¿Es posible una Termodinámica Relativista?

J. Güémez

Se hace una breve reseña histórico-bibliográfica del desarrollo del concepto de Termodinámica Relativista. Se analizan dos ejemplos de aplicación de la Termodinámica Relativista Galileana y se discute en qué circunstancias se podría construir una Termodinámica Relativista covariante Lorentz con sentido físico.

Prefacio

"*Thermodynamics is not difficult if you can just keep track of what it is you are talking about*" (William F. Giauque, Premio Nobel Química) [1].

Aunque el concepto de Termodinámica Relativista ha sido muy utilizado en el pasado [2], no parece haberse desarrollado hasta alcanzar una teoría coherente y aceptable por todos los físicos. Una de las posibles razones de esta falta de concreción puede ser su, aparente, falta de aplicaciones [3].

Tampoco faltan los autores que consideran, directamente, que no es posible construir una Termodinámica Relativista. Así, para Ter Haar y Wergeland [4]:

> *While the "Electrodynamics of Moving Bodies" was a sine qua non of physics already before Einstein's discoveries, a corresponding generalization of the Theory of Heat is not in the same sense indispensable or even possible. That this must be the case is intuitively clear because thermodynamical equilibrium is a state where all relative motions between the parts of a system have come to rest.*

En este artículo se va a discutir la necesidad conceptual de construir una Termodinámica Relativista Lorentziana, como generalización, aplicando la Teoría Especial de la Relatividad de Einstein, de una Termodinámica Relativista Galileana, y se van a discutir las posibles bases sobre las que se podrían construir 4-vectores energía interna, trabajo y calor, y elaborar un Primer Principio de la Termodinámica relativista.

1. Introducción

El Principio de Relatividad de Galileo ha tenido muy poca importancia en el desarrollo de la Termodinámica [5]. Esta circunstancia ha hecho que muchos problemas en la frontera entre Mecánica y Termodinámica se resuelvan de forma poco estructurada desde un punto de vista termodinámico [6]. Por otro lado, parte del problema de construir una Termodinámica Relativista coherente es que, como pone de manifiesto Gamba [7], los diversos autores no han terminado de distinguir entre una Termodinámica Relativista basada en una *formulación síncrona* –formulación utilizada, por ejemplo, por Planck–, en la que diversos observadores intentan llevar a cabo experimentos semejantes en sus diferentes referenciales (lo que sucede con la famosa contracción relativista de longitudes), pero cuyas observaciones no se pueden relacionar entre ellas mediante transformaciones de Lorentz [8], y la Termodinámica Relativista basada en la *formulación asíncrona* (ver más adelante), en la que existe un observador inercial privilegiado que lleva a cabo las experiencias y los demás observadores inerciales refieren sus propias magnitudes a esa experiencia, por lo que las diversas magnitudes medidas en los diferentes referenciales sí se relacionan entre sí mediante transformaciones de Lorentz.

1.1. Principio de Relatividad

En su libro *Essential Relativity. Special, General, and Cosmological*, Rindler [9], indica que uno de los argumentos más modernos para admitir como correcto el Principio de Relatividad –que las leyes de la Física deben expresarse en ecuaciones covariantes bajo transformaciones de Lorentz–, es la propia unidad de la Física:

> (c) *The unity of physics. This is an argument* [*para el Principio de Relatividad*] *of more recent origin. It has become increasingly obvious that physics cannot be separated into strictly independent branches; for example, no electromagnetic experiment can be performed without the use of mechanical parts, and no mechanical experiment is independent of the electromagnetic constitution of matter, etc. If there exitst a "strict" relativity principle for mechanics, then a large part of electromagnetism must be relativistic also, namely that part which has to do with the constitution of matter. But if part, why not all? In short, if physics is indivisible, either all of it or none of it must satisfy the relativity principle. And since the Relativity Principle is so strongly evident in mechanics, it is at least a good guess that it is generally valid.*

Puesto que la Termodinámica forma parte de la Física, el argumento proporcionado por Rindler debe ser igualmente válido para aquellos problemas habitualmente descritos en Termodinámica y parece razonable suponer que pueda elaborarse una Termodinámica Relativista.

1.2. Breve repaso bibliográfico

En Yuen [3] se puede encontrar un buen resumen del estado de la Termodinámica Relativista hacia 1970. A principios del siglo XX la Termodinámica fue "relativizada" Lorentz por primera vez por Planck, que obtuvo transformaciones relativistas de la energía interna $U=\gamma(V)(U_0+V^2P\nu_0)$ y de la temperatura $T=\gamma^{-1}(V)T_0$, $\gamma(V)=(1-V^2/c^2)^{-1/2}$, donde V es la velocidad de un referencial inercial respecto de otro, para observadores en movimiento relativo a referenciales en los que se miden una energía interna U_0 y una temperatura T_0 (P es la presión, un invariante relativista, y ν_0 es el volumen, que se suele transformar entre referenciales aplicando la contracción de Lorentz-FitzGerald). Einstein admitió como correctas estas transformaciones, lo que contribuyó a que durante décadas no se volviera sobre el tema. Hacia 1960, Ott [10] introdujo otra transformación para la temperatura, $T=\gamma(V)T_0$, mientras Arzeliés [11] y otros autores consideraban que, además, también debía ser $U=\gamma(V)U_0$. Históricamente la gran preocupación parece haber sido la transformación relativista de la temperatura (casi todos los autores coinciden en que la entropía S debe ser un invariante relativista). Un autor importante en este tema, Landsberg [12], mantuvo desde un principio que la temperatura de un sistema era un invariante relativista [13], siendo uno de los pocos autores que ha publicando recientemente sobre este tema [14].

Por otra parte, las primeras aplicaciones de la Relatividad a la estática de cuerpos extensos también resultaron polémicas, particularmente la paradoja asociada a la palanca relativista (Paradoja Lewis-Tolman) [15]. En 1966 Rohrlich [16], publicó un artículo en el que se discutía el tipo de transformaciones de Lorentz (*true Lorentz transformations*) que eran aplicables en Termodinámica Relativista, en oposición a las transformaciones (*apparent Lorentz transformations*) que daban lugar al conocido efecto pre-relativista de contracción de longitudes. En 1968, Van Kampen [17] publicó un importante artículo en el que se hacía una formalización, aunque poco pormenorizada, del Primer Principio de la Termodinámica utilizando 4-vectores. Un año después, Hamity [18], publicó un artículo en el que se utilizaban 4-vectores para expresar el Primer y Segundo Principios de la Termodinámica. La formulación de Van Kampen, y Hamity, fue relacionada poco tiempo después con la denominada *formulación asíncrona* de Cavalleri y Salgarelli [19], Gamba [7] y Grøn [20], lo que supuso una clarificación considerable del problema de construir una Termodinámica Relativista. La paradoja de la palanca relativista fue resuelta en el contexto de dicha *formulación asíncrona* [21].

En esta *formulación asíncrona* de la Termodinámica Relativista se admite que existe un *referencial privilegiado*, referencial S_W, en el cual todas las fuerzas que se ejercen sobre el sistema se aplican simultáneamente, es decir, durante el mismo intervalo de tiempo Δt; un observador en otro sistema de referencia, referencial S_A, en *configuración estándar* (en la configuración estándar el referencial S_A se mueve en la dirección x de S_W con velocidad uniforme V y los ejes correspondientes de S_W y de S_A permanecen parelelos a lo largo del movimiento, habiendo coincidido a tiempo $t=t_A=0$) respecto de S_W, no intenta realizar experiencias en las que él mismo vea fuerzas aplicadas simultáneamente en su propio referencial, para compararlas con las observaciones en S_W (lo que constituiría una *formulación síncrona*), sino que transforma las medidas que ya ha realizado el observador en S_W a su propio referencial S_A. Esta forma de proceder por parte del observador en S_A, implica inevitablemente que sucesos de aplicación de fuerzas que son simultáneos en S_W ya no serán simultáneos en S_A (efecto relativista de pérdida de la simultaneidad), lo que justifica el nombre de asíncrona para esta formulación. Por otra parte, los autores de la formulación asíncrona han dedicado poco tiempo a meditar sobre su aplicación al concepto de calor y, cuando lo han hecho, de forma poco consistente [16]. Hacia 1970 las publicaciones sobre este tema fueron apareciendo preferentemente en la revista *Il Nuovo Cimento*, lo que, probablemente, contribuyó a su limitada difusión, a la vez que se iban haciendo cada vez más escasas.

Aunque Yuen, y otros autores [22], consideran que la formulación asíncrona junto con el formalismo de 4-vectores de Van Kampen es no sólo la teoría más útil sino también *la teoría correcta* de Termodinámica Relativista, a finales de los años 70 las formulaciones síncrona y asíncrona seguían aplicándose, a veces por el mismo autor [23], a la vez que se seguían proponiendo transformaciones relativistas de las magnitudes termodinámicas. No se consiguió alcanzar un consenso sobre un formalismo de Termodinámica Relativista aceptable para todos [24], haciendo buena la frase de Francis Bacon, *Truth emerges more readily from error than from confusion*.

Esta falta de consenso sobre una formulación de la Termodinámica Relativista se ha podido deber, por un lado, a que siempre ha sido muy reducido el número de problemas concretos de termodinámica que se han abordado y resuelto con este formalismo [25], y, por otro lado, a que sigue sin resolverse de forma satisfactoria el llenar de contenido el formalismo Asíncrono-Van Kampen (Hamity), es decir, cómo construir todos los 4-vectores, energía interna, trabajo, calor, etc., correspondientes a un problema termodinámico. Un asunto adicional, aunque más marginal en un contexto teórico que busca una formulación coherente de una Termodinámica Relativista, es el de la operatividad del formalismo asíncrono-Van Kampen (Hamity), es decir, la indicación de cómo pueden ser medidas experimentalmente las magnitudes definidas en el mismo [26].

2. Termodinámica Relativista (Galileana)

Supóngase que un profesor de Termodinámica se encuentra explicando a sus alumnos la descripción termodinámica de los procesos, descritos en la figura 1, sobre N moles de un gas de Van der Waals, ecuación térmica de estado

$$\left(P+\frac{N^2a}{\nu^2}\right)(\nu-Nb)=N\,RT \qquad (1)$$

encerrado en un cilindro dotado de un émbolo de sección A. Un primer proceso sería la compresión adiabática, notada como (A). Un segundo proceso sería la compresión isoterma,

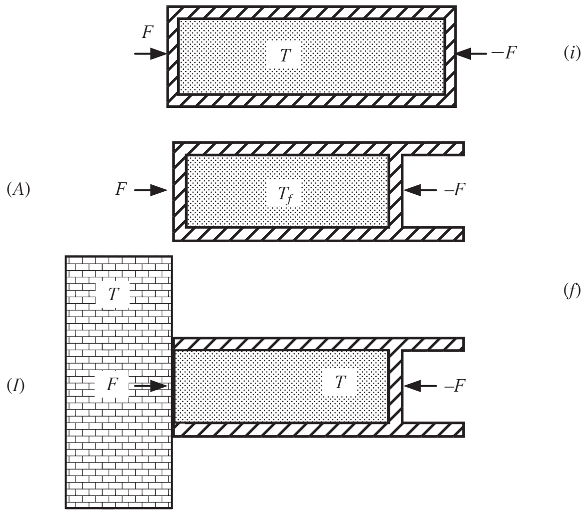

Fig.1. (*i*) Sobre un gas de Van der Waals encerrado en un cilindro dotado de un émbolo, a temperatura T, se aplica una fuerza $-F$ sobre el émbolo. (*f*) El proceso de compresión se describe como adiabático, (*A*), con el gas alcanzando una temperatura final T_f; el proceso de compresión se describe como isotermo, (*I*), con el gas en contacto con un foco térmico a temperatura T.

notada como (*I*), del mismo gas de Van der Waals [27]. Ambas compresiones tienen lugar bajo la acción de una fuerza constante $-F$. Dicha fuerza, que se aplica durante un intervalo de tiempo Δt da lugar a un desplazamiento del émbolo $-\Delta x$.

Aplicando el Primer Principio de la Termodinámica [28], en su forma habitual $\Delta U = W_{ext} + Q$, con el trabajo de las fuerzas externas dado por $W_{ext} = F\Delta x$, con las derivadas de la energía interna dadas por:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_\nu = Nc_\nu,$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \nu}\right)_T = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_\nu - P = \frac{N^2 a}{\nu^2}$$

y con los estados inicial y final del sistema de equilibrio, se tiene que

$$\Delta U = Nc_\nu\left(T_f - T_i\right) - N^2 a\left(\frac{1}{\nu_f} - \frac{1}{\nu_i}\right) \qquad (2)$$

donde c_ν es el calor molar a volumen constante (tomado como constante en ese intervalo de temperaturas), $\nu_f = \nu_i - A\Delta x$, se tiene, para el proceso adiabático

$$Nc_\nu\left(T_f - T_i\right) - N^2 a\left(\frac{1}{\nu_f} - \frac{1}{\nu_i}\right) = F\Delta x \qquad (3)$$

lo que permite obtener la temperatura final T_f en el proceso adiabático. En el proceso isotermo,

$$-N^2 a\left(\frac{1}{\nu_f} - \frac{1}{\nu_i}\right) = F\Delta x + Q \qquad (4)$$

lo que permite obtener Q, el calor intercambiado con el foco térmico en dicho proceso.

Cuando se ha terminado de aplicar toda la maquinaria matemático-termodinámica a estos problemas, supóngase que un alumno pregunta al profesor si no sería interesante describir estos procesos desde el punto de vista de un observador que se mueve con velocidad constante V (referencial S_A) respecto del observador que ha hecho la descripción anterior y que se encontraba en reposo (referencial S_0 o del centro de masas) respecto del gas que ha sido comprimido.

¿Es pertinente esta pregunta? Puesto que el observador en S_0 aplica la Termodinámica entre estados de equilibrio del gas, ¿tiene sentido físico considerar que el gas en movimiento se pueda encontrar en equilibrio para el observador en S_A? En principio no parece difícil imaginar que el observador en S_A llegue a la conclusión de que el gas se encuentra en equilibrio termodinámico respecto de las paredes del recipente, por lo que tiene cierta confianza en que también él puede aplicar el Primer Principio de la Termodinámica a esta situación.

Lo primero que hay que explicitar a partir de la pregunta del alumno es que, además de la fuerza $-F$ aplicada sobre el émbolo, debe haber otra fuerza F, aplicada sobre la base del cilindro, fuerza que en el referencial S_0 no tiene asociado ningún desplazamiento. Esta fuerza F es necesaria para que al aplicar la Segunda Ley de Newton, $\Sigma_k F_k = ma_{cm}$, donde a_{cm} es la aceleración del centro de masas del sistema, el gas, como un todo, no adquiera una aceleración (émbolo y paredes del cilindro se toman sin masa). Esta segunda fuerza no se suele tomar en consideración en Termodinámica, pues siempre se admite, implícitamente, que la suma de las fuerzas aplicadas es cero y que, por tanto, la energía cinética del centro de gravedad del gas $K_{cm} = m\upsilon_{cm}^2/2$ (considerado como un todo) no varía.

En este caso, el observador en S_A ve que tanto la fuerza $-F$, sobre el émbolo, como la fuerza F, sobre la base del cilindro, se aplican simultáneamente y con desplazamientos Δx_R y Δx_L, respectivamente. Aplicando las transformaciones de Galileo se tiene que

$$\Delta x_R = -\Delta x - V\Delta t \qquad (5)$$

$$\Delta x_L = -V\Delta t \qquad (6)$$

Si el producto "fuerza-desplazamiento" [29] (trabajo) de las fuerzas externas sobre el gas se considera que en este referencial S_A debe venir dado por la expresión $W_{extA} = -F\Delta x_R + F\Delta x_L$, de tal forma que mediante las Ecs. (5) y (6), se tendría que $W_{extA} = -F\Delta x$, y ambos observadores, en S_0 y en S_A, miden el mismo trabajo de las fuerzas externas. El trabajo W_{extA} se transforma como $W_{extA} = W_{ext} - V\mathcal{I}$, donde $\mathcal{I}$ sería el impulso de las fuerzas aplicadas medido en el referencial S_0 (en este caso, $\mathcal{I} = 0$), que sería la misma transformación a aplicar si se tratara de una fuerza aplicada sobre una partícula puntual en vez de sobre un cuerpo extenso [30]. Como en el referencial S_A la velocidad V del sistema no varía, también en ese referencial se tiene que la variación de la energía cinética del sistema es nula. Por tanto, ambos observadores obtienen la misma descripción mecánica.

Supóngase ahora que la fuerza $-F$ es aplicada sobre el émbolo, durante un intervalo de tiempo Δt, con un desplazamiento Δx_R para el émbolo y un desplazamiento Δx_L para la base del cilindro, sin que ninguna otra fuerza externa se aplique sobre el sistema, de tal forma que el gas se mueve como un todo, adquiriendo una cierta velocidad final υ_f (figura 2).

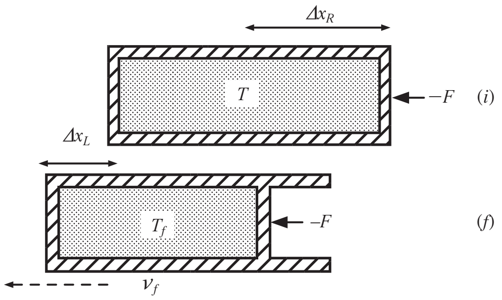

Fig.2. (i) Sobre un gas de Van der Waals encerrado en un cilindro dotado de un émbolo, a temperatura T, se aplica una fuerza $-F$ sobre el émbolo, sin ninguna otra fuerza aplicada. (f) Durante el intervalo de tiempo Δt, el émbolo se mueve una distancia Δx_R, mientras que el extremo cerrado del cilindro se desplaza una distancia Δx_L. El sistema conjunto adquiere una velocidad υ_f . El proceso se puede considerar adiabático (A) o isotermo (I).

¿Está bien descrito este problema desde un punto de vista físico? Puesto que el formalismo termodinámico se aplica entre estados de equilibrio del gas, ¿tiene sentido físico considerar que el gas en movimiento se pueda encontrar en equilibrio? Una vez la fuerza haya dejado de aplicarse y el gas se mueva con velocidad constante como un todo, no parece difícil imaginar que, respecto de las paredes del cilindro, el gas se encuentre en equilibrio termodinámico [5].

En este proceso, parte del trabajo realizado por las fuerzas externas ejercidas sobre el sistema se emplea en aumentar la energía cinética del centro de masas de sistema ΔK_{cm}, pues existe una aceleración $a_{cm} \neq 0$, y el gas aumenta su velocidad como un todo, alcanzando su centro de masas una velocidad final distinta de cero. ¿Cómo se contempla esta variación de la energía cinética macroscópica del sistema en el Primer Principio de la Termodinámica? Hay que reconocer que dicho Primer Principio debe generalizarse para incluir esta energía cinética. Así, dicha generalización es [31]:

$$\Delta E = W_{ext} + Q \tag{7}$$

donde E es la energía total del sistema. Esta energía total E es igual a la suma de todas las energías cinéticas del sistema K y de todas las energías potenciales de interacción Φ. Como la suma de las energías cinéticas se puede descomponer como la energía cinética del centro de masas, más la suma de las energías cinéticas respecto del centro de masas, $K = K_{cm} + \Sigma_i k_i$, el Primer Principio Generalizado Ec. (7) se puede poner como:

$$\Delta K_{cm} + \Delta U = W_{ext} + Q \tag{8}$$

donde la variación de la energía interna $\Delta U = \Delta(\Sigma_i k_i) + \Delta\Phi$, es la variación de la suma de las energías cinéticas respecto del centro de masas, k_i, más la variación de las energías potenciales de interacción (supuesto que todas las fuerzas de interacción en el interior del sistema son conservativas).

Por tanto, para analizar este proceso de compresión y aceleración del gas en su conjunto, se necesitan, (i) la Segunda Ley de Newton, en su forma original o ya integrada en la forma de la Ecuación del Centro de Masas [32],

$$\Delta K_{cm} = \left(\sum_k F_k\right) \cdot \Delta x_{cm} \tag{9}$$

y (ii) el Primer Principio de la Termodinámica, con:

$$\Delta K_{cm} + \Delta U = W_{ext} + Q \tag{10}$$

Debe considerarse además que los posibles trabajos externos de fuerzas conservativas se pueden expresar como variaciones de energías potenciales, y que las fuerzas de rozamiento no realizan trabajo.

Aplicando la Segunda Ley de Newton, e integrándola para obtener la Ecuación del Centro de Masas, $\Delta K_{cm} = F\Delta x_{cm}$, donde

$$\Delta x_{cm} = \frac{\Delta x_R + \Delta x_L}{2}$$

es el desplazamiento del centro de masas del sistema, se obtiene la variación de energía cinética del centro de masas. El trabajo de las fuerzas externas es $W_{ext} = F\Delta x_R$. Si el proceso se considera adiabático (A), se tiene que

$$\Delta U = F\left(\Delta x_R - \Delta x_{cm}\right) \tag{11}$$

y con

$$Nc_v\left(T_f - T_i\right) - N^2 a\left(\frac{1}{\nu_f} - \frac{1}{\nu_i}\right) = F\left(\Delta x_R - \Delta x_{cm}\right) \tag{12}$$

se puede obtener la temperatura final del gas, T_f . Si el proceso se considera isotermo (I)

$$-N^2 a\left(\frac{1}{\nu_f} - \frac{1}{\nu_i}\right) = F\left(\Delta x_R - \Delta x_{cm}\right) + Q \tag{13}$$

lo que permite obtener el calor intercambiado, Q, en este proceso.

¿Cómo se describiría este mismo proceso por parte de un observador en el referencial inercial S_A, moviéndose con velocidad V respecto del anterior?

El Principio de Relatividad se refiere a la propiedad de las ecuaciones que describen leyes físicas de no mudar de forma bajo cambios de coordenadas entre sistemas de referencia inerciales en movimiento relativo. La covarianza (Galileana) de las ecuaciones de la Física exige que tanto la Segunda Ley de Newton como el Primer Principio de la Termodinámica en S_A se expresen como:

$$\Delta K_{cmA} = \left(\sum_k F_{kA}\right) \cdot \Delta x_{cmA},$$

$$\Delta K_{cmA} + \Delta U_A = W_{extA} + Q_A$$

donde todas las magnitudes se miden en el referencial S_A.

En vez de describir cómo se podrían medir estas magnitudes por parte del observador en S_A (lo que remitiría a la operatividad de una Termodinámica Relativista Galileana) se puede considerar que, en caso de poder llevar a cabo esas medidas, dicho observador en S_A obtendría los mismos resultados que aplicando transformaciones adecuadas de Galileo a las medidas realizadas en el primer referencial. Es decir, se puede considerar que se va a tener:

$$\begin{aligned} \Delta x_{RA} &= \Delta x_R - V\Delta t, \\ \Delta x_{LA} &= \Delta x_L - V\Delta t, \\ \Delta x_{cmA} &= \Delta x_{cm} - V\Delta t \end{aligned}$$

(fuerzas, masas, e intervalos de tiempo son invariantes Galileanos), y que entonces

$$\begin{aligned} \Delta K_{cmA} &= -F\Delta x_A = -F(\Delta x_{cm} - V\Delta t), \\ W_{extA} &= -F\Delta x_R = -F(\Delta x_R - V\Delta t) \end{aligned}$$

Por otro lado, por su propio significado físico, la variación de energía interna debe ser la misma en todos los sistemas de referencia. Es decir,

$$\Delta U_A = \Delta U$$

¿Cómo se transforma el calor bajo una transformación de Galileo? Aunque el calor es una forma de transmitirse la energía que no puede caracterizarse mecánicamente, lo más sencillo es considerar que es un invariante Galileano, es decir,

$$Q_A = Q$$

Estas dos suposiciones ya se habían hecho, implícitamente, en el problema anterior. Por tanto, con las equivalencias

$$\begin{aligned} \Delta K_{cmA} &= F_L\,(\Delta x_{cm} - V\Delta t), \\ W_{extA} &= F_L\,(\Delta x_R - V\Delta t), \\ \Delta U_A &= \Delta U, \\ Q_A &= Q, \end{aligned}$$

se obtiene que ambos observadores deben obtener los mismos resultados de temperatura final, T_f, en el proceso adiabático y del mismo calor, Q, en el proceso isotermo.

El ejemplo anterior permite poner de manifiesto que en la resolución completa de este tipo de problemas, donde Mecánica y Termodinámica se encuentran [33], se necesitan tanto la Segunda Ley de Newton (SLN) como el Primer Principio de la Termodinámica (PPT):

$$\text{(SLN)} \qquad \Delta K_{cm} = \left(\sum_k F_k\right) \cdot \Delta x_{cm} \qquad (14)$$

$$\text{(PPT)} \qquad \Delta K_{cm} + \Delta U = W_{ext} + Q \qquad (15)$$

Un observador en un referencial S_A, que se mueve respecto de S_0, debe aplicar $\Delta K_{cmA} + \Delta U_A = W_{extA} + Q_A$ y obtener los mismos resultados que el observador en S_0. Si, por su propia definición $\Delta U_A = \Delta U$ y si se admite que $Q_A = Q$, entonces, para el observador en S_A, $\Delta K_{cmA} + \Delta U = W_{extA} + Q$. En conclusión, en una descripción de Termodinámica Relativista Galileana, los términos mecánicos que intervienen en el Primer Principio hay que transformarlos para pasar del referencial S_0 al referencial S_A, mientras que los términos termodinámicos son invariantes.

La expresión, $\Delta K_{cm} + \Delta U = W_{ext} + Q$, se presenta como si a la ecuación $\Delta U = Q$, válida para procesos termodinámicos sobre un sistema no deformable, (en general, eliminación de ligaduras internas, sin aplicación de fuerzas externas) –todas las magnitudes invariantes Galileo–, se le superpusiera el Teorema Trabajo-Energía, $\Delta K = W$, con la variación de la energía cinética del centro de masas ΔK_{cm} y con el trabajo de las fuerzas externas, W_{ext} (pero, en general, $\Delta K_{cm} \neq W_{ext}$), cuando se aplica a un cuerpo extenso –con las magnitudes implicadas relacionadas por transformaciones de Galileo entre distintos referenciales–. "Sumando" ambas contribuciones, se tendría la Eq. (15), que puede aplicarse ya a cuerpos extensos deformables. Previamente se debe aplicar la Segunda Ley de Newton para obtener ΔK_{cm}. Estas descripciones, Ecs. (14-15), siendo correctas, son, cuando menos, poco estéticas.

3. ¿Una pregunta con sentido físico?

En el mismo curso universitario en el que se han explicado los anteriores problemas de Termodinámica [34], los alumnos ya han estudiado la Teoría Especial de la Relatividad, y ya conocen el formalismo de 4-vectores de Minkowski [35]. Cuando se han resuelto los problemas anteriores, supóngase que un estudiante levanta su mano y pregunta:

> – Profesor, ¿está usted de acuerdo en que con la Teoría Especial de la Relatividad, todas las leyes de la Física se pueden expresar en forma covariante, invariantes bajo transformaciones de Lorentz y, en consecuencia, todos los problemas, se pueden resolver utilizando el formalismo de 4-vectores [36]?

En su apoyo, el alumno puede citar el anterior comentario de Rindler sobre la unidad de la Física. Supongamos que la respuesta del profesor fuera afirmativa. El alumno continúa preguntando:

> – En ese caso, ¿cómo se expresa el Primer Principio de la Termodinámica en un formalismo compatible con la Teoría Especial de la Relatividad de Einstein?

En otras palabras, ¿cómo debería ser la ecuación de la Formulación Matemática del Primer Principio de la Termodinámica Generalizado [37], Eq. (15).

$$(K_{cmf} - K_{cmi}) + (U_f - Ui) = W_{ext} + Q,$$

incluyendo la Ecuación del Centro de Masas, Eq. (14) expresada en forma de 4-vectores, e invariante bajo transformaciones de Lorentz?

4. Consideraciones relativistas y termodinámicas

Tal y como se ha analizado anteriormente, la Termodinámica Relativista Galileana indica que debe utilizarse un formalismo que considere, simultáneamente, la Segunda Ley de Newton y el Primer Principio de la Termodinámica. En una Termodinámica Relativista Lorentziana este formalismo es, de forma natural, el de los 4-vectores [18] –pues éste formalismo engloba momento lineal y energía–, relacionados entre referenciales mediante transformaciones de Lorentz [17].

4.1. Energía interna

Una primera consideración es la de que en Física Clásica existen procesos, en sistemas aislados, en los que se conserva el momento lineal, pero no se conserva la energía cinética (aunque se suele decir que no se conserva la energía). Por ejemplo, en un péndulo balístico o en un choque inelástico. Sin embargo, en Relatividad Especial, momento lineal y energía son conceptos relacionados [38], y se conservan siempre en sistemas aislados [39].

Dado un sistema termodinámico (bien definido, con ligaduras internas bien caracterizadas y en equilibrio termodinámico), su energía interna es la energía total del sistema en un referencial, S_0 en el que el momento lineal del sistema es nulo (la energía cinética del centro de gravedad del sistema es cero) [40].

En Termodinámica Clásica no existe la necesidad de definir una energía interna absoluta para un sistema termodinámico. Sólo es necesario saber que tal función de estado siempre existe, que es compatible con la Ecuación Térmica de Estado (sistemas PνT) que se esté utilizando para caracterizar el sistema, a través del coeficiente $(\partial U/\partial \nu)_T = T\,(\partial P/\partial T)_\nu - P$, y con los resultados experimentales a través del coeficiente $(\partial U/\partial T)_\nu = C_\nu$, para poder medir sus diferencias entre diferentes estados de equilibrio. Por el contrario, de acuerdo con la Teoría de la Relatividad, es necesario asociar una energía interna (o *función energía*, como recomienda Battino que se nombre este concepto [41]) absoluta a cada sistema termodinámico en equilibrio.

Cuando se defina un 4-vector energía interna U^μ en el referencial S_0 –en el que el momento lineal del sistema sea cero– se tendrá $U^\mu = \{0,0,0,U\}$. Para un observador en un referencial S_A en *configuración estándar*, con velocidad V, respecto de S_0, se tendrá que el 4-vector U_A^μ se deberá obtener a partir de la ecuación:

$$U_A^\mu = \begin{Bmatrix} cp_{xA} \\ 0 \\ 0 \\ E_A \end{Bmatrix} = \mathcal{L}_x(V)U^\mu =$$

$$= \begin{bmatrix} \gamma(V) & 0 & 0 & -\beta(V)\gamma(V) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\beta(V)\gamma(V) & 0 & 0 & \gamma(V) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ U \end{Bmatrix}$$

con $\beta(V) = V/c$, que (por razones tipográficas) se nota como

$$U_A^\mu = \mathcal{L}_x(V)U^\mu$$

donde $\mathcal{L}_x(V)$ es la correspondiente matriz 4×4 de la transformación de Lorentz de la configuración estándar [42]. Con $U_A^\mu = \{cp_A, 0, 0, E_A\}$, y

$$U_A^\mu = \mathcal{L}_x(V)U^\mu = \left\{-c\left[\gamma(V)\frac{U}{c^2 V}\right], 0, 0, \gamma(V)U\right\},$$

el observador en S_A asigna al cuerpo un momento lineal p_A y una energía total E_A dadas por

$$p_{xA} = -\,\gamma(V)\frac{U}{c^2}V,$$
$$E_A = \gamma(V)U$$

Toda forma de energía que no se encuentre en U no aparecerá en Uc^{-2}, es decir, no contribuirá al momento lineal que mide el observador en S_A. La energía total E_A es la suma de la energía cinética, $K_A = [\gamma(V) - 1]U$ y la función energía U.

La relación entre energía interna y momento lineal se puede concretar utilizando la *Hipótesis de Einstein o Principio de la Inercia de la Energía* [43]: Dado un sistema termodinámico (extenso, deformable), a partir de la ecuación de Einstein [44], $E_0 = mc^2$ se puede enunciar el siguiente principio [45]:

> Todas las formas de energía, relativísticamente expresadas, de un sistema se suman para dar la *función energía* (energía interna) U del mismo.

Puesto que todas las formas de energía son convertibles entre sí [46], todas contribuyen del mismo modo a la inercia [47] $\mathcal{M}$ del sistema con:

$$\mathcal{M} = Uc^{-2} \qquad (16)$$

Con la energía total de un sistema dada en un referencial S_A por la expresión $E_A = \gamma(V)U$ y su momento lineal por $p_{xA} = -\gamma(V)\mathcal{M}V$, $\mathcal{M} = Uc^{-2}$, el invariante relativista (la norma del 4-vector) $U = \left(E_A^2 - c^2 p_A^2\right)^{1/2} = \mathcal{M}c^2$ es la función energía del sistema –energía total en el referencial S_0 en el que su momento lineal es cero–. Así, los 4-vectores correspondientes vienen dados por las expresiones $U^\mu = \{0,0,0,U\}$, y $U_A^\mu = \{-c[\gamma(V)\mathcal{M}V], 0, 0, \gamma(V)U\}$, con $\mathcal{M} = Uc^{-2}$.

Aunque el Principio de Inercia de la Energía sugiere que el problema de construir un 4-vector energía interna (función energía) para un sistema termodinámico es resoluble, todavía quedarían algunos problemas por resolver. Por ejemplo, ¿es posible que un observador en el referencial S_A pueda asignar un estado de equilibrio a un sistema ideal formado por muchas partículas que se mueven respecto de las paredes de un recipiente y que, a su vez, se mueven como un todo? Para el observador en S_A la distribución de velocidades de tales partículas no es una distribución del Maxwell [24].

Por otra parte, dado un sistema termodinámico encerrado en un recipiente, la materia constituyente del mismo debe encontrarse en equilibrio termodinámico con la radiación térmica, siempre presente, contenida también en el sistema [48]. Felizmente, la radiación térmica contenida en una cavidad cerrada, en equilibrio térmico, presenta una inercia que está de acuerdo con el Principio de Inercia de la Energía [49]. Esta sorprendente, hasta cierto punto, asociación de inercia a un conjunto de fotones cuyos elementos componentes no tienen en sí mismos masa [50], debe ser un resultado clave para una correcta definición covariante Lorentz de la función energía (energía interna) de un sistema.

Todas estas consideraciones llevan a la conclusión de que, al menos en principio, se va a necesitar una descripción microscópica de la energía interna de los sistemas termodinámicos para poder dotar de sentido físico a ciertas transformaciones relativistas. Por ejemplo, si se considera un gas ideal encerrado en un recipiente y en equilibrio térmico con la radiación térmica contenida en el mismo volumen, la energía total de cada átomo del gas es su energía total relativista, con su 4-vector correspondiente, y la energía interna asociada a los átomos será la suma de esas energías. Lo mismo sucederá con los fotones. El 4-vector energía interna se obtendrá como suma de los 4-vectores correspondientes (no hay interacción entre componentes). Para un observador en otro referencial inercial, las energías totales de los átomos las obtendrá aplicando transformaciones relativistas de velocidades y las frecuencias de los fotones aplicando el efecto Doppler relativista [40].

4.2. Trabajo de configuración

Cualquier formulación de una Termodinámica Relativista debe resolver el problema de cómo tratar la aplicación de fuerzas externas sobre sistemas extensos no rígidos y cómo caracterizar la respuesta de dichos cuerpos a la acción de las fuerzas aplicadas [51]. Puesto que en Relatividad ningún cuerpo es rígido, en el caso de un cuerpo extenso sobre el que se aplica alguna fuerza en una determinada región del mismo, se tiene el problema de describir cómo conocen las demás partes del cuerpo la aplicación de dicha fuerza y cómo caracterizar la reacción, en forma de adquisición de momento lineal, del cuerpo como conjunto.

Otra consideración importante en relación con el cálculo del trabajo relativista de las fuerzas aplicadas sobre un sistema es el hecho de que en Mecánica Newtoniana, y en Termodinámica, todas las fuerzas sobre el sistema se aplican simultáneamente no sólo en el referencial en el que el sistema permanezca en reposo, S_0, sino en todos los demás referenciales inerciales. Por el contrario, en Relatividad se sabe que procesos que son simultáneos en un referencial no serán simultáneos en ningún otro referencial inercial que se mueva con cierta velocidad respecto de aquel. Esta circunstancia de simultaneidad en todos los referenciales Newtonianos indica que en Relatividad debe existir un referencial en el que las fuerzas se apliquen simultáneamente y que, en este sentido, resultará privilegiado. Este tipo de consideraciones se han tratado y resuelto en la anteriormente citada *formulación asíncrona*.

Una consideración adicional importante en este contexto es la observación de Van Kampen [52] de que un cuerpo a temperatura T no se encuentra en equilibrio termodinámico con un foco térmico (ver más adelante) a la misma temperatura T si ambos no se encuentran en reposo mutuo (por ejemplo, si el cuerpo se mueve respecto del foco térmico). Es ésta una condición de equilibrio termodinámico puramente relativista [53], que no se encuentra en la Termodinámica Clásica (en la que, implícitamente, cuerpo y foco térmico se encuentran en reposo mutuo). Puesto que los estados inicial y final del sistema termodinámico deben ser de equilibrio, la exigencia anterior implica que en el referencial S_0 en el que las fuerzas se aplican simultáneamente, éstas deben aplicarse con impulso total nulo. De esta forma se garantiza que el cuerpo se encuentre en equilibrio termodinámico relativista también en su estado final.

4.2.1. 4-vector trabajo W^μ

Una forma habitual en Relatividad de obtener 4-vectores con sentido físico es mediante derivación respecto del tiempo propio $d\tau$ de otros 4-vectores [54]. Por ejemplo, para una partícula que se mueve con velocidad $v = (\upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z)$ en un cierto referencial, el 4-vector velocidad υ^μ asociado:

$$\upsilon^\mu = \{\gamma(\upsilon)\upsilon_x, \gamma(\upsilon)\upsilon_y, \gamma(\upsilon)\upsilon_z, \gamma(\upsilon)c\},$$

se obtiene como derivada respecto del tiempo propio del 4-vector intervalo ds^μ:

$$ds^\mu = \{dx, dy, dz, cdt\},$$

tal que con $dt/d\tau = \gamma(\upsilon)$ [55], se tiene:

$$\frac{ds^\mu}{d\tau} = \left(\frac{dt}{d\tau}\right)\left(\frac{ds^\mu}{dt}\right) = \gamma(\upsilon)\{\upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z, c\} = \upsilon^\mu$$

Para una partícula puntual que se mueve con velocidad $v = (\upsilon_x, \upsilon_y, \upsilon_z)$ y sobre la que se aplica una fuerza $F = (F_x, F_y, F_z)$, se define el 4-vector fuerza F^μ como [56]:

$$cF^\mu = \{c\gamma(\upsilon)F_x, c\gamma(\upsilon)F_y, c\gamma(\upsilon)F_z, \gamma(\upsilon)(F \cdot v)\}$$
$$cF^\mu = \gamma(\upsilon)\{cF_x, cF_y, cF_z, F_x\upsilon_x + F_y\upsilon_y + F_z\upsilon_z\}$$

En el contexto del Primer Principio de la Termodinámica se debe buscar un 4-vector asociado a fuerzas, impulsos y desplazamientos, pero con unidades de energía, especialmente, con el "producto fuerza-desplazamiento" como componente energética del 4-vector correspondiente.

La definición anterior del 4-vector F^μ sugiere –buscando una correspondencia momento lineal-impulso y energía-trabajo, entre un 4-vector impulso-trabajo y el 4-vector momento lineal-función energía– que, para su aplicación al k-ésimo émbolo, que se va a desplazar con velocidad $v_k = dr_k/dt = (\upsilon_{xk}, \upsilon_{yk}, \upsilon_{zk})$, se puede construir un 4-vector trabajo W_k^μ tal que derivado respecto de $d\tau$ proporcione un 4-vector fuerza.

En un cierto referencial, para una fuerza $F_k = (F_{xk}, F_{yk}, F_{yk})$ –supuesta constante– asociada a un cierto desplazamiento $dr = (dx_k,\ dy_k,\ dz_k)$ y aplicada durante el intervalo de tiempo, dt, se define la estructura de 4-vector:

$$W_k^{\mu} = \{c\mathcal{I}_{xk}, c\mathcal{I}_{yk}, c\mathcal{I}_{zk}, W_k\},$$
$$W_k^{\mu} = \{cF_{xk}\,dt, cF_{yk}\,dt, cF_{zk}\,dt, F_{xk}\,dx_k + F_{yk}\,dy_k + F_{zk}\,dz_k\},$$

con el impulso $I_k = (\mathcal{I}_{xk},\ \mathcal{I}_{yk},\ \mathcal{I}_{zk})$, dado por $I_k = F_k \Delta t$ y el "producto fuerza-desplazamiento"

$$W_k = F_{xk}dx_k + F_{yk}dy_k + F_{zk}dz_k,$$

(trabajo) de la misma. Tomando la derivada respecto del tiempo propio (medido por un reloj que se desplaza con el émbolo) $d\tau$ de W_k^{μ}:

$$\frac{dW_k^{\mu}}{d\tau} = \frac{dt}{d\tau}\frac{dW^{\mu}}{dt} = cF_k^{\mu},$$

se obtiene el 4-vector fuerza F_k^{μ}:

$$cF_k^{\mu} = \gamma(\upsilon)\{cF_{xk}, cF_{yk}, cF_{zk}, F_{xk}\,\upsilon_{xk} + F_{yk}\,\upsilon_{yk} + F_{zk}\,\upsilon_{zk}\}$$

Esta obtención del 4-vector fuerza F_k^{μ} demuestra que la estructura W_k^{μ} es ella misma un 4-vector.

Cuando sean varias las fuerzas aplicadas sobre el sistema, por ejemplo, a través de diferentes émbolos, las exigencias de la formulación asíncrona y del equilibrio termodinámico relativista, indican que, posteriormente, se puede obtener el 4-vector trabajo (impulso-trabajo) total $W^{\mu} = \Sigma_k W_k^{\mu}$ como suma –en S_0 todas las fuerzas se aplican simultánea e independientemente– de los 4-vectores de todas las fuerzas externas aplicadas, y que éste debe tomar la forma:

$$W^{\mu} = \left\{0, 0, 0, \sum_k W_k\right\}$$

Por tanto, como cuadrivector trabajo de configuración W^{μ} habría que buscar un 4-vector, definido en la formulación asíncrona, con todas las fuerzas aplicadas simultáneamente y con impulso nulo. Otros observadores inerciales verían las fuerzas aplicadas no simultáneamente y con impulso no nulo. Fuerzas, intervalos de tiempo y desplazamientos se transformarán con las correspondientes transformaciones relativistas entre los diversos referenciales. Si sobre un mismo sistema se pueden realizar diferentes trabajos de configuración (hidrostático, eléctrico, magnético, etc.), cada uno de ellos deberá tener su propio 4-vector.

4.3. Calor

En su descripción clásica, el calor es una forma de transmitirse la energía que no puede ser caracterizada mediante conceptos de la Mecánica, i.e., a la que no se le puede asociar, momento lineal (es decir, ni siquiera se puede considerar la posibilidad de asignarle momento lineal para que luego éste resultara ser cero) y que ésta ausencia de momento lineal asociado al calor es válida en todos los referenciales inerciales.

El crédito por esta definición del calor, $Q = (U_f - U_i) - W$ (diatermo), generalizando el Primer Principio Adiabático, $\Delta U = W_{Ad}$, se le concede a Born, en su formulación de los Principios de la Termodinámica sobre el Teorema de Caratheódory [57]. Esta definición del calor es curiosa en el sentido de que la energía asociada se transfiere por medios no mecánicos, mientras que, por otro lado, desde un punto de vista operativo, se mide utilizando medios mecánicos, trabajo adiabático y trabajo diatermo [58].

La consideración termodinámica del calor es tan extraña que algunos autores han propuesto eliminar el concepto de calor del desarrollo de la Termodinámica [1]. La propuesta es considerar un entorno térmico (o *foco térmico*) de cada sistema y hablar de (y medir) las variaciones de energía interna de tal entorno térmico.

Desde el punto de vista de la Teoría Especial de la Relatividad, y tal y como lo expresa Rindler [59]:

> (iv) *Any transfer of energy, being equivalente to a transfer of mass, will necessarily involve momentum. Thus, for example, all forms of radiation must exert pressure, a fact strikingly illustrated by the deflection of the tail of a comet by the sun's radiation.*

Esta exigencia relativista de asociar momento lineal a todas las formas de energía, o de intercambio de energía, implica claramente la necesidad de una caracterización mecánica del calor, asociándole momento lineal (aunque luego resulte ser nulo en algunas ocasiones). Aunque autores como Van Kampen [17] y Hamity [18] han escrito formalmente 4-vectores calor, Q^{μ}, y han descrito las transformaciones en alguna de sus componentes en diferentes referenciales, ninguno ha llegado a interpretar las componentes vectoriales del calor, tal y como acertadamente indica Rohrlich [60].

Por tanto, (i) debe desarrollarse algún método para asignar momento lineal al calor y (ii) al igual que sucede con la hipótesis de que debe haber un referencial privilegiado S_W en el que las fuerzas aplicadas sobre el sistema lo sean simultáneamente, se debe hacer la hipótesis de que debe existir un referencial privilegiado S_Q en el que el calor intercambiado por el sistema con su entorno lo sea de tal manera que el momento linear (relativista) intercambiado sea nulo. Es decir, debe existir una *formulación asíncrona* relativa al calor del mismo modo que la hay relativa a la aplicación de las fuerzas del trabajo de configuración.

Por tanto, como cuadrivector calor, Q^{μ} habría que buscar un 4-vector, definido en la formulación asíncrona, con momento linear nulo en algún referencial privilegiado, pero que se transforme mediante transformaciones de Lorentz en referenciales inerciales que se muevan respecto al primero. El propio Einstein indica por dónde puede ir la respuesta a esta cuestión [61]:

> *Einstein showed that energy has mass and conversely that mass can be thought of as a form of energy. This means that when a system, such as a hot body, loses an amount of energy E through radiation it also loses an amount of mass E/c^2. Conversely if the body absorbs energy E then its mass will increase by this amount.*

La radiación térmica intercambiada por el sistema con un foco térmico, caracterizada mediante fotones, a la que se les puede aplicar el efecto Doppler y la aberración [62], podría ser una manera, bien que microscópica, de abordar este asunto. Así, si al k-ésimo fotón emitido con frecuencia ν y en dirección ($\cos\theta_k$, senθ_k), se le asocia el 4-vector Q_k^{μ},

$$Q_k^{\mu} = \left\{c\left[\frac{h\nu}{c}\right]\cos\theta_k, c\left[\frac{h\nu}{c}\right]\mathrm{sen}\,\theta_k, 0, h\nu\right\},$$

el calor cedido por un sistema en el referencial S_Q en el que el calor se intercambia con momento lineal nulo, el 4-vector calor Q^{μ} (respecto del sistema), se podría expresar como

$$Q^{\mu} = -\sum_k Q_k^{\mu} = \{0, 0, 0, -Nh\nu\},$$

donde N sería el número de fotones de frecuencia ν emitidos, de forma independiente, por el sistema (admitiendo que en la aproximación monocromática [63] todos los fotones se emiten con la misma frecuencia).

4.4. Primer Principio

Una vez se solventen los problemas conceptuales de definir de forma adecuada el 4-vector asociado a la función energía de un sistema (lo que parece posible, vista la forma de comportarse como inercia de la radiación térmica y por el Principio de Inercia de la Energía), el 4-vector asociado a describir correctamente el comportamiento de un cuerpo deformable frente a la aplicación de fuerzas sobre él (utilizando el 4-vector trabajo como generalización del 4-vector fuerza y en su formulación asíncrona) y el 4-vector asociado a describir el concepto de calor desde un punto de vista relativista (lo que probablemente exija utilizar el concepto de entorno térmico dotado, a su vez, de energía interna en forma de radiación térmica), todavía quedaría el problema de cómo construir un Primer Principio para tratar desde el punto de vista de la Relatividad los problemas de Termodinámica.

Cuando se estudian sistemas extensos, formados por muchas partículas, diferentes autores han encontrado que se obtienen descripciones coherentes si se considera que las relaciones entre el momento lineal total y la energía total de un grupo de partículas se relacionan entre ellas como las mismas magnitudes para una partícula elemental [64] y que se transforman entre referenciales inerciales mediante transformaciones de Lorentz igual que lo hacen las mismas magnitudes de una partícula elemental [65]. Estas y otras observaciones [66, 67], llevan a considerar lo que se podría denominar *Principio de Similitud*, que se enunciaría como:

> La expresión matemática de las leyes de la Física debe ser la misma tanto si dichas leyes se refieren a una partícula elemental, caracterizada por su masa m, como si se refieren a un sistema extenso (formado por más de una partícula elemental), que vendrá caracterizado por su función energía U, y su inercia $\mathcal{M}=Uc^{-2}$. La forma funcional de las leyes (ecuaciones) utilizadas para describir el comportamiento de sistemas extensos debe ser la misma que para describir procesos con una partícula elemental.

Así, de acuerdo con el Principio de Similitud expresado, el Primer Principio de la Termodinámica Relativista se debería poder expresar como

$$\Delta U^{\mu} = W^{\mu} + Q^{\mu} \tag{17}$$

donde $\Delta U^{\mu} = U_f^{\mu} - U_i^{\mu}$ es el 4-vector diferencia entre el 4-vector energía interna final, U_f^{μ}, y el 4-vector energía interna inicial U_i^{μ}, donde W^{μ} es un 4-vector asociado a los impulsos y trabajos de las fuerzas externas aplicadas sobre el sistema, y donde $Q^{\mu} = U_{fQ}^{\mu} - U_{iQ}^{\mu}$ es un 4-vector asociado a diferencia entre el 4-vector U_{fQ}^{μ} de la energía interna final y el 4-vector U_{iQ}^{μ} de la energía interna inicial del entorno térmico (foco térmico) del cuerpo.

Un problema adicional es el de que en los artículos de Termodinámica Relativista, a veces no se distingue entre un invariante relativista, el invariante asociado a la norma de un 4-vector, como, por ejemplo, la función energía U, norma del 4-vector U^{μ} en sus diversas repersentaciones, U^{μ} en S_0, U_A^{μ} en S_A, etc., y las magnitudes que son intrínsecamente escalares, como, por ejemplo, la presión [24], que no llevan asociados 4-vectores, ni son, por tanto, la norma de ningún 4-vector, pero que son iguales en todos los referenciales inerciales.

5. Conclusiones

Desde el punto de vista pedagógico, la Termodinámica apenas se integra con, por ejemplo, la Mecánica. La situación es aún más delicada en la relación entre la Termodinámica y la Teoría Especial de la Relatividad –y el breve repaso histórico anterior así lo pone de manifiesto–. Esto es hasta tal punto así, que incluso la Termodinámica no se integra ágilmente con la Teoría de la Relatividad de Galileo. La situación es todavía más chocante si se considera que la Termodinámica es la ciencia de la energía y que en Relatividad existe el Principio de Inercia de la Energía, lo que sugiere que la Termodinámica debería ser la parte de la Física mejor candidata a ser relativizada Lorentz. En este sentido, algunas de las consideraciones hechas anteriormente pueden ser de interés para los lectores interesados por el tema de los fundamentos de la Física y para plantear cuestiones al respecto a estudiantes de primer ciclo de estudios universitarios de Física.

En mi opinión, (i) el formalismo natural de la Termodinámica debe ser su formulación en el marco de la Teoría Especial de la Relatividad, con 4-vectores, covariante Lorentz, etc., y (ii) el desarrollo completo de la Relatividad Especial, con aplicación a cuerpos extensos y deformables, debe hacerse utilizando las herramientas (estados de equilibrio, temperatura, energía interna, etc.) propias de la Termodinámica [68].

Para aplicar este formalismo entre 4-vectores,

$$U_f^{\mu} - U_i^{\mu} = W^{\mu} + Q^{\mu},$$

se deberá proceder a una generalización de la *formulación asíncrona*. En Física Newtoniana todas las fuerzas se aplican simultáneamente en todos los referenciales, y en Relatividad debe haber un referencial privilegiado en el que todas las fuerzas se apliquen simultáneamente también (aplicándose no simultáneamente en otros referenciales inerciales). Puesto que el calor es una forma de transmitirse la energía que en Termodinámica Clásica no lleva asociado momento lineal, en Relatividad debe existir un referencial privilegiado en el que la energía emitida en forma de calor tenga momento lineal cero (teniendo momento lineal distinto de cero en otros referenciales inerciales). Lo mismo es válido para cualquier otra forma de intercambio de energía con el sistema. Como varios referenciales privilegiados diferentes son incompatibles, sólo se podrá aplicar un formalismo de este tipo de forma coherente a problemas en los que todos estos referenciales coincidan.

Estas exigencias sobre la existencia de un referencial privilegiado, que sería el S_0, pueden conducir a que la expresión relativista del Primer Principio de la Termodinámica, $U_f^\mu - U_i^\mu = W^\mu + Q^\mu$, se reduzca a la –clásica– relación entre las componentes energéticas de los 4-vectores, con

$$\begin{aligned}
U_f^\mu &= \{0,0,0,U_f\},\\
U_i^\mu &= \{0,0,0,U_i\},\\
W^\mu &= \{0,0,0,\Sigma_k W_k\},\\
Q^\mu &= \{0,0,0,-Nh\nu\},\\
U_f - U_i &= W + Q
\end{aligned}$$

y a que la formulación del Primer Principio para un observador en un referencial S_A, en configuración estándar respecto de S_0, se obtenga –simplemente– multiplicando (o proyectando, mediante el producto interno entre 4-vectores) la ecuación entre escalares por el 4-vector velocidad adimensional V^μ,

$$V^\mu = \left\{c\left[\gamma(V)\frac{V}{c^2}\right],0,0,\gamma(V)\right\},$$

(su norma es 1 y es adimensional) tal que [18]:

$$\Delta U_A^\mu = W_A^\mu + Q_A^\mu \rightarrow V^\mu[\Delta U = W + Q]$$

Puesto que la Termodinámica y la Relatividad Especial son dos partes de la Física con una coherencia interna bien probada, la conjunción de ambas puede ser, en este sentido, –decepcionantemente– trivial.

Finalmente, si la Termodinámica se considera una disciplina en la que no se debe hacer ninguna consideración sobre la constitución microscópica de la materia o la radiación [69], entonces la expresión Termodinámica Relativista sería un oxímoron y, aparentemente, no se podría desarrollar una *teoría relativista del calor*. En efecto, cualquier formalismo desarrollado en este tema exige, como lo exige la propia Relatividad Especial, que todas las formas de energía lleven asociado momento lineal, y que todas las formas de energía, incluyendo las microscópicas, contribuyan a la inercia del sistema. Tanto la función energía de un sistema, como el 4-vector intercambio de radiación térmica (calor) exigen que se haga una descripción microscópica de los mismos. En este supuesto, la conclusión de que no se pudiera construir una Termodinámica Relativista coherente tampoco sería un resultado despreciable. En ese caso, debería desarrollarse una Teoría Relativista de cuerpos extensos y deformables que incluyera consideraciones microscópicas y, por tanto, más próxima a una Mecánica Estadística [18] que a la Termodinámica.

6. Agradecimientos

Me gustaría agradecer a las profesoras Mercedes López-Quelle y Mercedes Ortega, así como a los profesores Juan Domingo Lejarreta, Emilio Santos, Rafael Valiente y Santiago Velasco, las interesante discusiones que he mantenido con ellos sobre este tema. Igualmente, quisiera agradecer a los dos árbitros anónimos que leyeron las diversas versiones de este artículo sus correcciones de errores, así como sus pertinentes comentarios y sugerencias.

7. Referencias bibliográficas

[1] Barrow, G.M., *Thermodynamics should be built on energy-not on heat and work*, J. Chem. Educ. **65**, 122-125 (1988).
[2] Horwitz, G., *Rest frames in relativistic thermodynamics*, Phys. Rev. D **4**, 3812-3813 (1971).
[3] Yuen, C.K., *Lorentz transformation of thermodynamic quantities*, Am. J. Phys. **38**, 246-252 (1970).
[4] Ter Haar, D., Wergeland, W., *Thermodynamics and Statistical Mechanics in the Special Theory of Relativity*, Physics Reports (Section C of Physics Letters). **2**, 31-54 (1971).
[5] Tykodi, R.J., *Thermodynamics and classical relativity*, Am. J. Phys. **35**, 250-253 (1967).
[6] Jewett Jr., J.W. *Energy and the Confused Student V: The Energy/momentum approach to problems involving rotating and deformable system*s, Phys. Teach. **46**, 269-274 (2008).
[7] Gamba, A., *Physical Quantities in Different Reference Systems According to Relativity*, Am. J. Phys. **35**, 83-89 (1967).
[8] Ref. [7], pp. 85-86.
[9] Rindler, W., *Essential Relativity. Special, General, and Cosmological*, 2nd Ed. Springer-Verlag, New York, p. 9 (1977).
[10] Ott, H., *Lorentz-transformation der Wärme und der Temperatur*, Zeitschrift für Physik **175**, 70-104 (1963).
[11] Arzeliés, H., *Transformation relativiste de la temperature et quelques autres grandeurs thermodynamiques*, Il Nuovo Cimento **35**, 795-803 (1965).
[12] Landsberg, P.*T.*, *Special relativistic thermodynamics*, Proc. Phys. Soc., **89**, 1007-1016 (1966).
[13] Landsberg, P.*T.*, *Einstein and statistical thermodynamics. I. Relativistic thermodynamics*, Eur. J. Phys. **2**, 203-207 (1981).
[14] Landsberg, P.*T.*, Matsas, G.E.A., *The impossibility of a universal relativistic temperature transformation*, Physica A **340**, 92-94 (2004).
[15] Butler, J.W., *The Lewis-Tolman Lever Paradox*, Am. J. Phys. **38**, 360-368 (1970).
[16] Rohrlich, F., *True and apparent transformations, classical electrons and relativistic thermodynamics*, Nuovo Cimento **45B**, 76-83 (1966)
[17] Van Kampen, N.G., *Relativistic thermodynamics of moving systems*, Phys. Rev. **173**, 295-301 (1968).
[18] Hamity, V.H., Relativistic Thermodynamics Phys. Rev. **187**, 1745-1752 (1969).
[19] Cavalleri, G., Salgarelli, G., *Revision of the relativistic dynamics with variable rest mass and application to relativistic thermodynamics*, Nuovo Cimento **42**, 722-754 (1969).

[20] Grøn, Ø., *The asynchronous formulation of relativistic statics and thermodynamics*, Nuovo Cimento **17**, 141-165 (1973).
[21] Aranoff, S., *Torques and Angular Momentum on a System at Equilibrium in Special Relativity*, Am. J. Phys. **3**, 453-454 (1969).
[22] Nakamura, T.K., *Covariant thermodynamics of an object with finite volume*, Phys. Letters A **352 A**, 175-177 (2006).
[23] Grøn, Ø., *Covariant formulation of Hooke's law*, Am. J. Phys. **49**, 28-30 (1981).
[24] Callen, H. and Horwitz, G., *Relativistic Thermodynamics*, Am. J. Phys. **39**, 938-947 (1971).
[25] Grøn, Ø., *Manifestly covariant formulation of Bohr's theory for photon emission from an atom*, Eur. J. Phys. **1**, 57-58 (1980).
[26] Yuen, C.K., *Comment on* "*Relativistic thermodynamics*", Am. J. Phys. 40, 1184 (1972).
[27] Herlihy, J., Michelson, C., Prieto, M., Ruth, J., Barker, W.A., *Maxwell's relations for a van der Waals gas and a nuclear paramagnetic system*, Am. J. Phys. **49**, 435-438 (1981).
[28] Zemansky, M.W., Dittman, R.H., *Heat and Thermodynamics: An Intermediate Textbook*, 7th Ed., McGraw-Hill International Editions (1997).
[29] Hilborn, R.C., *Let's ban Work from Physics*, Phys. Teach. **38** 447 (2000).
[30] Camarca, M., Bonanno, A. and Sapia, P., *Revisiting work-energy theorem's implications*, Eur. J. Phys. **28** 1181-1187 (2007).
[31] Mallinckrodt, A.J., Leff, H.S., *All about work*, Am. J. Phys. **60**, 356-365 (1992).
[32] Erlichson, H., *Internal energy in the first law of thermodynamics*, Am. J. Phys. **52**, 623-625 (1984).
[33] Leff, H.S., Mallinckrodt, A.J., *Stopping objects with zero external work: Mechanics meets thermodynamics*, Am. J. Phys. **61**, 121-127 (1993).
[34] Ref. [28] Chap. 4. Heat and the First Law of Thermodynamics.
[35] Taylor, E.F., Wheeler, J.A., *Spacetime Physics. Introduction to Special Relativity*, W. H. Freeman and Co., New York, Chapter 7. Momenergy (1992).
[36] Møller, C., *The Theory of Relativity*, Oxford University Press, Delhi, pp. 95-6 (1972).
[37] Lehrman, Robert L., *Energy Is Not The Ability To Do Work*, Phys. Teach. **11**, 15-18, p. 18, (1973).
[38] Adkins, G.S., *Energy and momentum in special relativity*, Am. J. Phys. **76** 1045-1047, p. 1046, (2008).
[39] Adler, C.G., *Connection between conservation of energy and conservation of momentum*, Am. J. Phys. **44**, 483-484 (1976).
[40] Smith, J.H., *Introduction to Special Relativity*, Stipes Publising Co., Champaign, p. 161 (1965).
[41] Battino, R., *Mysteries" of the First and Second Laws of Thermodynamics*, J. Chem. Educ. **84**, 753-755 (2007).
[42] Cushing, J.T., *Vector Lorentz transformations*, Am. J. Phys. **35**, 858-862 (1967).
[43] Baierlein, Ralph, *Does nature convert mass into energy?*, Am. J. Phys. **75**, 320-325 (2007).
[44] Okun, L.B., *The concept of mass*, Physics Today june 1989, pp. 31-36.
[45] Kolb, K.B., *Mass and Energy*, Am. J. Phys. **34**, 705 (1966).
[46] Penrose, R. and Rindler, W., *Energy Conservation as the Basis of Relativistic Mechanics*, Am. J. Phys. **33**, 55-59 (1965).
[47] Bartell, L.S., *Apparent Paradoxes and Instructive Puzzles in Physical Chemistry*, J. Chem. Educ. **78**, 1067-1069 (2001).
[48] Munley, F., *Approach of gas and radiation to equilibrium*, Am. J. Phys. **58**, 357-362 (1990).
[49] Kolbenstvedt, H., *The mass of a gas of massless photons*, Am. J. Phys. **63**, 44-46 (1995).
[50] Gabovich, A.M. and Gabovich, N.A., *How to explain the non-zero mass of electromagnetic radiation consisting of zero-mass photons*, Eur. J. Phys. **28**, 649-655 (2007).
[51] Hart, R.R., *Relativistic Rigid Bodies and the Uncertainty Principle*, Am. J. Phys. **33**, 1006-1007 (1965).
[52] Ref. [17], Sec. 12. Thermal contact between moving systems.
[53] Ref. [3], pp. 249-250.
[54] Longair, M., *Theoretical Concepts in Physics*, 2nd Ed., Cambridge University Press, Cap. 16, pp. 410-415 (2003).
[55] Brehme, R.W., *The Advantage of Teaching Relativity with Four-Vectors*, Am. J. Phys. **36**, 896-901 (1968).
[56] Loureiro, J., *Física Relativista. Mecánica e Electromagnetismo*, IST Press, Lisboa (2008).
[57] Buchdahl, H.A., *On the Principle of Carathéodory*, Am. J. Phys. **17**, 41-43 (1949); Buchdahl, H.A., *On the Theorem of Carathéodory*, Am. J. Phys. **17**, 44-46 (1949).
[58] Canagaratna, S.G., *A Critique of the Definitions of Heat*, Am. J. Phys. **37**, 679-683 (1969).
[59] Rindler, W., *Special Relativity*, 2nd Ed. Oliver and Boyd Ltd. Edinburg, p. 91 (1966).
[60] Rohrlich, F., *On Relativistic Theories*, Am. J. Phys. **34**, 987 (1966).
[61] Thomas, E.G., *What's so special about $E = mc^2$? Separating truth from myth*, Eur. J. Phys. **26**, S125-S130 (2005).
[62] Eriksen, E., Grøn, Ø., *The observed intensity of a radiating moving object*, Eur. J. Phys. **13**, 210-214 (1992).
[63] Shanks, D., *Monochromatic Approximation of Blackbody Radiation*, Am. J. Phys. **24**, 244-246 (1956).
[64] Ref. [9] p. 84.
[65] Ref. [40] p. 160.
[66] Ref. [19] p. 733.
[67] Whitaker, M.A.B., *Definitions of mass in special relativity*, Phys. Educ. **11**, 55-57 (1976).
[68] Okun, L.B., *Note on the meaning and terminology of Special Relativity*, Eur. J. Phys. **19**, 403-406 (1998).
[69] Erlichson, H., *Are microscopic pictures part of macroscopic thermodynamics*, Am. J. Phys. **54**, 665-666 (1986).

J. Güémez
Departamento de Física Aplicada,
Universidad de Cantabria