrica
5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística
6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$C_0 = 10.000\text{€}$$

$$C_1 ?$$



4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$C_0 = 10.000\text{€}$$

$$\text{¿ } C_1 \text{ ?}$$



10.000€ durante 1 mes al tipo de interés del 5% mensual generan en dicho mes unos intereses de 500€

$$I = C_0 \times i = 10.000 \times 0,05 = 500\text{€}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$C_0 = 10.000\text{€}$$

$$C_1 = 10.500\text{€}$$



10.000€ durante 1 mes al tipo de interés del 5% mensual generan en dicho mes unos intereses de 500€

$$I = C_0 \times i = 10.000 \times 0,05 = 500\text{€}$$

Por lo que al final del mes tendremos 10.500€ .

$$C_1 = C_0 + I = 10.000 + 500 = 10.500\text{€}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$C_0 = 10.000\text{€}$$

$$C_1 = 10.500\text{€}$$



10.000€ durante 1 mes al tipo de interés del 5% mensual generan en dicho mes unos intereses de 500€

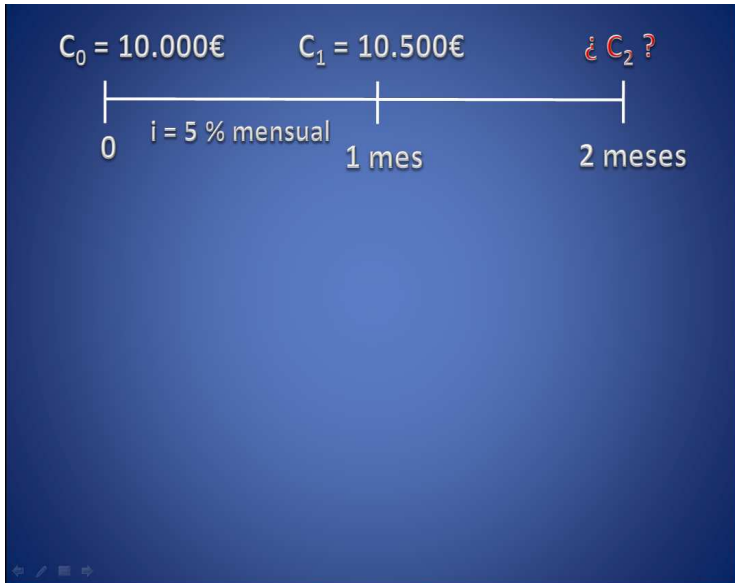
$$I = C_0 \times i = 10.000 \times 0,05 = 500\text{€}$$

Por lo que al final del mes tendremos 10.500€ .

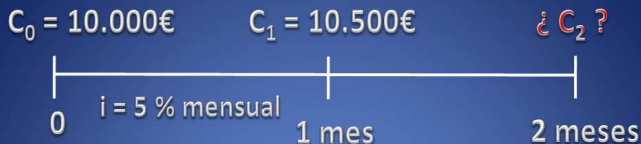
$$C_1 = C_0 + I = 10.000 + 500 = 10.500\text{€}$$

$$C_1 = C_0 + I = C_0 + C_0 \times i = C_0 (1 + i)$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



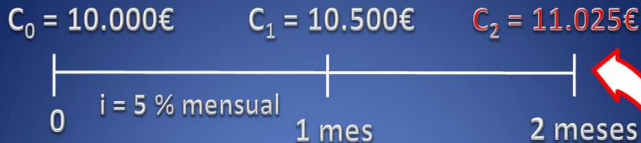
4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



10.500€ durante 1 mes al tipo de interés del 5% mensual generan en dicho mes unos intereses de 525€.

$$I = C_1 \times i = 10.500 \times 0,05 = 525\text{€}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



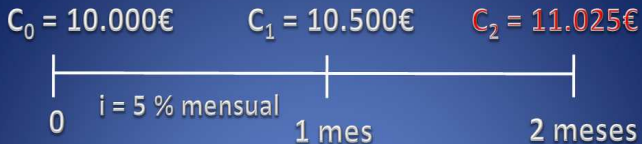
10.500€ durante 1 mes al tipo de interés del 5% mensual generan en dicho mes unos intereses de 525€.

$$I = C_1 \times i = 10.500 \times 0,05 = 525\text{€}$$

Por lo que al final del segundo mes tendremos 11.025€

$$C_2 = C_1 + I = 10.500 + 525 = 11.025\text{€}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



10.500€ durante 1 mes al tipo de interés del 5% mensual generan en dicho mes unos intereses de 525€.

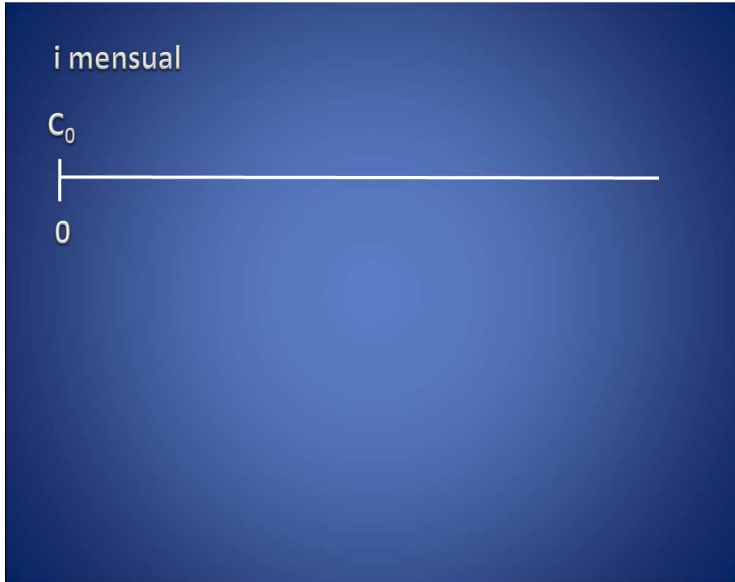
$$I = C_1 \times i = 10.500 \times 0,05 = 525\text{€}$$

Por lo que al final del segundo mes tendremos 11.025€

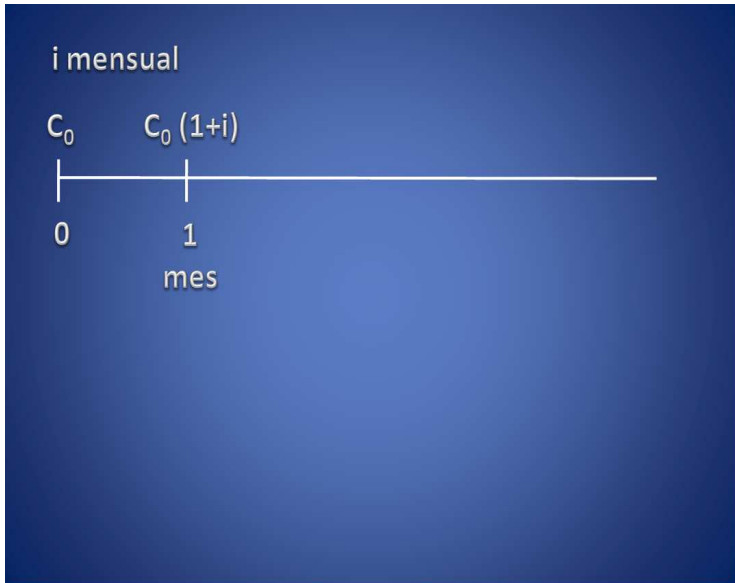
$$C_2 = C_1 + I = 10.500 + 525 = 11.025\text{€}$$

$$C_2 = C_1 + I = C_0(1+i) + C_0(1+i) \times i = C_0(1+i)^2$$

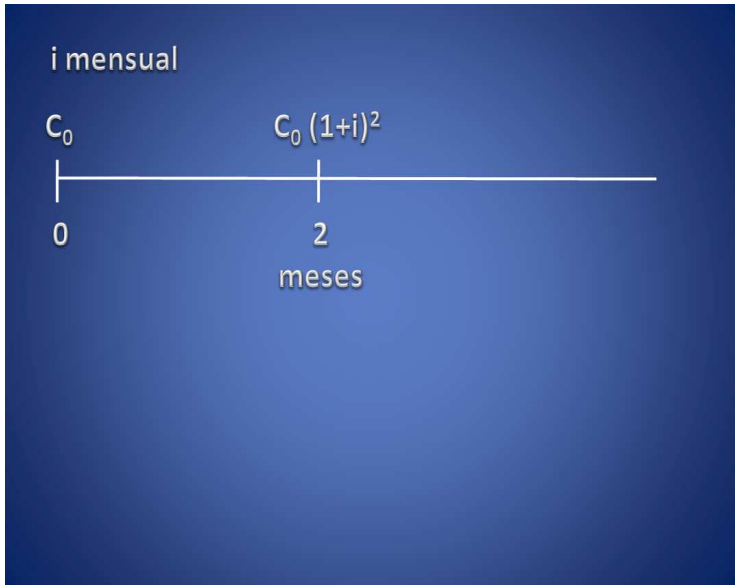
4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



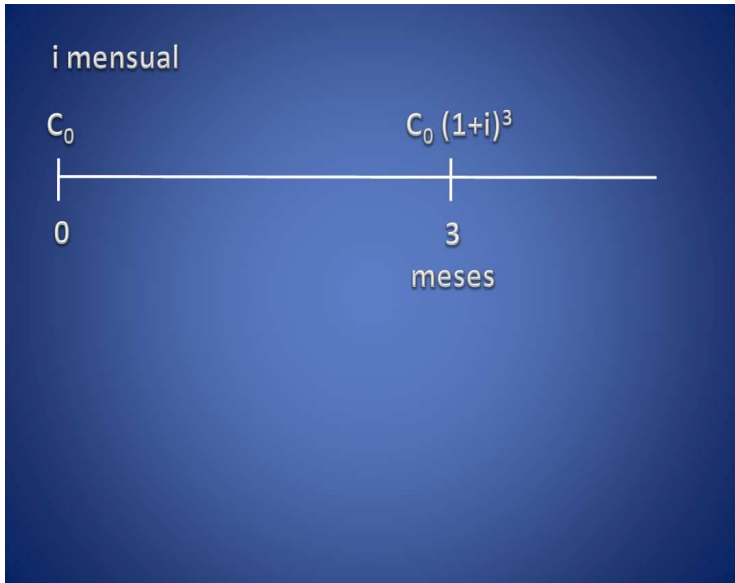
4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



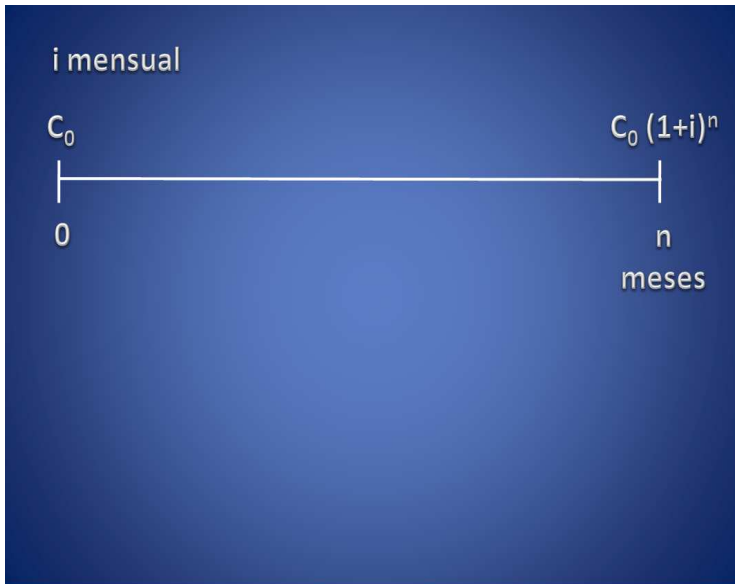
4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



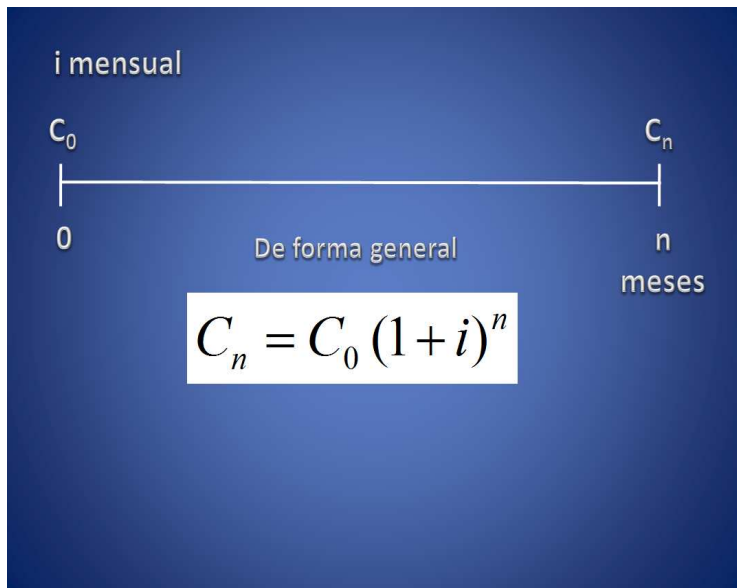
4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



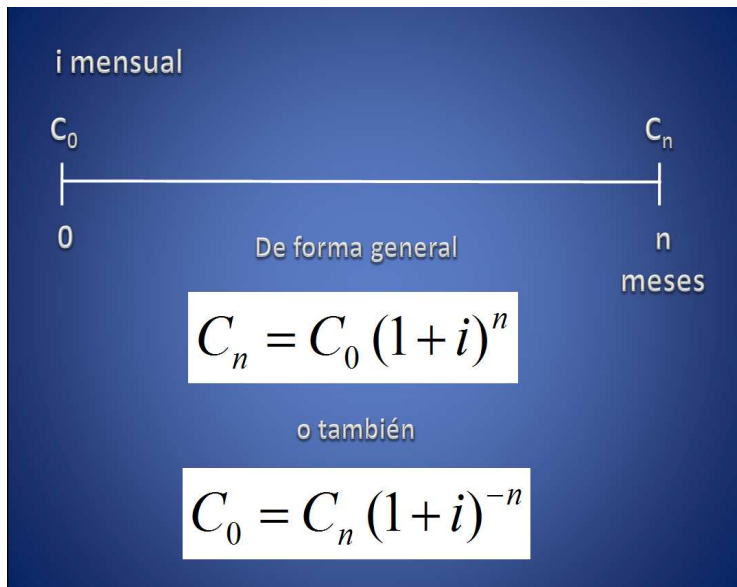
4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica



4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Si pedimos hoy una hipoteca de H euros al tipo de interés i mensual, y acordamos con el banco devolver dicho préstamo en n cuotas mensuales de un importe de C euros a final de cada mes:

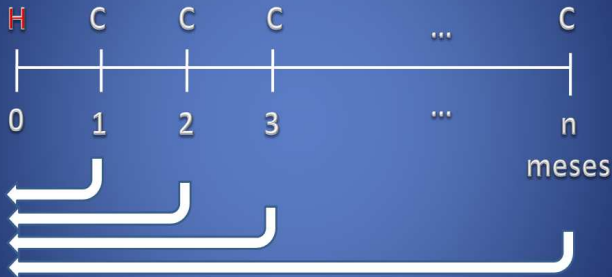
4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Si pedimos hoy una hipoteca de H euros al tipo de interés i mensual, y acordamos con el banco devolver dicho préstamo en n cuotas mensuales de un importe de C euros a final de cada mes:



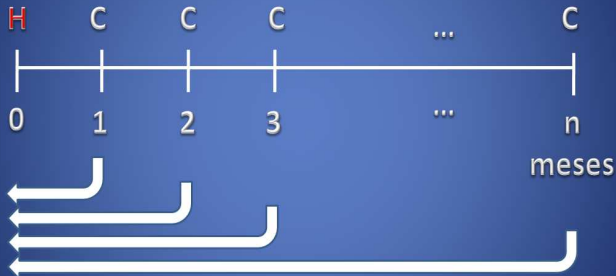
4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

El valor actual (valor a día de hoy) de las n cuotas mensuales ha de ser igual al importe que nos presta el banco



4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

El valor actual (valor a día de hoy) de las n cuotas mensuales ha de ser igual al importe que nos presta el banco



$$H = C(1+i)^{-1} + C(1+i)^{-2} + C(1+i)^{-3} + \dots + C(1+i)^{-n}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$H = C(1+i)^{-1} + C(1+i)^{-2} + C(1+i)^{-3} + \dots + C(1+i)^{-n}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$H = C(1+i)^{-1} + C(1+i)^{-2} + C(1+i)^{-3} + \dots + C(1+i)^{-n}$$

Suma de términos de una sucesión geométrica de
razón $r = (1+i)^{-1}$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$H = C(1+i)^{-1} + C(1+i)^{-2} + C(1+i)^{-3} + \dots + C(1+i)^{-n}$$

Suma de términos de una sucesión geométrica de razón $r = (1+i)^{-1}$

$$H = \frac{a_1 - a_n \times r}{1 - r} = \frac{C(1+i)^{-1} - C(1+i)^{-n} \times (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$H = C(1+i)^{-1} + C(1+i)^{-2} + C(1+i)^{-3} + \dots + C(1+i)^{-n}$$

Suma de términos de una sucesión geométrica de razón $r = (1+i)^{-1}$

$$H = \frac{a_1 - a_n \times r}{1 - r} = \frac{C(1+i)^{-1} - C(1+i)^{-n} \times (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}}$$

$$H = C \times \frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n} \times (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}}$$



4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$H = C(1+i)^{-1} + C(1+i)^{-2} + C(1+i)^{-3} + \dots + C(1+i)^{-n}$$

Suma de términos de una sucesión geométrica de razón $r = (1+i)^{-1}$

$$H = \frac{a_1 - a_n \times r}{1 - r} = \frac{C(1+i)^{-1} - C(1+i)^{-n} \times (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}}$$

$$H = C \times \frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n} \times (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}}$$

$$H = C \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{(1+i) - 1}$$



4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$H = C(1+i)^{-1} + C(1+i)^{-2} + C(1+i)^{-3} + \dots + C(1+i)^{-n}$$

Suma de términos de una sucesión geométrica de razón $r = (1+i)^{-1}$

$$H = \frac{a_1 - a_n \times r}{1 - r} = \frac{C(1+i)^{-1} - C(1+i)^{-n} \times (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}}$$

$$H = C \times \frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n} \times (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}}$$

$$H = C \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{(1+i) - 1}$$



$$H = C \times \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

Normalmente las hipotecas se contratan en base a un tipo de interés anual que se denomina TAE, cumpliéndose que:

$$i \text{ mensual} = (1 + TAE)^{1/12} - 1$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Ejemplo: Pedimos 300.000 euros de hipoteca para comprarnos un piso, a un TAE del 3%, a devolver en 30 años en cuotas mensuales a final de cada mes.

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Ejemplo: Pedimos 300.000 euros de hipoteca para comprarnos un piso, a un TAE del 3%, a devolver en 30 años en cuotas mensuales a final de cada mes.

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Ejemplo: Pedimos 300.000 euros de hipoteca para comprarnos un piso, a un TAE del 3%, a devolver en 30 años en cuotas mensuales a final de cada mes.

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$\begin{aligned} i \text{ mensual} &= (1 + TAE)^{1/12} - 1 = (1 + 0,03)^{1/12} - 1 \\ &= 0,0025 \text{ mensual} = 0,25 \% \text{ mensual} \end{aligned}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Ejemplo: Pedimos 300.000 euros de hipoteca para comprarnos un piso, a un TAE del 3%, a devolver en 30 años en cuotas mensuales a final de cada mes.

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$\begin{aligned} i \text{ mensual} &= (1 + TAE)^{1/12} - 1 = (1 + 0,03)^{1/12} - 1 \\ &= 0,0025 \text{ mensual} = 0,25 \% \text{ mensual} \end{aligned}$$

$$n = 30 \times 12 = 360 \text{ meses}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Ejemplo: Pedimos 300.000 euros de hipoteca para comprarnos un piso, a un TAE del 3%, a devolver en 30 años en cuotas mensuales a final de cada mes.

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}}$$

$$\begin{aligned} i \text{ mensual} &= (1 + TAE)^{1/12} - 1 = (1 + 0,03)^{1/12} - 1 \\ &= 0,0025 \text{ mensual} = 0,25 \% \text{ mensual} \end{aligned}$$

$$n = 30 \times 12 = 360 \text{ meses}$$

$$H = 300.000 \text{ €}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Ejemplo: Pedimos 300.000 euros de hipoteca para comprarnos un piso, a un TAE del 3%, a devolver en 30 años en cuotas mensuales a final de cada mes.

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}} = 1.258 \text{ € / mes}$$

$$\begin{aligned} i \text{ mensual} &= (1 + TAE)^{1/12} - 1 = (1 + 0,03)^{1/12} - 1 \\ &= 0,0025 \text{ mensual} = 0,25 \% \text{ mensual} \end{aligned}$$

$$n = 30 \times 12 = 360 \text{ meses}$$

$$H = 300.000 \text{ €}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Ejemplo: Pedimos 300.000 euros de hipoteca para comprarnos un piso, a un TAE del 3%, a devolver en 30 años en cuotas mensuales a final de cada mes.

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}} = 1.258 \text{ € / mes}$$

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Ejemplo: Pedimos 300.000 euros de hipoteca para comprarnos un piso, a un TAE del 3%, a devolver en 30 años en cuotas mensuales a final de cada mes.

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}} = 1.258 \text{ € / mes}$$

Ejemplo: Justo antes de pedir el préstamo hipotecario a 30 años de 300.000 euros, para comprarnos un piso, los tipos de interés suben, siendo el nuevo **TAE del 5%**, ¿Cuál es la nueva cuota mensual a pagar a final de cada mes?

4. Factor Común, Potencia, Sucesión Geométrica

Ejemplo: Pedimos 300.000 euros de hipoteca para comprarnos un piso, a un TAE del 3%, a devolver en 30 años en cuotas mensuales a final de cada mes.

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}} = 1.258 \text{ € / mes}$$

Ejemplo: Justo antes de pedir el préstamo hipotecario a 30 años de 300.000 euros, para comprarnos un piso, los tipos de interés suben, siendo el nuevo TAE del 5%, ¿Cuál es la nueva cuota mensual a pagar a final de cada mes?

$$C = \frac{H \times i}{1 - (1 + i)^{-n}} = 1.590 \text{ € / mes}$$

1. ¿Qué se entiende por Economía?
2. Matemáticas + Economía = ¿?
3. Suma, Resta, Multiplicación, División
4. Factor común, Potencia, Sucesión Geométrica
5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística
6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

¿Cómo elegimos?

Ante una disyuntiva, ¿Cómo nos repartimos entre las diferentes alternativas existentes?

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Las personas eligen libremente la ciudad en la que viven, en base a una serie de variables como pueden ser el lugar de nacimiento, la familia, el trabajo, la calidad de vida, etc.
- Como resultado, el tamaño de las ciudades, en número de habitantes, difiere de unas ciudades a otras.
- ¿Existe un patrón que describa cómo se distribuyen las personas entre las diferentes ciudades?
- ¿Existe una relación entre los tamaños de las diferentes ciudades?

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Las personas eligen libremente la ciudad en la que viven, en base a una serie de variables como pueden ser el lugar de nacimiento, la familia, el trabajo, la calidad de vida, etc.
- Como resultado, el tamaño de las ciudades, en número de habitantes, difiere de unas ciudades a otras.
- ¿Existe un patrón que describa cómo se distribuyen las personas entre las diferentes ciudades?
- ¿Existe una relación entre los tamaños de las diferentes ciudades?

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Las personas eligen libremente la ciudad en la que viven, en base a una serie de variables como pueden ser el lugar de nacimiento, la familia, el trabajo, la calidad de vida, etc.
- Como resultado, el tamaño de las ciudades, en número de habitantes, difiere de unas ciudades a otras.
- ¿Existe un patrón que describa cómo se distribuyen las personas entre las diferentes ciudades?
- ¿Existe una relación entre los tamaños de las diferentes ciudades?

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Las personas eligen libremente la ciudad en la que viven, en base a una serie de variables como pueden ser el lugar de nacimiento, la familia, el trabajo, la calidad de vida, etc.
- Como resultado, el tamaño de las ciudades, en número de habitantes, difiere de unas ciudades a otras.
- ¿Existe un patrón que describa cómo se distribuyen las personas entre las diferentes ciudades?
- ¿Existe una relación entre los tamaños de las diferentes ciudades?

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Tomamos un país y año cualquiera. Por ejemplo, España, año 2007.
- Tomamos las ciudades de más de 12.000 habitantes, que en España, en 2007, fueron 624 ciudades, en las que vivían el 76 % de la población total (34.286.029 personas).
- Ordenamos las 624 ciudades de mayor a menor tamaño (según número de habitantes).

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Tomamos un país y año cualquiera. Por ejemplo, España, año 2007.
- Tomamos las ciudades de más de 12.000 habitantes, que en España, en 2007, fueron 624 ciudades, en las que vivían el 76 % de la población total (34.286.029 personas).
- Ordenamos las 624 ciudades de mayor a menor tamaño (según número de habitantes).

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Tomamos un país y año cualquiera. Por ejemplo, España, año 2007.
- Tomamos las ciudades de más de 12.000 habitantes, que en España, en 2007, fueron 624 ciudades, en las que vivían el 76 % de la población total (34.286.029 personas).
- Ordenamos las 624 ciudades de mayor a menor tamaño (según número de habitantes).

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

Cuadro: Ciudades con mayor población en España(2007) ^a.

<i>Rango</i>	<i>Ciudad</i>	<i>Tamaño (Personas)</i>	<i>Rango</i>	<i>Ciudad</i>	<i>Tamaño (Personas)</i>
1	Madrid	3.132.463	21	Santa Cruz de Tenerife	220.902
2	Barcelona	1.595.110	22	Oviedo	216.607
3	Valencia	797.654	23	Badalona	216.201
4	Sevilla	699.145	24	Cartagena	207.286
5	Zaragoza	654.390	25	Móstoles	204.535
6	Málaga	561.250	26	Santa Cruz de Tenerife	220.902
7	Murcia	422.861	27	Oviedo	216.607
8	Palma de Mallorca	383.107	28	Badalona	216.201
9	Palmas de Gran Canaria (Las)	377.203	29	Cartagena	207.286
10	Bilbao	353.168	30	Móstoles	204.535
11	Córdoba	323.600	31	Jerez de la Frontera	202.687
12	Alicante/Alacant	322.673	32	Terrassa	202.136
13	Valladolid	316.564	33	Sabadell	201.712
14	Vigo	294.772	34	Alcalá de Henares	198.723
15	Gijón	274.037	35	Pamplona/Iruña	194.894
16	Hospitalet de Llobregat (L')	251.848	36	Fuenlabrada	194.142
17	Coruña (A)	244.388	37	Almería	186.651
18	Granada	236.207	38	Donostia-San Sebastián	183.090
19	Vitoria-Gasteiz	229.484	39	Leganés	182.431
20	Elche/Elx	222.422	40	Santander	181.802

^a Fuente: Instituto Nacional de Estadística (INE)

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

Si representamos gráficamente:

- En el eje de abcisas: el tamaño de cada ciudad
- En el eje de ordenadas: el rango o posición que ocupa cada ciudad
- Ambos en escala logarítmica

Sorprendentemente, obtenemos un gráfico muy similar a la línea recta.

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

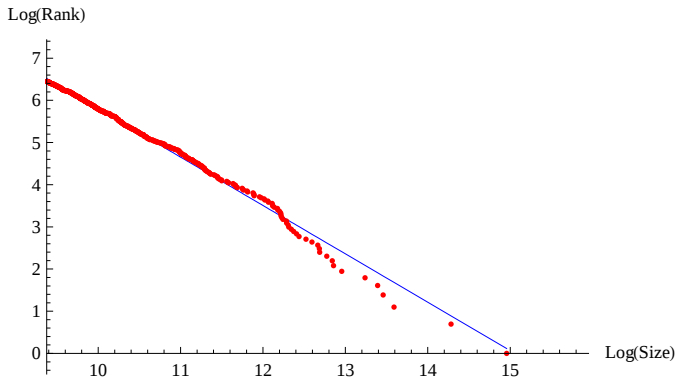


Figura: España 2007

$$\log(\text{rango}_i) = C - \alpha \log(\text{tamaño}_i)$$

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

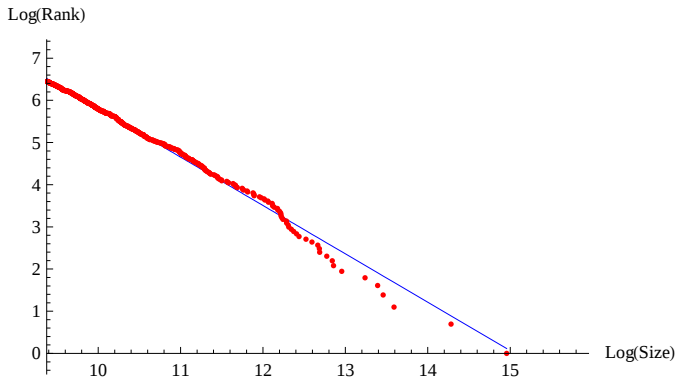


Figura: España 2007

$$\log(\text{rango}_i) = C - \alpha \log(\text{tamaño}_i)$$

$$\log(\text{rango}_i) = 17,27 - 1,15 \log(\text{tamaño}_i)$$

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Lo que se ha mostrado para las 624 ciudades españolas con más de 12.000 habitantes en 2007, ha sido verificado empíricamente en diferentes países y años.
- Ante el resultado anterior, se dice que el tamaño de las ciudades, en número de habitantes, sigue una Ley de Potencia o Ley de Pareto.

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Lo que se ha mostrado para las 624 ciudades españolas con más de 12.000 habitantes en 2007, ha sido verificado empíricamente en diferentes países y años.
- Ante el resultado anterior, se dice que el tamaño de las ciudades, en número de habitantes, sigue una Ley de Potencia o Ley de Pareto.

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Sea X una variable aleatoria.

Se dice que dicha variable sigue una Ley de Potencia, también conocida como distribución clásica de Pareto, si su función de distribución viene dada por:

$$F(x) = \Pr(X \leq x) = 1 - \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{-\alpha}, \quad x > \sigma > 0,$$

con $\alpha > 0$ parámetro de forma, $\sigma > 0$ parámetro de escala.

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Si tomamos una muestra de n observaciones de la variable aleatoria X , y la ordenamos de menor a mayor:

$$x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \cdots \leq x_{(i)} \leq \cdots \leq x_{(n)}$$

La función de distribución empírica, para una observación $x_{(i)}$ de la muestra es:

$$F_n(x_{(i)}) \cong \frac{i}{n+1}$$

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Por tanto, si dicha variable aleatoria X sigue una Ley de Pareto,

$$\frac{i}{n+1} = 1 - \left(\frac{X_{(i)}}{\sigma} \right)^{-\alpha}$$

es decir,

$$\frac{(n+1) - i}{n+1} = \left(\frac{X_{(i)}}{\sigma} \right)^{-\alpha}$$

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Si denominamos *rango* al valor de la posición, de mayor a menor, que una observación ocupa dentro de una muestra, es decir,

$$rango_i = ((n + 1) - i),$$

Si denominamos *tamaño* al valor de la variable aleatoria X , es decir,

$$tamaño_i = x_{(i)},$$

$$\frac{rango_i}{n + 1} = \left(\frac{tamaño_i}{\sigma} \right)^{-\alpha}$$

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Si denominamos *rango* al valor de la posición, de mayor a menor, que una observación ocupa dentro de una muestra, es decir,

$$rango_i = ((n + 1) - i),$$

Si denominamos *tamaño* al valor de la variable aleatoria X , es decir,

$$tamaño_i = x_{(i)},$$

$$\frac{rango_i}{n + 1} = \left(\frac{tamaño_i}{\sigma} \right)^{-\alpha}$$

$$rango_i \times (tamaño_i)^\alpha = C_1$$

5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística

- Si denominamos *rango* al valor de la posición, de mayor a menor, que una observación ocupa dentro de una muestra, es decir,

$$rango_i = ((n + 1) - i),$$

Si denominamos *tamaño* al valor de la variable aleatoria X , es decir,

$$tamaño_i = x_{(i)},$$

$$\frac{rango_i}{n + 1} = \left(\frac{tamaño_i}{\sigma} \right)^{-\alpha}$$

$$rango_i \times (tamaño_i)^\alpha = C_1$$

$$\log(rango_i) = C_2 - \alpha \log(tamaño_i)$$

1. ¿Qué se entiende por Economía?
2. Matemáticas + Economía = ¿?
3. Suma, Resta, Multiplicación, División
4. Factor común, Potencia, Sucesión Geométrica
5. Logaritmo, Representación Gráfica, Estadística
6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas oportunidades

Sarabia, J.M., Prieto, F. (2009).

The Pareto-positive stable distribution: a new descriptive model for city size data.
Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 388, 4179-4191.

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Un aspecto relevante de las leyes de potencia es que sólo suelen cumplirse en la cola alta de la distribución.

En cuanto al tamaño de las ciudades, su validez se limita a sólo las ciudades grandes.

- Esto ha provocado que diversos investigadores hayan enfocado sus trabajos en determinar en estos casos qué distribución se adecúa a todo el rango.

En el estudio del tamaño de las ciudades en todo su rango, la distribución Lognormal o la distribución Tsallis son las más cercanas, pero no han dado una respuesta totalmente satisfactoria.

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Un aspecto relevante de las leyes de potencia es que sólo suelen cumplirse en la cola alta de la distribución.

En cuanto al tamaño de las ciudades, su validez se limita a sólo las ciudades grandes.

- Esto ha provocado que diversos investigadores hayan enfocado sus trabajos en determinar en estos casos qué distribución se adecúa a todo el rango.

En el estudio del tamaño de las ciudades en todo su rango, la distribución Lognormal o la distribución Tsallis son las más cercanas, pero no han dado una respuesta totalmente satisfactoria.

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- La distribución Pareto Estable Positiva (PPS)
- Se define, en términos de función de distribución $F(x)=Pr(X\leq x)$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp \{-\lambda [\log(x/\sigma)]^\nu\}, & \text{si } x \geq \sigma \\ 0, & \text{si } x < \sigma \end{cases}$$

donde $\lambda, \sigma, \nu > 0$.

- Se representa como: $X \sim PPS(\lambda, \sigma, \nu)$.
- Destacar que incluye un importante caso particular:
Distribución Clásica Pareto ($\nu = 1$): $PPS(\lambda, \sigma, 1) \equiv Pa(\lambda, \sigma)$.

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- La distribución Pareto Estable Positiva (PPS)
- Se define, en términos de función de distribución $F(x)=Pr(X\leq x)$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp \{-\lambda [\log(x/\sigma)]^\nu\}, & \text{si } x \geq \sigma \\ 0, & \text{si } x < \sigma \end{cases}$$

donde $\lambda, \sigma, \nu > 0$.

- Se representa como: $X \sim PPS(\lambda, \sigma, \nu)$.
- Destacar que incluye un importante caso particular:
Distribución Clásica Pareto ($\nu = 1$): $PPS(\lambda, \sigma, 1) \equiv Pa(\lambda, \sigma)$.

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- La distribución Pareto Estable Positiva (PPS)
- Se define, en términos de función de distribución $F(x)=Pr(X\leq x)$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp \{-\lambda [\log(x/\sigma)]^\nu\}, & \text{si } x \geq \sigma \\ 0, & \text{si } x < \sigma \end{cases}$$

donde $\lambda, \sigma, \nu > 0$.

- Se representa como: $X \sim PPS(\lambda, \sigma, \nu)$.
- Destacar que incluye un importante caso particular:
Distribución Clásica Pareto ($\nu = 1$): $PPS(\lambda, \sigma, 1) \equiv Pa(\lambda, \sigma)$.

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- La distribución Pareto Estable Positiva (PPS)
- Se define, en términos de función de distribución $F(x)=Pr(X\leq x)$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \exp \{-\lambda [\log(x/\sigma)]^\nu\}, & \text{si } x \geq \sigma \\ 0, & \text{si } x < \sigma \end{cases}$$

donde $\lambda, \sigma, \nu > 0$.

- Se representa como: $X \sim \mathcal{PPS}(\lambda, \sigma, \nu)$.
- Destacar que incluye un importante caso particular:
Distribución Clásica Pareto ($\nu = 1$): $\mathcal{PPS}(\lambda, \sigma, 1) \equiv \mathcal{Pa}(\lambda, \sigma)$.

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Si tomamos dos veces logaritmo en

$$F(x) = 1 - \exp \{ -\lambda [\log(x/\sigma)]^\nu \}, \text{ si } x \geq \sigma$$

- Obtenemos la siguiente expresión

$$\log[-\log(1 - F(x))] = \log \lambda + \nu \log[\log(x/\sigma)]$$

- Que en el caso del tamaño de las ciudades queda como

$$\log[-\log(1 - \frac{i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$$

- $\log[-\log(\frac{(n+1)-i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$

- $\log[-\log(\frac{\text{rango}_i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Si tomamos dos veces logaritmo en

$$F(x) = 1 - \exp \{ -\lambda [\log(x/\sigma)]^\nu \}, \text{ si } x \geq \sigma$$

- Obtenemos la siguiente expresión

$$\log[-\log(1 - F(x))] = \log \lambda + \nu \log[\log(x/\sigma)]$$

- Que en el caso del tamaño de las ciudades queda como

$$\log[-\log(1 - \frac{i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$$

- $\log[-\log(\frac{(n+1)-i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$

- $\log[-\log(\frac{\text{rango}_i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Si tomamos dos veces logaritmo en

$$F(x) = 1 - \exp \{ -\lambda [\log(x/\sigma)]^\nu \}, \text{ si } x \geq \sigma$$

- Obtenemos la siguiente expresión

$$\log[-\log(1 - F(x))] = \log \lambda + \nu \log[\log(x/\sigma)]$$

- Que en el caso del tamaño de las ciudades queda como

$$\log[-\log(1 - \frac{i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$$

- $\log[-\log(\frac{(n+1)-i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$

- $\log[-\log(\frac{\text{rango}_i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Si tomamos dos veces logaritmo en

$$F(x) = 1 - \exp \{ -\lambda [\log(x/\sigma)]^\nu \}, \text{ si } x \geq \sigma$$

- Obtenemos la siguiente expresión

$$\log[-\log(1 - F(x))] = \log \lambda + \nu \log[\log(x/\sigma)]$$

- Que en el caso del tamaño de las ciudades queda como

$$\log[-\log(1 - \frac{i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$$

- $\log[-\log(\frac{(n+1)-i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$

- $\log[-\log(\frac{\text{rango}_i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Si tomamos dos veces logaritmo en

$$F(x) = 1 - \exp \{ -\lambda [\log(x/\sigma)]^\nu \}, \text{ si } x \geq \sigma$$

- Obtenemos la siguiente expresión

$$\log[-\log(1 - F(x))] = \log \lambda + \nu \log[\log(x/\sigma)]$$

- Que en el caso del tamaño de las ciudades queda como

$$\log[-\log(1 - \frac{i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$$

- $\log[-\log(\frac{(n+1)-i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$

- $\log[-\log(\frac{\text{rango}_i}{n+1})] = \log \lambda + \nu \log[\log(\frac{\text{tamaño}_i}{\sigma})]$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Tomamos un país y año cualquiera. Por ejemplo, España, año 2007.
- Tomamos las 8.087 ciudades españolas, teniendo la más pequeña 18 habitantes, en las cuales viven el 99.9993 % de la población total española (45.200.426 personas).
- Ordenamos las 8.087 ciudades de mayor a menor tamaño (según número de habitantes).
- Utilizamos dos formas de validación gráfica:
 - $\log(\text{rango}_i)$ versus $\log(\text{tamaño}_i)$
 - $\log(-\log(\text{rango}/(n+1)))$ versus $\log(\log(\text{tamaño}_i/\sigma))$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Tomamos un país y año cualquiera. Por ejemplo, España, año 2007.
- Tomamos las 8.087 ciudades españolas, teniendo la más pequeña 18 habitantes, en las cuales viven el 99.9993 % de la población total española (45.200.426 personas).
- Ordenamos las 8.087 ciudades de mayor a menor tamaño (según número de habitantes).
- Utilizamos dos formas de validación gráfica:
 - $\log(\text{rango}_i)$ versus $\log(\text{tamaño}_i)$
 - $\log(-\log(\text{rango}/(n+1)))$ versus $\log(\log(\text{tamaño}_i/\sigma))$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Tomamos un país y año cualquiera. Por ejemplo, España, año 2007.
- Tomamos las 8.087 ciudades españolas, teniendo la más pequeña 18 habitantes, en las cuales viven el 99.9993% de la población total española (45.200.426 personas).
- Ordenamos las 8.087 ciudades de mayor a menor tamaño (según número de habitantes).
- Utilizamos dos formas de validación gráfica:
 - $\log(\text{rango}_i)$ versus $\log(\text{tamaño}_i)$
 - $\log(-\log(\text{rango}/(n+1)))$ versus $\log(\log(\text{tamaño}_i/\sigma))$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Tomamos un país y año cualquiera. Por ejemplo, España, año 2007.
- Tomamos las 8.087 ciudades españolas, teniendo la más pequeña 18 habitantes, en las cuales viven el 99.9993 % de la población total española (45.200.426 personas).
- Ordenamos las 8.087 ciudades de mayor a menor tamaño (según número de habitantes).
- Utilizamos dos formas de validación gráfica:
 - $\log(\text{rango}_i)$ versus $\log(\text{tamaño}_i)$
 - $\log(-\log(\text{rango}/(n+1)))$ versus $\log(\log(\text{tamaño}_i/\sigma))$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Tomamos un país y año cualquiera. Por ejemplo, España, año 2007.
- Tomamos las 8.087 ciudades españolas, teniendo la más pequeña 18 habitantes, en las cuales viven el 99.9993 % de la población total española (45.200.426 personas).
- Ordenamos las 8.087 ciudades de mayor a menor tamaño (según número de habitantes).
- Utilizamos dos formas de validación gráfica:
 - $\log(\text{rango}_i)$ versus $\log(\text{tamaño}_i)$
 - $\log(-\log(\text{rango}_i/(n+1)))$ versus $\log(\log(\text{tamaño}_i/\sigma))$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

- Tomamos un país y año cualquiera. Por ejemplo, España, año 2007.
- Tomamos las 8.087 ciudades españolas, teniendo la más pequeña 18 habitantes, en las cuales viven el 99.9993 % de la población total española (45.200.426 personas).
- Ordenamos las 8.087 ciudades de mayor a menor tamaño (según número de habitantes).
- Utilizamos dos formas de validación gráfica:
 - $\log(\text{rango}_i)$ versus $\log(\text{tamaño}_i)$
 - $\log(-\log(\text{rango}/(n+1)))$ versus $\log(\log(\text{tamaño}_i/\sigma))$

6. Nuevas Aportaciones, Nuevas Oportunidades

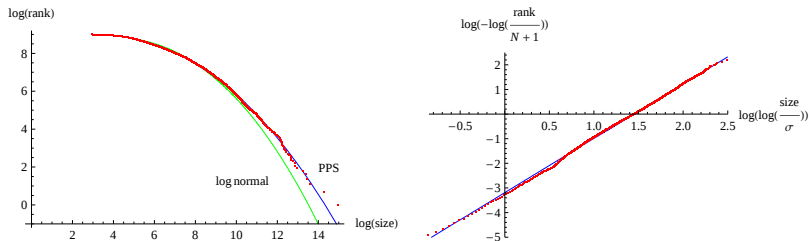


Figura: España 2007

Ciclo de Talleres Divulgativos: "Matemáticas en Acción 2009".

Departamento de Matemáticas, Estadística y Computación.

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

El Logaritmo de la Economía Geométrica

Faustino Prieto Mendoza

Departamento de Economía. Universidad de Cantabria

Santander, 13 de enero de 2010

