

Prehistoria de la teoría de nudos y de la Topología

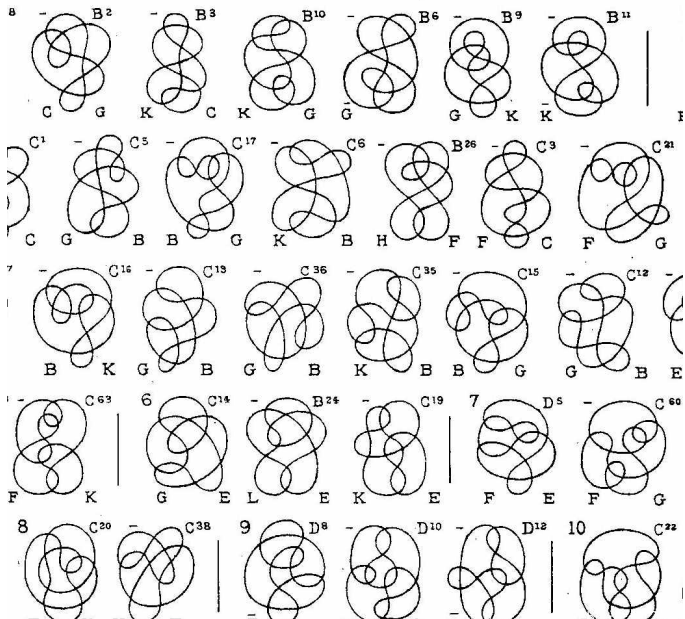
José María Montesinos Amilibia

Academia de Ciencias

Santander, 17 de Febrero de 2010

Tabla de nudos de Tait. Siglo XIX

TENFOLD KNOTTINESS.





El alba

- Los nudos son objetos geométricos muy antiguos.

El alba

- Los nudos son objetos geométricos muy antiguos.
- Es instructivo compararlos con los números.

El alba

- Los nudos son objetos geométricos muy antiguos.
- Es instructivo compararlos con los números.
- El número y el nudo son abstracciones muy profundas.

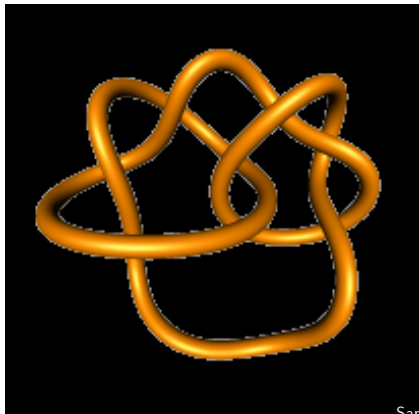
El alba

- Los nudos son objetos geométricos muy antiguos.
- Es instructivo compararlos con los números.
- El número y el nudo son abstracciones muy profundas.
- El nudo es una abstracción topológica,

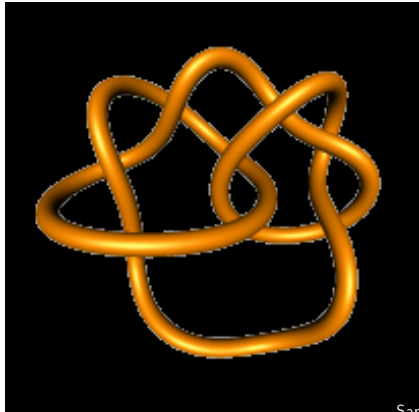
El alba

- Los nudos son objetos geométricos muy antiguos.
- Es instructivo compararlos con los números.
- El número y el nudo son abstracciones muy profundas.
- El nudo es una abstracción topológica,
- pues se abstraen no sólo las propiedades métricas de la cuerda que hace el nudo, sino también las del espacio ambiente.

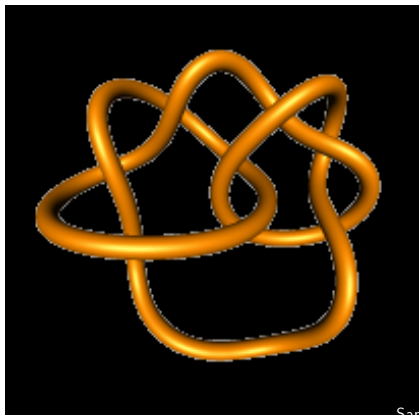
- El nudo es una abstracción topológica. La topología es ciencia muy moderna. Por eso, según mi teoría:



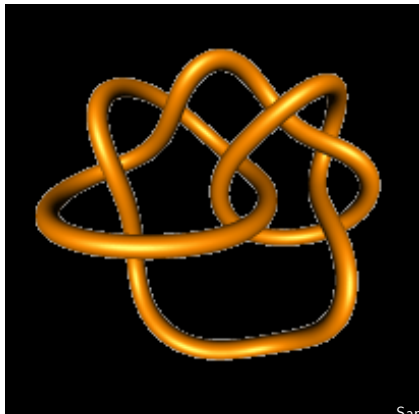
- El nudo es una abstracción topológica. La topología es ciencia muy moderna. Por eso, según mi teoría:
- La abstracción subconsciente del nudo (concretada en dar nombre a ciertos nudos)



- El nudo es una abstracción topológica. La topología es ciencia muy moderna. Por eso, según mi teoría:
- La abstracción subconsciente del nudo (concretada en dar nombre a ciertos nudos)
- es muy antigua: más posiblemente que la del número.



- El nudo es una abstracción topológica. La topología es ciencia muy moderna. Por eso, según mi teoría:
- La abstracción subconsciente del nudo (concretada en dar nombre a ciertos nudos)
- es muy antigua: más posiblemente que la del número.
- Me gustaría investigar si los pueblos primitivos que sólo cuentan hasta dos, poseen una cultura de nudos y cuántos emplean y nombran.



Los nombres de los nudos

- En un primer estadio de abstracción, el nombre de un nudo expresa “un modo de hacer el nudo”: lo he observado en algunas personas (cirujanos, pescadores, labores de aguja).

Los nombres de los nudos

- En un primer estadio de abstracción, el nombre de un nudo expresa “un modo de hacer el nudo”: lo he observado en algunas personas (cirujanos, pescadores, labores de aguja).
- En un segundo estadio, común a los marineros, el nombre simplemente indica el nudo.

Los nombres de los nudos

- En un primer estadio de abstracción, el nombre de un nudo expresa “un modo de hacer el nudo”: lo he observado en algunas personas (cirujanos, pescadores, labores de aguja).
- En un segundo estadio, común a los marineros, el nombre simplemente indica el nudo.
- Esta es una abstracción geométrica tan profunda (topológica) que parece en mi opinión alcanzar el nivel de la del número; si es que esto significa algo.

- Cuerdas anudadas han sido halladas en útiles neolíticos:

- Cuerdas anudadas han sido halladas en útiles neolíticos:
- redes (en el mar báltico, en torno al 9.000 AC),

- Cuerdas anudadas han sido halladas en útiles neolíticos:
- redes (en el mar báltico, en torno al 9.000 AC),
- fijaciones de hachas

- Cuerdas anudadas han sido halladas en útiles neolíticos:
- redes (en el mar báltico, en torno al 9.000 AC),
- fijaciones de hachas
- e incluso una cuerda anudada en torno al cuello de un cadáver extraído de una turbera.

- Pero nudos en sí; nudos, como abstracción perfectamente comprendida, aparecen como es natural (siendo de carácter geométrico y poseyendo una belleza abstracta profundísima) en el Arte.

- Pero nudos en sí; nudos, como abstracción perfectamente comprendida, aparecen como es natural (siendo de carácter geométrico y poseyendo una belleza abstracta profundísima) en el Arte.
- Así el Arte es un colaborador imprescindible de los historiadores de la Cultura, como ha sido reconocido siempre.

- J. Przytycki en **Historia de la Teoría de Nudos** desconoce ejemplos artísticos anteriores al 3.500 AC.

- J. Przytycki en **Historia de la Teoría de Nudos** desconoce ejemplos artísticos anteriores al 3.500 AC.
- Pero proporciona uno aprox. del 2.200 AC que es simplemente asombroso.

- J. Przytycki en **Historia de la Teoría de Nudos** desconoce ejemplos artísticos anteriores al 3.500 AC.
- Pero proporciona uno aprox. del 2.200 AC que es simplemente asombroso.



- J. Przytycki en **Historia de la Teoría de Nudos** desconoce ejemplos artísticos anteriores al 3.500 AC.
- Pero proporciona uno aprox. del 2.200 AC que es simplemente asombroso.
-



- Impresión de un sello de la Casa de los azulejos en Lerna

- J. Przytycki en **Historia de la Teoría de Nudos** desconoce ejemplos artísticos anteriores al 3.500 AC.
- Pero proporciona uno aprox. del 2.200 AC que es simplemente asombroso.
-



- Impresión de un sello de la Casa de los azulejos en Lerna
- Es un enlace de dos tréboles dextrógiros de una perfección increíble.

¡El alba de la teoría de nudos
dura hasta mediados del siglo XIX!



Figure: Alcázar de Sevilla

La aurora

- Leibnitz, Euler, Gauss.

Leibnitz

El ensayo de Leibnitz: **De Analysi Situs**

- *"El álgebra no es otra cosa que la característica de números indeterminados o de cantidades [incognitas]."*

El ensayo de Leibnitz: **De Analysi Situs**

- *"El álgebra no es otra cosa que la característica de números indeterminados o de cantidades [incognitas]."*
- **Pero no expresa directamente la situación, los ángulos y los movimientos,**

El ensayo de Leibnitz: **De Analysi Situs**

- *"El álgebra no es otra cosa que la característica de números indeterminados o de cantidades [incognitas].*
- **Pero no expresa directamente la situación, los ángulos y los movimientos,**
- *y por ello es a menudo difícil reducir a un cálculo lo que está en la figura,*

El ensayo de Leibnitz: **De Analysi Situs**

- *"El álgebra no es otra cosa que la característica de números indeterminados o de cantidades [incognitas].*
- **Pero no expresa directamente la situación, los ángulos y los movimientos,**
- *y por ello es a menudo difícil reducir a un cálculo lo que está en la figura,*
- *y aún es más difícil hallar demostraciones y construcciones geométricas bastante cómodas"*

Leibnitz: carta a Huygens del 8 de Septiembre de 1679

- *"No estoy todavía contento con el Álgebra"*

Leibnitz: carta a Huygens del 8 de Septiembre de 1679

- *"No estoy todavía contento con el Álgebra*
- *en tanto que ni proporciona las vías más cortas ni las construcciones más hermosas de la geometría.*

Leibnitz: carta a Huygens del 8 de Septiembre de 1679

- *"No estoy todavía contento con el Álgebra*
- *en tanto que ni proporciona las vías más cortas ni las construcciones más hermosas de la geometría.*
- *Es por ello (...) que creo que todavía nos es necesario **otro análisis, propiamente geométrico o lineal,***

Leibnitz: carta a Huygens del 8 de Septiembre de 1679

- *"No estoy todavía contento con el Álgebra*
- *en tanto que ni proporciona las vías más cortas ni las construcciones más hermosas de la geometría.*
- *Es por ello (...) que creo que todavía nos es necesario **otro análisis, propiamente geométrico o lineal,***
- ***que nos exprese directamente situm, como el Álgebra expresa magnitudes".***

- *"Y creo poseer el medio,*

- *"Y creo poseer el medio,*
- *y que se podrían representar las figuras e incluso las máquinas y movimientos mediante caracteres,*

- "Y creo poseer el medio,
- y que se podrían representar las figuras e incluso las máquinas y movimientos mediante caracteres,
- como el Álgebra representa [incógnitas] los números y cantidades;

- *"Y creo poseer el medio,*
- *y que se podrían representar las figuras e incluso las máquinas y movimientos mediante caracteres,*
- *como el Álgebra representa [incógnitas] los números y cantidades;*
- *y os envió un ensayo que me parece digno de consideración".*

Cajón de sastre

- Leibnitz rotula un cajón matemático con los nombres Geometria Situs, Calculus Situs o Analysis Situs.

Cajón de sastre

- Leibnitz rotula un cajón matemático con los nombres Geometria Situs, Calculus Situs o Analysis Situs.
- Es un cajón vacío que excita la imaginación de los geómetras de los siglos siguientes.

Cajón de sastre

- Leibnitz rotula un cajón matemático con los nombres Geometria Situs, Calculus Situs o Analysis Situs.
- Es un cajón vacío que excita la imaginación de los geómetras de los siglos siguientes.
- Veremos a continuación que en este cajón coloca Euler el problema de los puentes.

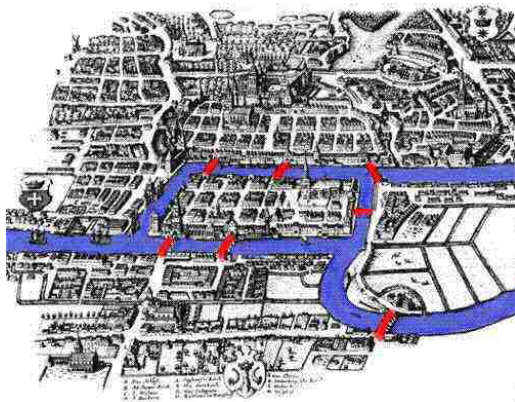
Euler

Leonardo Euler (1707-1783) y el conocido problema de los puentes de Königsberg.



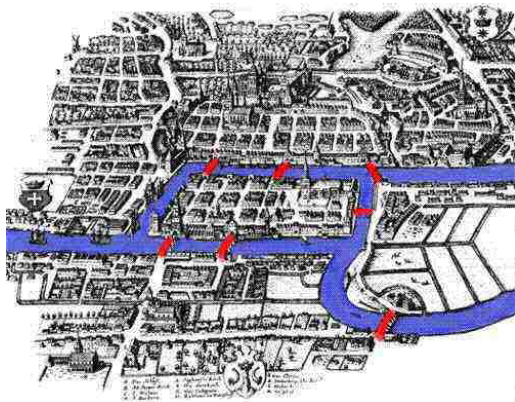
El problema de los puentes de Könisberg

- *"Se me propuso cierta cuestión acerca de una isla sita en la ciudad de Könisberg"*

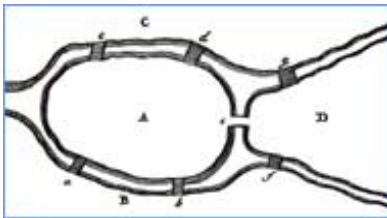


El problema de los puentes de Könisberg

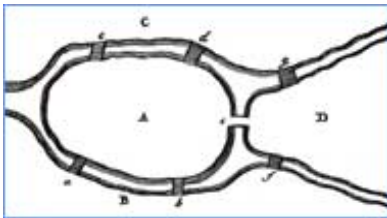
- "Se me propuso cierta cuestión acerca de una isla sita en la ciudad de Könisberg
- *que está rodeada por un río con siete puentes,*



- *y se me preguntó si era posible **atravesar cada puente una sólo vez en un paseo continuo.***

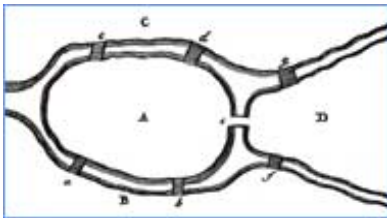


- y se me preguntó si era posible **atravesar cada puente una sólo vez en un paseo continuo.**



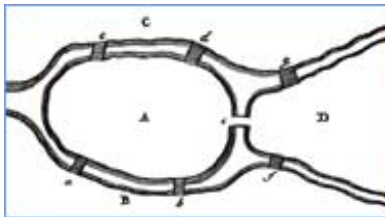
- *Se me informó de que hasta ahora nadie había sido capaz de demostrar la posibilidad o imposibilidad de hacerlo"*

- y se me preguntó si era posible **atravesar cada puente una sólo vez en un paseo continuo.**



- Se me informó de que hasta ahora nadie había sido capaz de demostrar la posibilidad o imposibilidad de hacerlo"
- **Esta cuestión es ciertamente banal,**

- y se me preguntó si era posible **atravesar cada puente una sola vez en un paseo continuo.**



- *Se me informó de que hasta ahora nadie había sido capaz de demostrar la posibilidad o imposibilidad de hacerlo"*
- **Esta cuestión es ciertamente banal,**
- pero me pareció digna de atención porque ni la geometría, ni el álgebra, ni el arte de contar bastaban a resolverla.

- Y en vista de ello **se me ocurrió si pertenecería a la Geometria Situs, que Leibnitz tanto anheló.**

(Carta de **Euler** (13 de Marzo de 1736) a **Juan Marinoni**, matemático e ingeniero italiano afincado en la Corte del Kaiser Leopoldo I como Astrónomo de Palacio).

- Y en vista de ello **se me ocurrió si pertenecería a la Geometria Situs, que Leibnitz tanto anheló.**
- Y así, tras cierta reflexión, obtuve una simple, aunque perfectamente demostrada regla con cuya ayuda uno puede decidir de inmediato, para todos los ejemplos de este tipo, sea cual sea el número o concierto de los puentes, si tal paseo es posible o no"

(Carta de **Euler** (13 de Marzo de 1736) a **Juan Marinoni**, matemático e ingeniero italiano afincado en la Corte del Kaiser Leopoldo I como Astrónomo de Palacio).

Königsberg es hoy Kaliningrado:



De este modo entra la Topología en la Historia en 1736

Introducción de Euler a su artículo de 1736

- Además de la rama de la geometría que versa sobre cantidades y que ha recibido desde siempre la mayor atención,

Introducción de Euler a su artículo de 1736

- Además de la rama de la geometría que versa sobre cantidades y que ha recibido desde siempre la mayor atención,
- existe otra, casi desconocida hasta hoy, que Leibnitz fue el primero en mencionar llamándola Geometria Situs.

Introducción de Euler a su artículo de 1736

- Además de la rama de la geometría que versa sobre cantidades y que ha recibido desde siempre la mayor atención,
- existe otra, casi desconocida hasta hoy, que Leibnitz fue el primero en mencionar llamándola Geometria Situs.
- Esta rama se ocupa sólo de la **determinación de la posición y de sus propiedades; no involucra cantidades, ni cálculos realizados con ellas.**

- No ha sido todavía determinado de modo satisfactorio el tipo de problemas relevantes a esta geometría de posición,

- No ha sido todavía determinado de modo satisfactorio el tipo de problemas relevantes a esta geometría de posición,
- o los métodos que habrían de emplearse para resolverlos.

- No ha sido todavía determinado de modo satisfactorio el tipo de problemas relevantes a esta geometría de posición,
- o los métodos que habrían de emplearse para resolverlos.
- Por eso, cuando se me propuso recientemente un problema, aparentemente geométrico, pero de tal modo planteado que ni requería medidas de cantidades ni cálculos con ellas, **no tuve duda de que tenía que ver con la Geometría Situs; especialmente porque su solución involucraba sólo posición y el cálculo no ayudaba en absoluto.**

- No ha sido todavía determinado de modo satisfactorio el tipo de problemas relevantes a esta geometría de posición,
- o los métodos que habrían de emplearse para resolverlos.
- Por eso, cuando se me propuso recientemente un problema, aparentemente geométrico, pero de tal modo planteado que ni requería medidas de cantidades ni cálculos con ellas, **no tuve duda de que tenía que ver con la Geometría Situs; especialmente porque su solución involucraba sólo posición y el cálculo no ayudaba en absoluto.**
- He por tanto decidido ofrecer aquí el método que he hallado para resolver este problema, como ejemplo de la Geometría Situs.

La astronomía: Gauss y el zodiaco de un astro

CARL FRIEDRICH GAUSS

WERKE

SECHSTER BAND.



HERAUSGEGEBEN

VON DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU

GÖTTINGEN

1874.

- De la Geometria Situs, que Leibnitz vaticinó y que sólo a un par de geómetras (Euler y Vandermonde) estuvo reservado el privilegio de echarle una simple ojeada, sabemos y tenemos, tras siglo y medio, poco más que nada

En este artículo de astronomía

ÜBER DIE GRENZEN DER GEOCENTRISCHEN ÖRTER DER PLANETEN.

Monatliche Correspondenz zur Beförderung der Erd- und Himmels-Kunde,
herausgegeben vom Freiherrn von ZACH. August 1804.

Von der Sonne aus gesehen erscheint die Bewegung jedes Planeten, in so fern man auf die kleinen Störungen durch andere Himmelskörper nicht sieht; stets in einem und demselben grössten Kreise am Fixsternhimmel. Eben so würde sie auch von der Erde aus erscheinen, wenn die Ebene seiner Bahn mit der Ecliptik zusammenfiel. Sind aber diese beiden Ebenen gegen einander ge-

es donde Gauss definió
un invariante topológico de los enlaces

- El 1 de Enero de 1801 (primer día del siglo XIX) se observó el primer asteroide (Ceres).

- El 1 de Enero de 1801 (primer día del siglo XIX) se observó el primer asteroide (Ceres).
- **Carlos Federico Gauss** (1777-1855) estudió el problema de su órbita y publicó en Agosto de 1804 ese artículo titulado **"Über die Grenzen der geocentrischen Örten der Planeten"**.

El problema de Gauss

- Conocida la órbita de un planeta, averiguar qué área del cielo barrerá su órbita. Ello facilita obviamente la búsqueda del astro.

El problema de Gauss

- Conocida la órbita de un planeta, averiguar qué área del cielo barrerá su órbita. Ello facilita obviamente la búsqueda del astro.
- Es un problema eminentemente práctico que de hecho Gauss computa para Ceres, Pallas (en el artículo citado) y más tarde, en otro artículo, el de Juno.

La solución de Gauss

- Si las órbitas de la Tierra y del planeta se enlazan entonces el área barrida por el planeta es toda la esfera celeste.

La solución de Gauss

- Si las órbitas de la Tierra y del planeta se enlazan entonces el área barrida por el planeta es toda la esfera celeste.
- Gauss no demuestra el teorema, pero dice que eso ocurre "por causa de la Geometría de posición" (**Topología**)

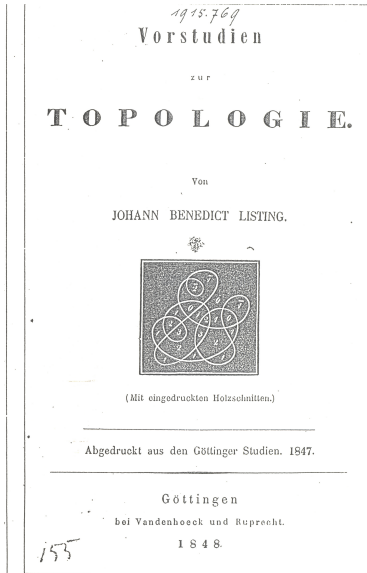
La solución de Gauss

- Si las órbitas de la Tierra y del planeta se enlazan entonces el área barrida por el planeta es toda la esfera celeste.
- Gauss no demuestra el teorema, pero dice que eso ocurre "por causa de la Geometría de posición" (**Topología**)
- Por eso, tal vez, Gauss comunicó a un amigo su intención de escribir un tratado sobre esa materia.

La solución de Gauss

- **Si las órbitas de la Tierra y del planeta se enlazan entonces el área barrida por el planeta es toda la esfera celeste.**
- Gauss no demuestra el teorema, pero dice que eso ocurre "por causa de la Geometría de posición" (**Topología**)
- Por eso, tal vez, Gauss comunicó a un amigo su intención de escribir un tratado sobre esa materia.
- **Nunca lo hizo, pero sugirió a su alumno Listing que llevara a cabo ese proyecto.**

J. B. Listing, Vorstudien zur Topologie Göttingen (1848)



De la Introducción

- Estimulado por el más grande geómetra de nuestros días [Gauss], quien repetidamente me hizo notar la importancia de este asunto,

De la Introducción

- Estimulado por el más grande geómetra de nuestros días [Gauss], quien repetidamente me hizo notar la importancia de este asunto,
- durante mucho tiempo intenté analizar casos diversos relacionados con el tema y sugeridos por las ciencias naturales y sus aplicaciones.

De la Introducción

- Estimulado por el más grande geómetra de nuestros días [Gauss], quien repetidamente me hizo notar la importancia de este asunto,
- durante mucho tiempo intenté analizar casos diversos relacionados con el tema y sugeridos por las ciencias naturales y sus aplicaciones.
- Y si ahora, cuando estas reflexiones no tienen todavía derecho a reclamar forma y método científicos, me permito publicarlas como un esbozo preliminar de la nueva ciencia,

De la Introducción

- Estimulado por el más grande geómetra de nuestros días [Gauss], quien repetidamente me hizo notar la importancia de este asunto,
- durante mucho tiempo intenté analizar casos diversos relacionados con el tema y sugeridos por las ciencias naturales y sus aplicaciones.
- Y si ahora, cuando estas reflexiones no tienen todavía derecho a reclamar forma y método científicos, me permito publicarlas como un esbozo preliminar de la nueva ciencia,
- es porque tengo la intención de llamar la atención de su importancia y potencial, reuniendo aquí información importante, ejemplos y materiales.

- Espero se me permita emplear el nombre de "Topología"

- Espero se me permita emplear el nombre de "Topología"
- en vez del de "Geometria Situs", sugerido por Leibnitz,

- Espero se me permita emplear el nombre de "Topología"
- en vez del de "Geometria Situs", sugerido por Leibnitz,
- que demasiado recuerda las nociones de "medida" y "medición",
nociones que juegan un papel absolutamente subordinado aquí,

- Espero se me permita emplear el nombre de "Topología"
- en vez del de "Geometria Situs", sugerido por Leibnitz,
- que demasiado recuerda las nociones de "medida" y "medición",
nociones que juegan un papel absolutamente subordinado aquí,
- ni el de "Géométrie de position" que ha sido establecido para un tipo
diferente de estudios geométricos.

- Espero se me permita emplear el nombre de "Topología"
- en vez del de "Geometria Situs", sugerido por Leibnitz,
- que demasiado recuerda las nociones de "medida" y "medición", nociones que juegan un papel absolutamente subordinado aquí,
- ni el de "Géométrie de position" que ha sido establecido para un tipo diferente de estudios geométricos.
- Así que por **Topología** entenderemos **el estudio de relaciones modales de imágenes espaciales, o de leyes de conexión, disposiciones mutuas y trazas de puntos, líneas, superficies y sólidos y sus partes o de sus uniones en el espacio, independientes de relaciones de medidas y cantidades.**

- En este libro se toma ya conciencia clara de las relaciones de los nudos entre sí. Del problema de distinción de nudos en particular. Listing afirma que el nudo trébol dextrógiro es distinto del levógiro (su imagen especular). Esto es cierto, como demostró Seifert en los años 30.

Einige Beispiele von Linearcomplexionen mit Ueberkreuzungen werden den Gebrauch dieser Bezeichnungsweise ge-
läufig machen.

Fig. 6.

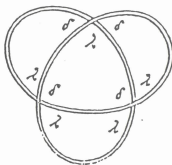


Fig. 7.

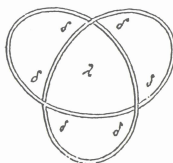
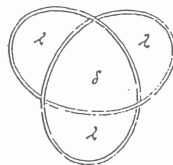


Fig. 8.



- Y hace el sorprendente descubrimiento de que el nudo lasca (nudo de Listing) es igual a su imagen especular.





Figure: El nudo de Listing en el Alcázar de Sevilla

- Tait, del que hablaremos luego, quedó impresionado al enterarse de este fenómeno

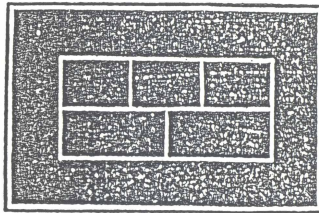
- Tait, del que hablaremos luego, quedó impresionado al enterarse de este fenómeno
- y llamó **anfiqueirales** a los nudos que quedan invariantes por una transformación que invierte orientación.

- Tait, del que hablaremos luego, quedó impresionado al enterarse de este fenómeno
- y llamó **anfiqueirales** a los nudos que quedan invariantes por una transformación que invierte orientación.
- Hace también Listing algunos intentos de caracterizar nudos mediante polinomios. Una idea en que él fracasa, ciertamente, pero que sería después explotada hasta límites sorprendentes desde Alexander hasta la increíble proliferación de ellos en el siglo XXI.

Otras investigaciones:

In Fig. 18 kommen acht unpaarzahlige Punkte (jeder zu drei Wegen) vor, mithin läßt sich diese Figur, ohne einige Theile zwei oder mehrmals zu ziehen, nicht in weniger als vier continuirlichen Zügen beschreiben ¹⁾.

Fig. 18.



Y estas profecías

Die Symmetrie des Raumes und der Bewegung bildet endlich einen ergiebigen Stoff für künftige topologische Untersuchungen, die sich theilweise schon an das bereits über die Position Vorgetragene anknüpfen lassen. Wenn auch die Begriffe der Gröfse, des Mafses, der geometrischen Aehnlichkeit oder Congruenz hierbei nicht aufser Acht bleiben dürfen, so treten sie doch bei der Vorstellung des räumlichen Eben- oder Gleichmafses jederzeit hinter den Begriff der modalen Raumverhältnisse zurück, wodurch die Symmetrie nicht sowohl dem Gebiete der Geometrie, als vielmehr dem der Topologie anheim fällt. Theils in der Morphologie der organisirten Wesen, theils und ganz besonders in der Krystallographie ¹⁾ spielen die Symmetriegesetze eine wesentliche Rolle.

Nudos en Escocia

- Los principales físicos británicos de la segunda mitad del siglo XIX pensaban que toda teoría física habría de basarse en algún tipo de dinámica que gobernara el flujo de un medio continuo.

Nudos en Escocia

- Los principales físicos británicos de la segunda mitad del siglo XIX pensaban que toda teoría física habría de basarse en algún tipo de dinámica que gobernara el flujo de un medio continuo.
- Esta idea chocaba con la imagen atomística que prevalecía en la química, especialmente los experimentos de análisis espectral.

Nudos en Escocia

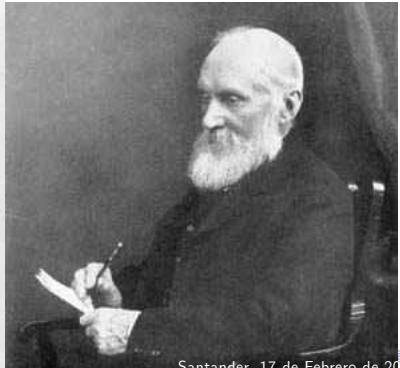
- Los principales físicos británicos de la segunda mitad del siglo XIX pensaban que toda teoría física habría de basarse en algún tipo de dinámica que gobernara el flujo de un medio continuo.
- Esta idea chocaba con la imagen atomística que prevalecía en la química, especialmente los experimentos de análisis espectral.
- Así que el problema crucial era el de **explicar las últimas partículas de materia responsables del espectro, mediante la dinámica de un medio continuo.**

La sorprendente idea de

Sir Guillermo Thompson (1824-1907)

(Lord Kelvin)

- (1850) Realizó experimentos de magnetismo que sugerían cierto tipo de movimiento rotatorio a nivel molecular.

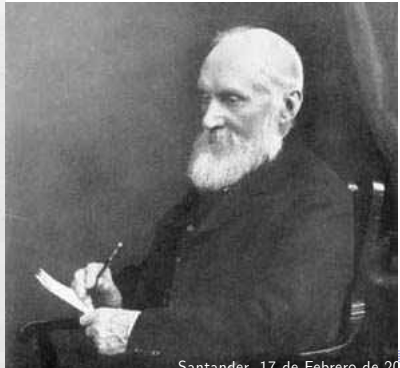


La sorprendente idea de

Sir Guillermo Thompson (1824-1907)

(Lord Kelvin)

- (1850) Realizó experimentos de magnetismo que sugerían cierto tipo de movimiento rotatorio a nivel molecular.
- ¿No serían los átomos otra cosa que la expresión de algún tipo de configuración estable, rotatoria del éter (el medio continuo universal)?



En apoyo de esa idea vino

- Una importante publicación del físico **Hermann von Helmholtz** (1821-1894):



En apoyo de esa idea vino

- Una importante publicación del físico **Hermann von Helmholtz** (1821-1894):
- Estudio de la dinámica de un medio fluido,



En apoyo de esa idea vino

- Una importante publicación del físico **Hermann von Helmholtz** (1821-1894):
- Estudio de la dinámica de un medio fluido,
- **Sin la hipótesis (siempre empleada anteriormente) de que el flujo fuera el resultado de una función de potencial.**



Las curvas estables de von Helmholtz

- Von Helmholtz estudiaba así un flujo en el que **el rotacional** del campo de velocidades no era necesariamente nulo.

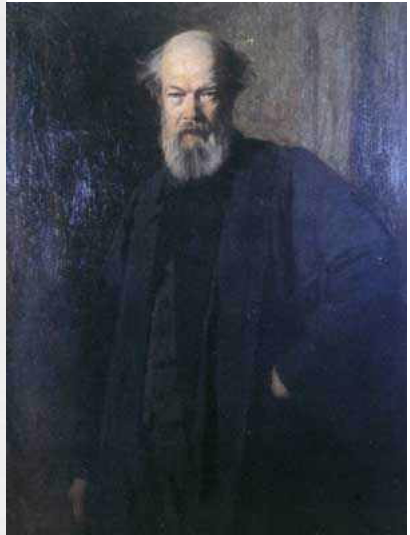
Las curvas estables de von Helmholtz

- Von Helmholtz estudiaba así un flujo en el que **el rotacional** del campo de velocidades no era necesariamente nulo.
- observó que las curvas integrales ("Wirbenlinien" o líneas vorticiales: **torbellinos**) del rotacional del campo **poseían una cierta estabilidad dinámica.**

Las curvas estables de von Helmholtz

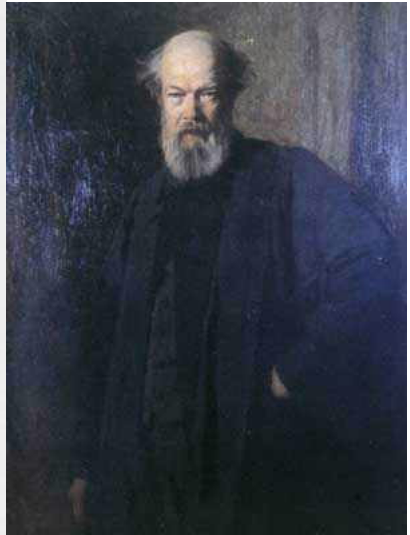
- Von Helmholtz estudiaba así un flujo en el que **el rotacional** del campo de velocidades no era necesariamente nulo.
- observó que las curvas integrales ("Wirbenllinien" o líneas vorticiales: **torbellinos**) del rotacional del campo **poseían una cierta estabilidad dinámica**.
- ¡Se mantenían cerradas aunque cambiaran de forma!

Entra en escena Pedro Guthrie Tait (1831-1901)



- Científico escocés, amigo y compañero de estudios de Lord Kelvin.

Entra en escena Pedro Guthrie Tait (1831-1901)



- Científico escocés, amigo y compañero de estudios de Lord Kelvin.

Los experimentos de Tait

- Tait se las ingenió para crear vórtices anulares mediante una caja con una abertura circular a un lado y una membrana al otro que tras ser golpeada emitía por la abertura un vórtice anular formado por una nube de cloruro amónico.

Los experimentos de Tait

- Tait se las ingenió para crear vórtices anulares mediante una caja con una abertura circular a un lado y una membrana al otro que tras ser golpeada emitía por la abertura un vórtice anular formado por una nube de cloruro amónico.
- Un día de 1867 Tait mostraba a Thompson cómo emergían los anillos de la caja, vibraban violentamente como "si fueran anillos sólidos de goma" y se maravillaban de su estabilidad.

El *eureka* de Lord Kelvin

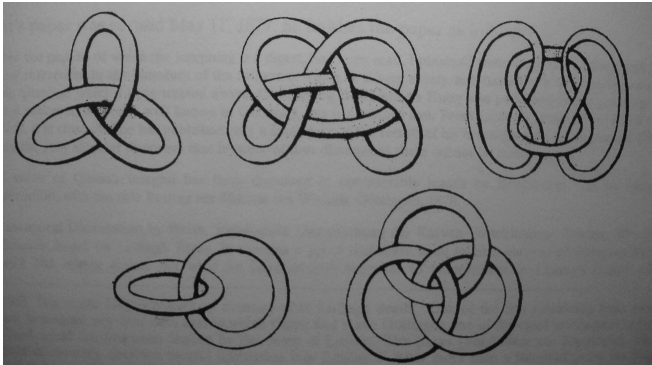
- Cuando Lord Kelvin vio los experimentos de Tait se dio cuenta de que el trabajo de Helmholtz era la clave para proseguir su antigua conjetura

El *eureka* de Lord Kelvin

- Cuando Lord Kelvin vio los experimentos de Tait se dio cuenta de que el trabajo de Helmholtz era la clave para proseguir su antigua conjetura
- Y entonces se le ocurrió que **los átomos de la materia no son sino vórtices anulares de éter.**

El *εureka* de Lord Kelvin

- Cuando Lord Kelvin vio los experimentos de Tait se dio cuenta de que el trabajo de Helmholtz era la clave para proseguir su antigua conjetura
- Y entonces se le ocurrió que **los átomos de la materia no son sino vórtices anulares de éter.**
- En la teoría de Lord Kelvin **los elementos químicos son tubos de éter anudados.**



Nudos de Lord Kelvin

- Como los elementos a alta temperatura emiten un determinado espectro y como el sodio tiene dos líneas espectrales, dedujo que **el átomo de sodio** son dos vórtices anulares simplemente enlazados (**el llamado Hopf-link**).

Tait en clase, a un grupo de alumnos:

- Ahora trataré de explicarles los efectos de un vórtice anular sobre otro como lo hice con Thompson cuando él en un instante ideó su teoría...

Tait en clase, a un grupo de alumnos:

- Ahora trataré de explicarles los efectos de un vórtice anular sobre otro como lo hice con Thompson cuando él en un instante ideó su teoría...
- Todos ustedes habrán visto cómo cuando deslizan una cucharilla en la superficie de una taza de té, levantándola enseguida, se forman un par de pequeños remolinos que se desplazan girando en sentidos opuestos.

Tait en clase, a un grupo de alumnos:

- Ahora trataré de explicarles los efectos de un vórtice anular sobre otro como lo hice con Thompson cuando él en un instante ideó su teoría...
- Todos ustedes habrán visto cómo cuando deslizan una cucharilla en la superficie de una taza de té, levantándola enseguida, se forman un par de pequeños remolinos que se desplazan girando en sentidos opuestos.
- Estos dos remolinos son simplemente los extremos de la mitad de un vórtice anular.

- Pueden existir extremos en tal caso porque los dos extremos están en la superficie libre de un fluido.

- Pueden existir extremos en tal caso porque los dos extremos están en la superficie libre de un fluido.
- Un vórtice anular, por el contrario, no puede tener extremos...

- Pueden existir extremos en tal caso porque los dos extremos están en la superficie libre de un fluido.
- Un vórtice anular, por el contrario, no puede tener extremos...
- y si admitimos la idea de Thompson de que el espacio infinito está lleno de un fluido perfecto, entonces, evidentemente, no habrá extremos.

- Pueden existir extremos en tal caso porque los dos extremos están en la superficie libre de un fluido.
- Un vórtice anular, por el contrario, no puede tener extremos...
- y si admitimos la idea de Thompson de que el espacio infinito está lleno de un fluido perfecto, entonces, evidentemente, no habrá extremos.
- **Todos los vórtices anulares (y por tanto, según Sir Guillermo Thompson, todos los átomos de la materia) carecen de extremos, es decir, tienen sus extremos unidos después de unas cuantas convoluciones o nudos.**

- Pueden existir extremos en tal caso porque los dos extremos están en la superficie libre de un fluido.
- Un vórtice anular, por el contrario, no puede tener extremos...
- y si admitimos la idea de Thompson de que el espacio infinito está lleno de un fluido perfecto, entonces, evidentemente, no habrá extremos.
- **Todos los vórtices anulares (y por tanto, según Sir Guillermo Thompson, todos los átomos de la materia) carecen de extremos, es decir, tienen sus extremos unidos después de unas cuantas convoluciones o nudos.**
- (Trascripción de una clase de Tait en 1874)

El tercer escocés:

J. C. Maxwell (1831-1879)

- Amigo de por vida de Tait.

El tercer escocés:

J. C. Maxwell (1831-1879)

- Amigo de por vida de Tait.
- Es probable que Tait influyera para que Maxwell se interesara en los nudos por la teoría de los vórtices anulares anudados de Lord Kelvin:

El tercer escocés:

J. C. Maxwell (1831-1879)

- Amigo de por vida de Tait.
- Es probable que Tait influyera para que Maxwell se interesara en los nudos por la teoría de los vórtices anulares anudados de Lord Kelvin:
- (Carta de Maxwell a Tait de 4 de Diciembre de 1867) : "Me he estado divirtiendo con curvas anudadas unos días".

El tercer escocés:

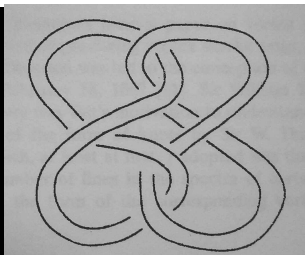
J. C. Maxwell (1831-1879)

- Amigo de por vida de Tait.
- Es probable que Tait influyera para que Maxwell se interesara en los nudos por la teoría de los vórtices anulares anudados de Lord Kelvin:
- (Carta de Maxwell a Tait de 4 de Diciembre de 1867) : "Me he estado divirtiendo con curvas anudadas unos días".
- y sigue explicando que el número de enlace de dos nudos tiene el significado electromagnético que le dio Gauss.

- En su tratado de Electricidad y Magnetismo, Maxwell (1873) desarrolla con detalle la idea de Gauss



Whitehead link

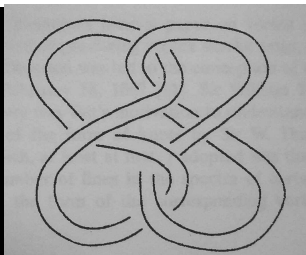


Maxwell link

- En su tratado de Electricidad y Magnetismo, Maxwell (1873) desarrolla con detalle la idea de Gauss
- y señala que hay enlaces verdaderamente *enlazados* con número de enlace cero.



Whitehead link

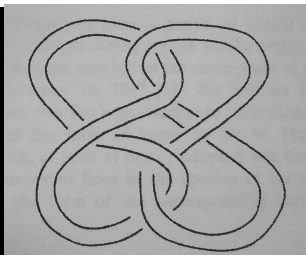


Maxwell link

- En su tratado de Electricidad y Magnetismo, Maxwell (1873) desarrolla con detalle la idea de Gauss
- y señala que hay enlaces verdaderamente *enlazados* con número de enlace cero.
- Y pone como ejemplo el que más adelante se llamó **enlace de Whitehead**, lo que produjo en él gran admiración:

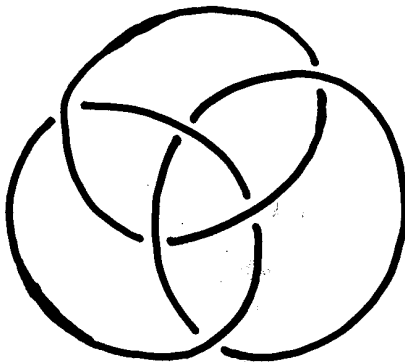


Whitehead link



Maxwell link

- También le produjo gran asombro el descubrimiento de los **anillos de Borromeo**: cada dos de ellos desenlazados, pero todos tres *trabados* ("interlocked" como decía él).



Escribió unos versos al respecto:

It´s monstrous, horrid, shocking [Es monstruoso, horrible, espantoso]

Beyond the power of thinking [más allá de lo imaginable:]

Not to know, interlocking [el haber pasado por alto que una trabazón]

is no mere form of linking [no es un vulgar tipo de enlazamiento].

My soul is an entangled knot,
[Mi alma es un nudo enmarañado]
Upon a liquid vortex wrought
[colocado sobre un vórtice líquido]
By Intellect in the Unseen residing
[por el Intelecto que mora en lo Invisible.]
And thine doth like a convict sit,
[Y la tuya, sentada como un convicto,]
With marlinespike untwisting it,
[trata de desenmarañarla con un pasador]
Only to find its knottiness abiding;
[para, al fin, constatar que su anudamiento permanece]
Since all the tools for its untying
[pues todo el instrumental necesario para desanudarla]
In four-dimensional space are lying.
[está en el espacio de cuatro dimensiones]
(J.H.C. Maxwell)

- Maxwell fue el primero en plantear claramente el problema de clasificación de nudos y enlaces y a buscar un método de representación simbólica de ellos.

- Maxwell fue el primero en plantear claramente el problema de clasificación de nudos y enlaces y a buscar un método de representación simbólica de ellos.
- Esto llevó entonces a Tait a considerar las distintas formas de los nudos ya que ellos explicarían la variedad de elementos químicos.

- Maxwell fue el primero en plantear claramente el problema de clasificación de nudos y enlaces y a buscar un método de representación simbólica de ellos.
- Esto llevó entonces a Tait a considerar las distintas formas de los nudos ya que ellos explicarían la variedad de elementos químicos.
- Cuando Tait empieza estas investigaciones en 1876 ignora en absoluto que alguien antes de él se hubiera dedicado al estudio de los nudos.

- Maxwell fue el primero en plantear claramente el problema de clasificación de nudos y enlaces y a buscar un método de representación simbólica de ellos.
- Esto llevó entonces a Tait a considerar las distintas formas de los nudos ya que ellos explicarían la variedad de elementos químicos.
- Cuando Tait empieza estas investigaciones en 1876 ignora en absoluto que alguien antes de él se hubiera dedicado al estudio de los nudos.
- Maxwell le habló de Listing y Tait consiguió una copia de su libro que leyó avidamente y entendió a la perfección. Allí supo Tait de la existencia de nudos anfiguerrales, lo que le impactó grandemente.

- Tait pidió a Listing y Félix Klein bibliografía sobre el tema y con gran asombro se enteró de que no había casi nada, treinta años después de la publicación de Listing.



Reverendo Tomás Penyngton Kirkman

- Tait pidió a Listing y Félix Klein bibliografía sobre el tema y con gran asombro se enteró de que no había casi nada, treinta años después de la publicación de Listing.
- Ayudado por el **Reverendo Tomás Penyngton Kirkman** (1806-1895), obtuvo una tabla de nudos alternantes de hasta 10 cruces.



Reverendo Tomás Penyngton Kirkman

Estados Unidos de América

- **Carlos Newton Little** (1858-1923) Hijo de misioneros. Nació en la India. Doctor por Yale, y estudió con Hilbert y Klein en Alemania.

- **María Gertrudis Haseman** (1889-1960 (?)) Nacida en Linton (Indiana). Doctora en Bryn Mawr College con la Tesis "On knots, with a census of the amphicheirals with twelve crossings"

- Las tablas que elaboró **Carlos Newton Little** (1858-1923) en USA de nudos no alternantes de hasta 10 cruces y de nudos alternantes de hasta 11 cruces se basaban también en la información suministrada por Kirkman.

- Hoy tenemos tablas de nudos primos no alternantes de hasta 16 cruces.

- Hoy tenemos tablas de nudos primos no alternantes de hasta 16 cruces.
- Y de nudos primos alternantes de hasta 23 cruces.

- Hoy tenemos tablas de nudos primos no alternantes de hasta 16 cruces.
- Y de nudos primos alternantes de hasta 23 cruces.
- Todos los nudos de hasta siete cruces son alternantes.

- El número de nudos primos alternantes con número de cruces n entre 3 y 23 es:

- El número de nudos primos alternantes con número de cruces n entre 3 y 23 es:

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|----|-----|-----|------|
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 7 | 18 | 41 | 123 | 367 | 1288 |

- El número de nudos primos alternantes con número de cruces n entre 3 y 23 es:

- | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|----|----|-----|-----|------|
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 7 | 18 | 41 | 123 | 367 | 1288 |

- | | | | | | | |
|------|-------|-------|--------|---------|---------|----------|
| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 |
| 4878 | 19536 | 85263 | 379799 | 1769979 | 8400285 | 40619385 |

- El número de nudos primos alternantes con número de cruces n entre 3 y 23 es:

3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	3	7	18	41	123	367	1288
13	14	15	16	17	18	19			
4878	19536	85263	379799	1769979	8400285	40619385			
20	21	22							
199631989	990623857	4976016485							

- El número de nudos primos no alternantes con número de cruces n entre 8 y 16 es:

- El número de nudos primos no alternantes con número de cruces n entre 8 y 16 es:

- | | | | | | | | | |
|---|---|----|-----|-----|------|-------|--------|---------|
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 3 | 8 | 42 | 185 | 888 | 5110 | 27436 | 168030 | 1008906 |

Los trabajos de Listing no tuvieron gran consecuencia en el resto de Europa. Una excepción son los artículos de **Oscar Simony** (1852-1915). En ellos describe los nudos toroidales y halla un modo de presentarlos empleando fracciones continuas

Tablas de Tait

[illegible]