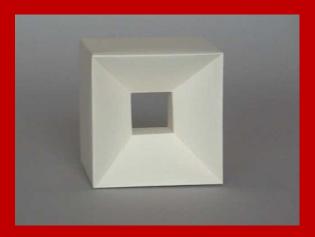
## desde el punto al hipercubo

en homenaje a JUAN DE HERRERA



Rafael Pérez Gómez UNIVERSIDAD DE GRANADA

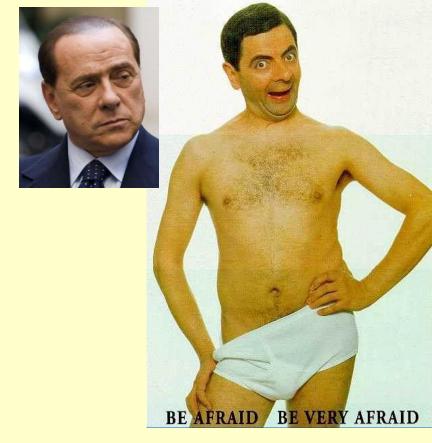
Santander, 28 de octubre de 2009

#### **DON SILVIO**

¡Por Dios que sois hombre extraño! ¿Cuántos días empleáis en cada mujer que amáis?

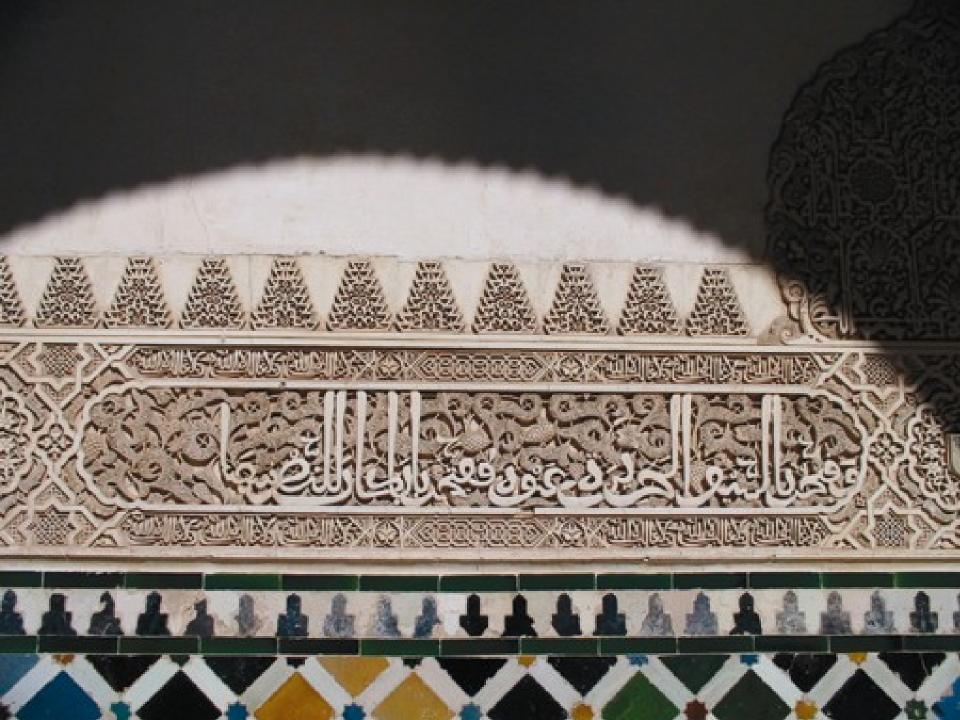
#### DON MR. BEAN

Partid los días del año entre las que ahí encontráis. Uno para enamorarlas, otro para conseguirlas, otro para abandonarlas, dos para sustituirlas, y una hora para olvidarlas.

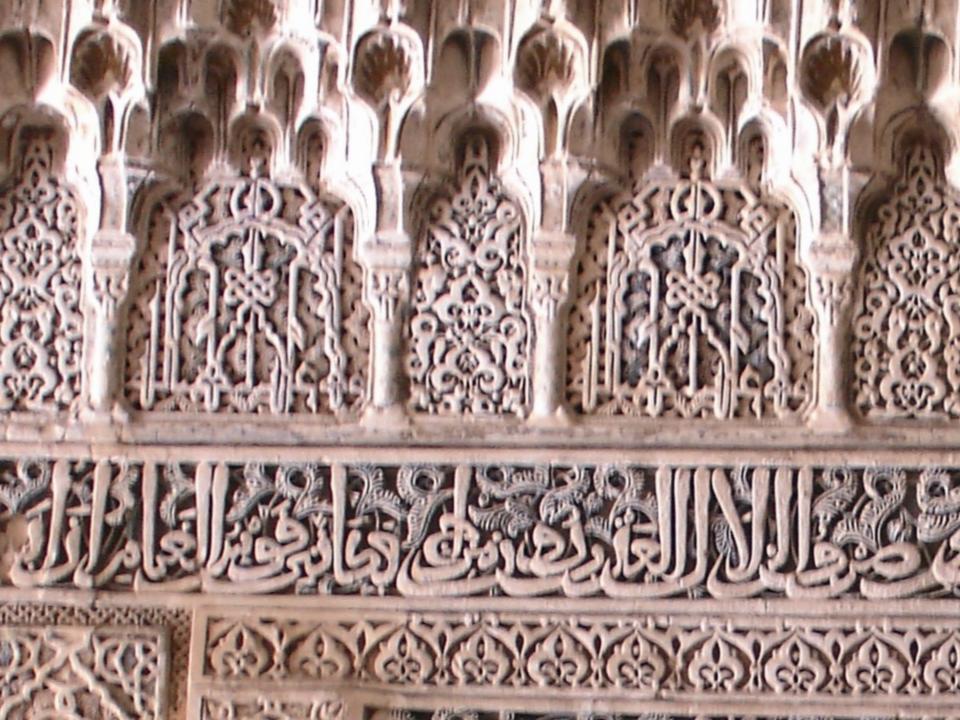


1 horacs 7222 notestas = 3 días sobran ya 2 días al año...(?)

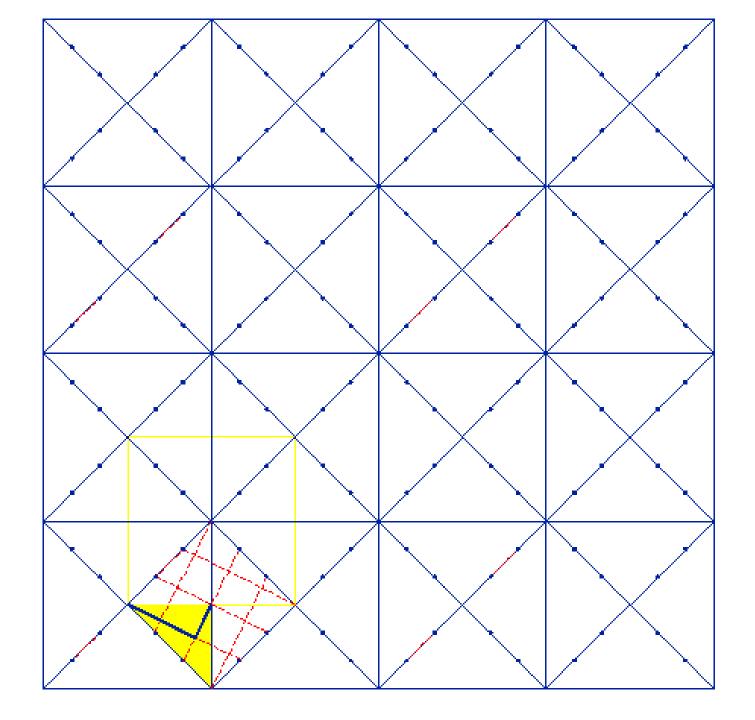
Sobiranto horaco de la laño sobiranto horaco de la laño sobiranto horaco de la laño

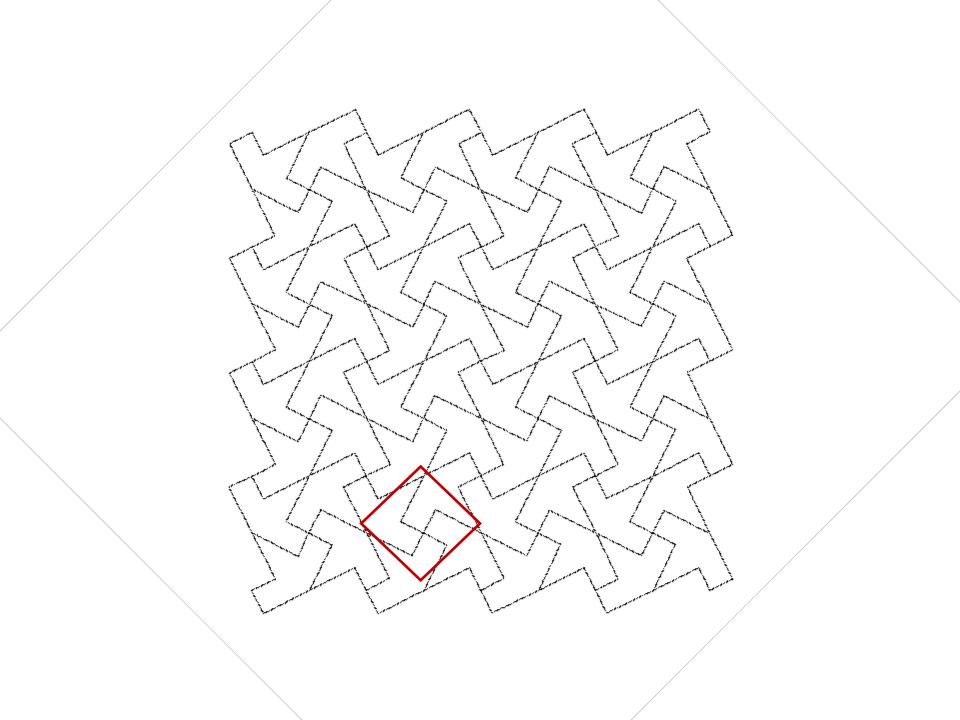


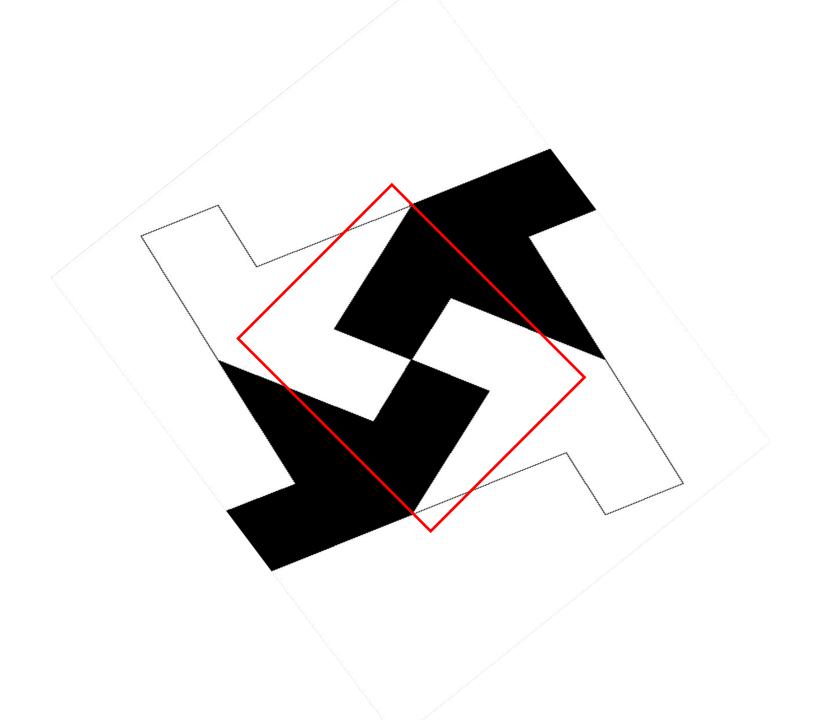


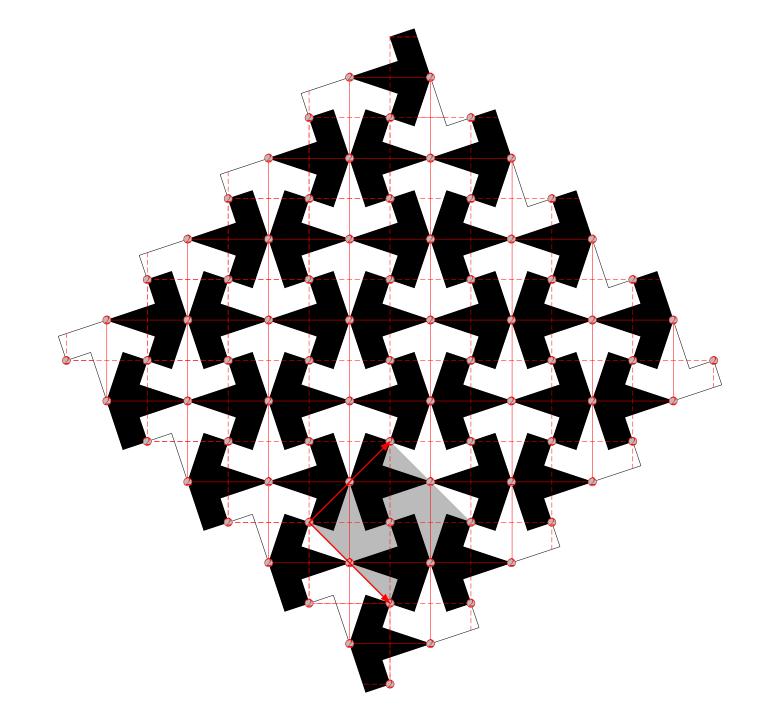




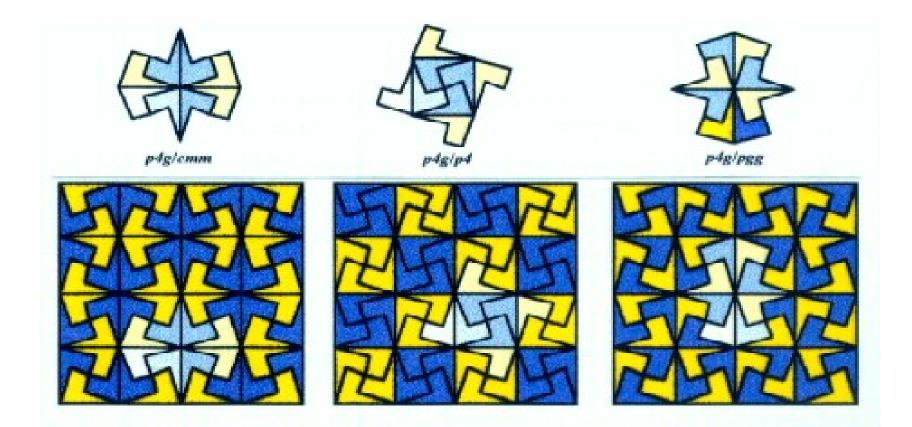




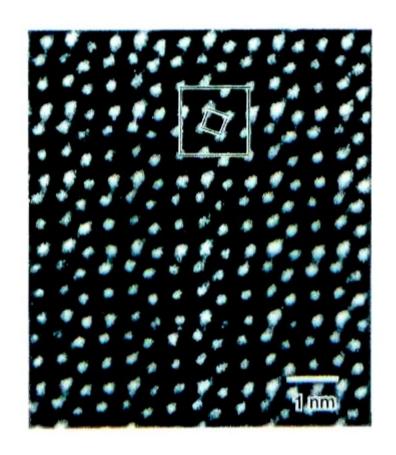


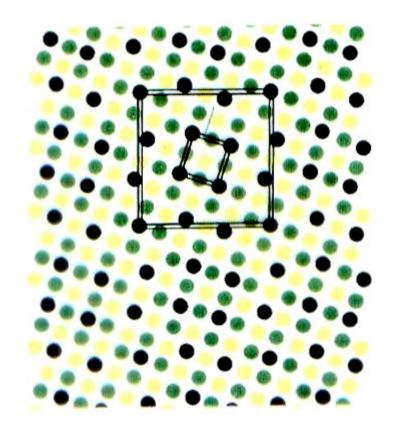




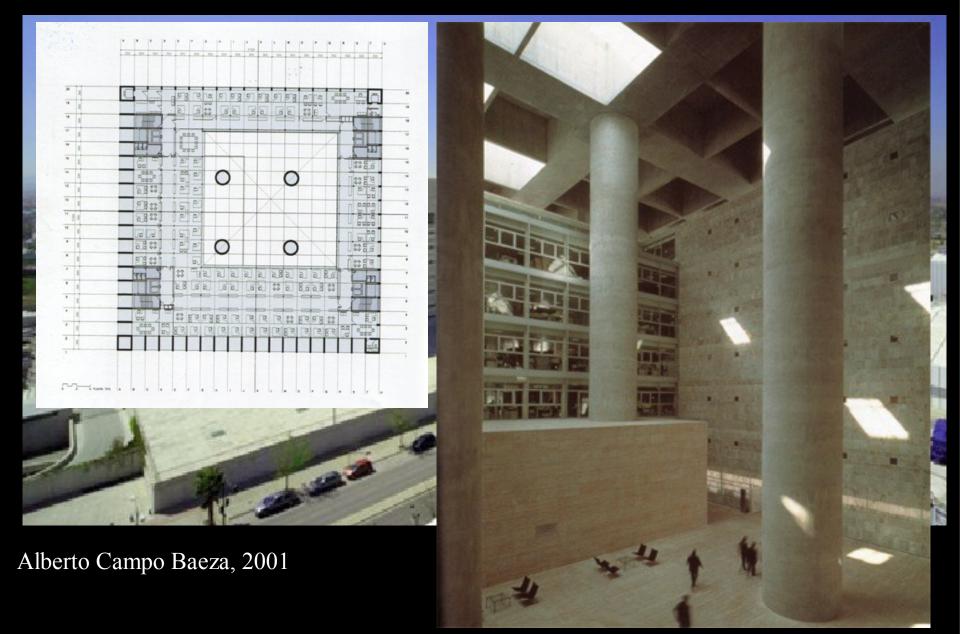














## Las matemáticas en la España de los Austrias

Desde el siglo XV, pero sobre todo en la primera mitad del siglo XVI se multiplican en Italia las **cátedras de Matemáticas**.

En España éstas se imparten con carácter secundario en la **Facultad de Artes** y a menudo formando parte de la cátedra de Física (Filosofía Natural).

Durante el siglo XVI las grandes **Universidades de Salamanca**, **Alcalá**, **Valladolid** cuentan con notables profesores de matemáticas y muestran una apertura renacentista.

Desgraciadamente, ya desde fines del siglo XVI y sobre todo desde comienzos del XVII caen en una total postración y rehúsan abrirse y participar en la revolución científica que invade casi toda Europa.

Las matemáticas en la España de los Austrias. (1990), Alberto Dou Artículo publicado en "Estudios sobre Julio Rey Pastor (1888-1962)", Instituto de Estudios Riojanos, Logroño, 1990, pp. 151-172. (Luis Español González, editor).

### MATEMÁTICAS EN LA CORTE DE FELIPE II

La corte española renacentista va a ser testigo de numerosas prácticas científicas, enfocadas en tres planos diferentes de actuación:

- un medio de promocionar y ensalzar la Monarquía,
- un instrumento para mantener un imperio y
- una herramienta para procurar la salud de su principal representante, el monarca.

### Los cosmógrafos de Felipe II

Cosmografía y cosmógrafo fueron términos que, en el siglo XVI, se confundieron con Geografía y geógrafo.

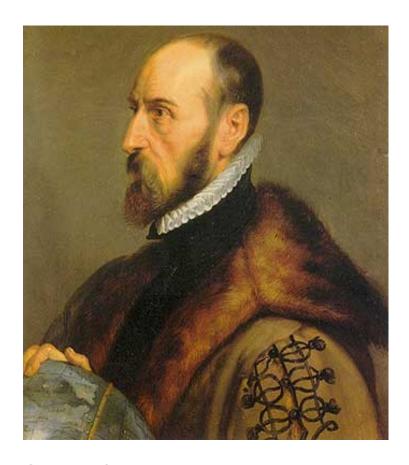
Ambas ciencias y ambos oficios se dedicaban a la descripción del mundo; las partes de la naturaleza; los varios círculos imaginarios del cielo; la cantidad de días, noches y horas; la causa de los eclipses; los nombres de los vientos...

En definitiva, expertos en Geometría que se dedicaban a la descripción del Universo.

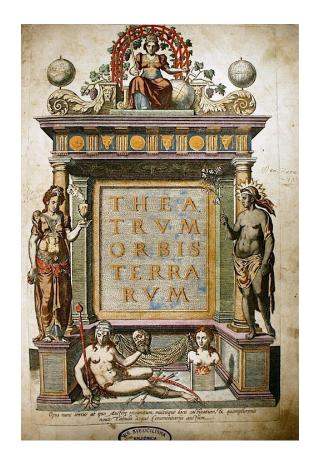
Dice el cronista Cristóbal Suárez de Figueroa:

«dibujando el mar y la circunferencia de las islas, enderezando las lineaciones en las cartas de navegar, midiendo la tierra y dividiendo las regiones».

## Abraham Ortelius (1527-1598)

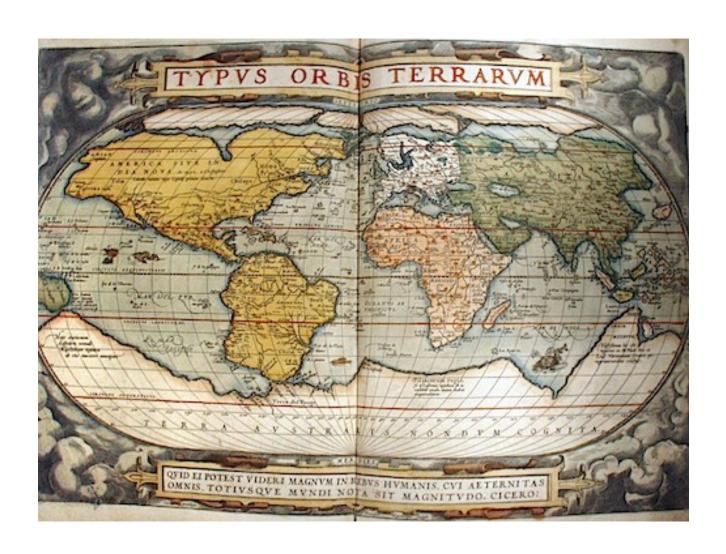


Geógrafo de Felipe II



Traducido a 7 lenguas 31 ediciones entre 1570 y 1612

## Ortellius





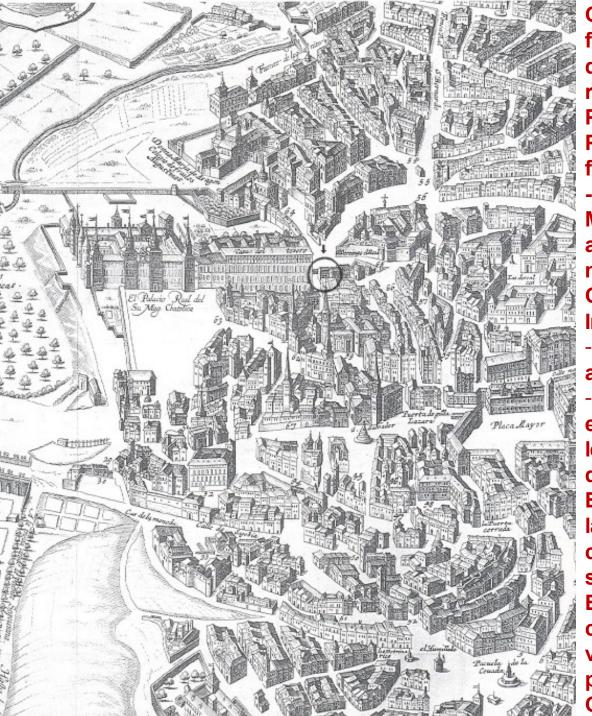
Felipe II, en diciembre de 1582, poco antes de volver desde Lisboa, dio las bases para crearla en la corte.

Directores: el ingeniero militar Tiburcio Spannocchi y el arquitecto Juan de

Herrera

Enseñaba: Matemáticas, Fortificación, Arquitectura, Cosmografía y Navegación o "Arte de Marear".

Las Matemáticas comprendían la Aritmética, la Geometría, la Astronomía y la Cosmografía.



Con categoría de «criados del rey», fueron nombrados el día 25 de diciembre, por medio de cédula real, Juan Bautista de Lavaña y Pedro Ambrosio de Ondériz. Por tal motivo, ambos tenían un fuero personal:

- Lavaña, designado lector de Matemáticas, recibiría 400 ducados anuales pagaderos en tres partes, más que el por entonces Cosmógrafo Mayor del Consejo de Indias.
- -Ondériz, por su parte, como ayudante, recibiría la mitad.
- -Todo esto se hizo efectivo desde el primer día de 1583, aunque las lecciones empezarían en octubre del mismo año.

El lugar donde se habría de ubicar la Academia habría de ser lo más cercano posible al Palacio Real, con salas suficientes y espaciosas. El sitio elegido, tras las

correspondientes autorizaciones y ventas, fue una casa que formaba parte del convento de Santa Catalina de Sena.

#### **Profesores**

Labaña Ondériz

Doctor Julián Firrufino, que explicaba la *Geometría de Euclides* y el *Tratado de la Esfera*.

- -se ocupó de la raíz cuadrada, separando las cifras de dos en dos para el cálculo
- -en la resolución de triángulos utiliza la fórmula de Herón

Licenciado Juan de Cedillo, que explicaba la Materia de Senos (trigonometría) y el *Tratado de la carta de marear geográficamente demostrada* (navegación).

Juan Ángel, que explicaba algunos *Tratados selectos de Arquímedes*.

Capitán e Ingeniero D. Cristóbal de Rojas, que explicaba la primera Teórica y práctica de la fortificación.

Alférez D. Pedro Rodríguez, que explicaba la *Materia de escuadrones y forma de hacerlos, con sus principios de aritmética y raíz cuadrada.* 

Ondériz llevó a cabo una importante labor de traducción de los textos más necesarios para la Academia de Matemáticas.

Tradujo al castellano los libros XI y XII de los *Elementos* y la *Perspectiva y Escapularia* de Euclides, los *Esféricos* de Teodosio y los *Equiponderantes* de Arquímedes.

## Juan de Herrera

- Nació en 1530 en Maliaño
- Estudió en Valladolid
- Soldado en diferentes campañas
- Arcabucero de la Guardia de Carlos V en Yuste hasta su muerte (1558)
- Honorato Juan le encarga unos dibujos para una obra de Alfonso X
- Desde 1563 es ayudante de Juan Bautista de Toledo, arquitecto real.



#### APÉNDICE II

Relación de los instrumentos matemáticos y librería de J. de Herrera, sacados del inventario general de sus bienes, hecho a su fallecimiento

Ynstrumentos mathematicos. Una caxa rredonda de madera con su tapador cubierto de cuero negro y dentro della zinco compases de hierro y otras siete piezas de hierro rreglas y otras piezas tocantes a trazas.

Un compás de metal con sus pinitos de azero para cortar papel de una tercia de largo con dos cabos de madera.

Una esquadra y siete rreglas de madera para trazar.

Diez y seis limas de hierro de diferentes faciones y tamaños y dos compases de hierro.

Unas tenazas y unos alicates y unas tijeras de hierro de cortar metal.

Un rradio astronómico de latón de la fábrica de gema frisio hecho por gualtero arsenio con su bara en dos piezas de bara y media de largo con su cursor y pínulas móbiles y todo lo demás necesario.

Un padrón de latón para hazer Relojes orizontales y berticales.

Un declinatorio de latón de una quarta de dyámitro con la discrezión de los bientos y su rregla móbil y en ella una caja con su aguja.

Otro declinatorio de latón de una quarta de dyámitro asentado sobre madera con un plano fijo con los bientos y otro móbil enzima con sus pínulas aguja y rregla y una traza de juan de monterrexio para hazer rrelojes orizontales.

Un rrelox de latón equinoceal de una quarta de diámitro con su plano orizontal y en él su aguja móbil con las declinaciones de el nordeste y otro plano móbil que se muebe por una quarta de zírculo con otras piezas móbiles en él y otra pieza que toca a el mismo que tiene su rregla y una quarta de zírculo con las declinaciones de el sol.

Otro instrumento con tres planos el de abajo de una tercia de yámitro y los de encima de casi una quarta en que tiene declinatorio y los bientos aguja y otras cosas = y el plano más alto se muebe por una quarta de zírculo y sobre él se mueben otras piezas para tomar la declinación de el sol y la ora y otras cosas y sirbe de rrelox equinoceal y es de latón todo.

Otro declinatorio de casi media bara de yámitro de latón con dos piezas móbiles y en el interior la aguja y los bientos y en la del medio tiene ocho pínolas es todo de metal asentado sobre madera.

Un astrolabio de latón de media bara de dyámytro de la fábrica de estaflerino con dos láminas y en ellas quatro fazes y en el fondo el quadrado náutico su rred

Otra de lo mesmo traduzida en castellano manuescripta y por enquadernar.

Brigiano de Re metálica en ytaliano.

De baras questiones estampado en ytaliano.

De rremedios secretos por filatro estanpado en ytaliano.

Las zien nobelas de juan bautista gerardo estampado en ytaliano.

De triplicii motu de el maestro albano tomas estampado en latín.

Poesía de seco de osco estampado en ytaliano.

Discursos yngeniosos estampado en ytaliano.

Oración de sócrates en ytaliano.

Historia de cosas de yngalaterra en ytaliano.

Viaje de la tierra santa en rromanze.

Cartapacio manuescripto de las artes liberales.

Un legajo de papeles de cartapazios y libros manuescriptos que contiene dibersas cosas de mathemáticas escriptas de mano de Juº de herrera y otros.

Ynstrumento hirelógico para el tiempo sereno manoescripto en rromanze.

Principios de geometría en dos quadernos manoescriptos.

Diálogo de preceptos morales en portugués estampado.

Un libro manoescripto en rromanze de el beneficio de los metales.

Un quaderno del Relox yntitulado zelun zeseris.

Un quaderno que contiene dibersas cosas de las mathematicas sobreescripto de Juan de herrera.

Un otro enboltorio de papeles de barias cosas.

Otro enboltorio de papeles y cartas tocantes a la defensa de el santo rreymundo.

Diez caxones de madera de pino con sus atazos en que están los dichos libros y los caxones son pequeños y están unos sobre otros.

Todos los quales dichos ynstrumentos matemáticos que dizen son y librería que de suso ba declarado en este ynbentario declaro lo que cada cosa es como aquí se declara el dotor arias que por los dichos antonio boto y guillermo bodenam testamentarios fué llamado para ello y él lo declaró ansí

Deudas que dizen se deben de lo corrido de juros y censos.

De rréditos del juro de mill ducados de rrenta situados en las salinas de cueca ...... Quinientos ducados.

Del juro del nuebo derecho de las lanas de diez y ocho mill y setezientos y zinquenta marabedís de Renta..... zinquenta ducados (mas numerosa porción de zensos y rréditos diversos cuyo total asciende a la cantidad aproximada de 180,000,00 marabedís).

Una fee escripta de mano en pergamino signada de escrivano de la probanza ad perpetuan que el dicho juº de herrera hizo en su vida de su nobleza ante los señores alcaldes de hijosdalgo de la rreal chancillería de Valladolid.

E después de lo susodicho en la dicha villa de madrid a veynte y siete días de el mes de hebrero de el año de mill y quinientos y nobenta y siete los dichos señores antonio boto y guillermo bodenam testamentarios de el dicho juo de herrera que

# Discurso del Señor Juan de Herrera, aposentador mayor de S.M., sobre la Figura Cúbica

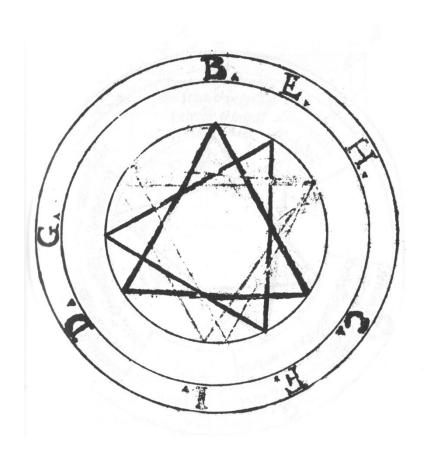
Hay dos códices en la Biblioteca de

El Escorial:

A (d III. 25, fol. 111 a 153)

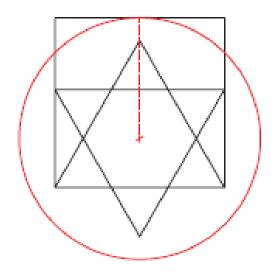
B (g IV. 39, fol. 20 a 79)

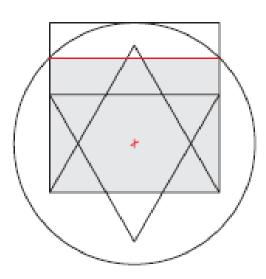
Las figuras quees neçesario penetrar y entender para la introduçion del, Cubo.

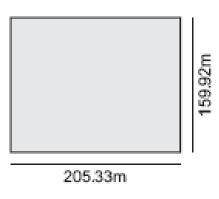


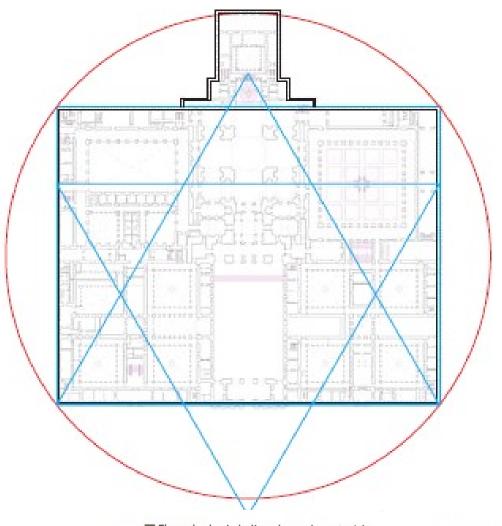
## Relaciones Geométricas que componen la planta de El Monasterio del Escorial

- 1. A partir de un segmento cualquiera, horizontal, trazamos un triángulo equilátero.
- 2. A partir del triángulo equilátero, trazamos la Estrella de David, superponiéndole otro triángulo equilátero de dimensiones iguales e invertido, haciendo coincidir los centros de ambos.
- 3. A partir del segmento inicial, dibujamos un cuadrado.
- 4. Trazamos una circunferencia con centro en el centro de la Estrella de David, y radio desde dicho centro en perpendicular hasta el lado superior del cuadrado anterior.
- 5. Unimos los puntos de corte entre la circunferencia y el cuadrado. Hemos obtenido el rectángulo de proporciones semejantes al que compone la planta del Monasterio del Escorial.
- 6. Escalando el rectángulo, tendremos las dimensiones exactas de la planta: 205.33m x 159.92m.







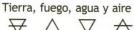


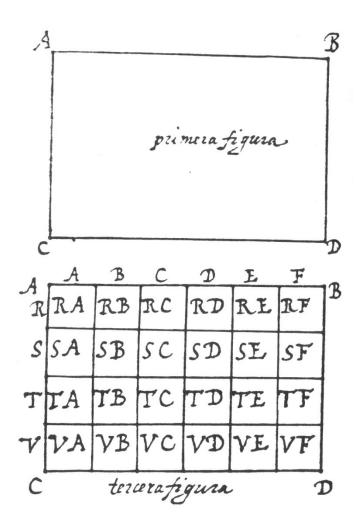
7. Si trazamos la circunferencia que contiene todos los vértices de éste rectángulo obtenido, tendremos el punto más alejado del *Palacio del Rey,* y habremos completado la planta.

- El cuadrado simboliza el mundo material.
- El círculo simboliza la Divinidad
- El triángulo simboliza el alma

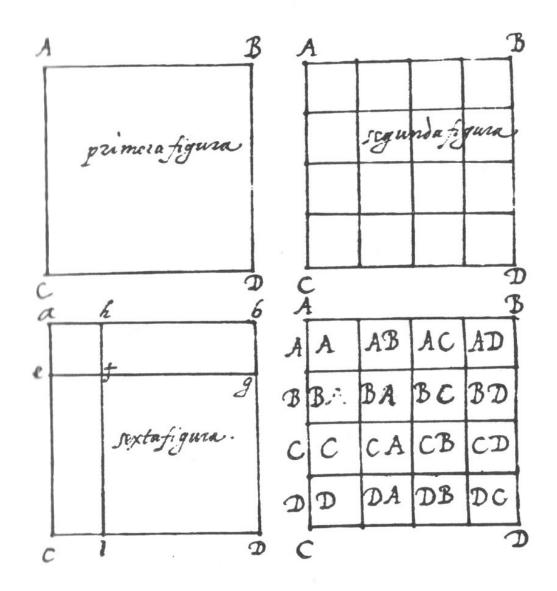
Los dos grandes triángulos forman simultáneamente la Estrella de David y los cuatro elementos:





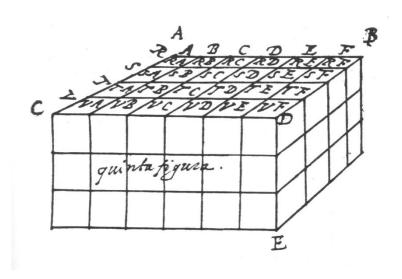


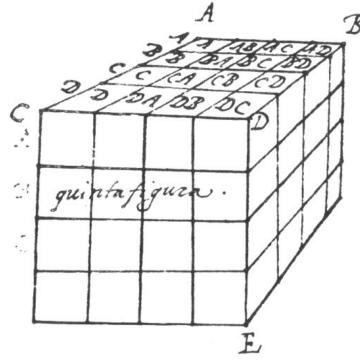
Códice B



Códice B

Las cinco primeras figuras, son las tres primeras para la construccion delas superficies parallelas en universal. y laquarta y quinta figura es para la construccion delos solidos en universal. y las únas y las otras uan por la quantidad continua y discreta.





Lascinco figuras a gru contenidos. Las tres primeros son para laconshi tución de las super ficio quadradas em sa en ticular ansi en las quantidades continuas como en la discretato. Y la quartay quinta figura es para la conshi tución de los só hidos cubicos emparticula ansi en la quantidad con tinua como en la quantició discreta que la sexta figura sedira para quesirue.

Códice B

## Discurso del Sr. Juan de Herrera aposentador mayor de S.M. sobre la Figura cúbica Re-presentado por Edison Simons y Roberto Godoy

Editora Nacional, ISBN 84-276-0350-9, Madrid 1976

#### Primera parte (páginas 69 a 88- 8v)

Sobre las definiciones de Euclides de cuadrados y cubos

- -Definición de cubo, Euclides IiB 11, definiçion 25
- -El numero cubo es aquel ques contenido de tres elementos iguales, Euclides, lib. 7, definiçion 10

-...

#### Segunda parte (páginas 88- 8v a 111)

- -Presentación de los 13 artículos de Raimundo Llull
- -De las tres dimensiones de todo lo que es: Razón formal, Razón final y la suficiencia y el cumplimiento de las dos Razones, formal y final.
- -Los nueve principios absolutos con los que, según Llull, todo lo que está hecho es: bondad, grandeza, duración, potestad, sabiduría o instinto, voluntad o apetito, verdad y gloria o suavidad y, por último, deleitación.

| 33 | яc         | BD | <b>3</b> & | BF         | <b>B</b> 9 | вж         | B.G        | ßЖ |
|----|------------|----|------------|------------|------------|------------|------------|----|
| e  | CB         | CD | હ          | C#         | ၉ၛ         | CK         | <u>e</u> g | CK |
| D  | DB         | DC | <b>DE</b>  | <b>%</b>   | D9         | ДЖ         | D§         | ОЖ |
| હ  | <b>6</b> 3 | E0 | ସେ         | ශ්         | မွ         | EH         | હુલ        | EK |
| F  | FB         | FC | FD         | <b>6</b>   | <b>9</b> 9 | FH         | FS         | FK |
| g  | <b>9 3</b> | 90 | <b>9D</b>  | ဇာ         | භ          | <b>9</b> K | <b>9</b> 9 | GK |
| K  | KB         | KC | KD         | K          | KF         | KG         | K          | KK |
| g  | <b>43</b>  | §C | <b>9</b> D | <b>ુ</b> હ | <b>9</b>   | <b>9</b> 9 | GK.        | 9K |
| K  | KB         | же | KD         | Ke         | KF         | KG         | KK         | KI |

#### Tercera parte (páginas 112 a 154)

Por qué el cubo contiene todo lo que es.

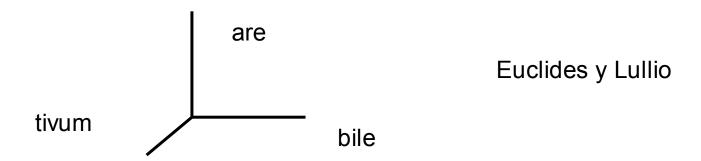
-Todo lo que es tiene tres dimensiones (definidas en la 2ª parte) y está hecho de, a lo sumo, tres de entre los nueve principios absolutos (dichos en 2ª parte)

Los tres principios lullianos como ejes tridimensionales:

bile (agibile: capacidad pasiva del sujeto),

tivum (activum: agente),

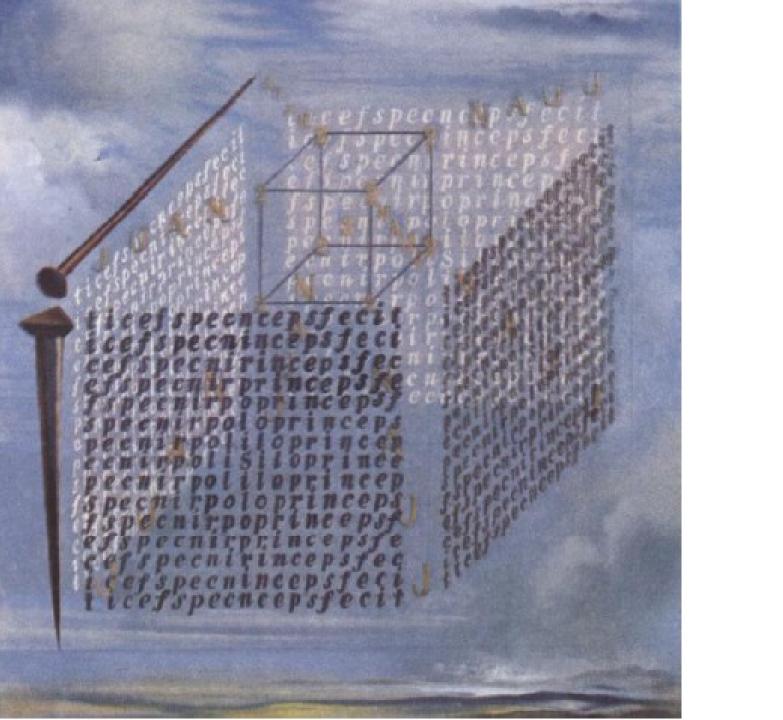
are (agere: acto en sí mismo)





#### SAN LORENZO DEL ESCORIAL TECHO DEL CORO

LA GLORIA Luca CAMBIASO 1527-1585





Iglesia de San Juan Apóstol y Evangelista, Santianes de Pravia Edificada por los monarcas Silo y Adosinda (774-783)

TICEFSPECNCEPSFECIT

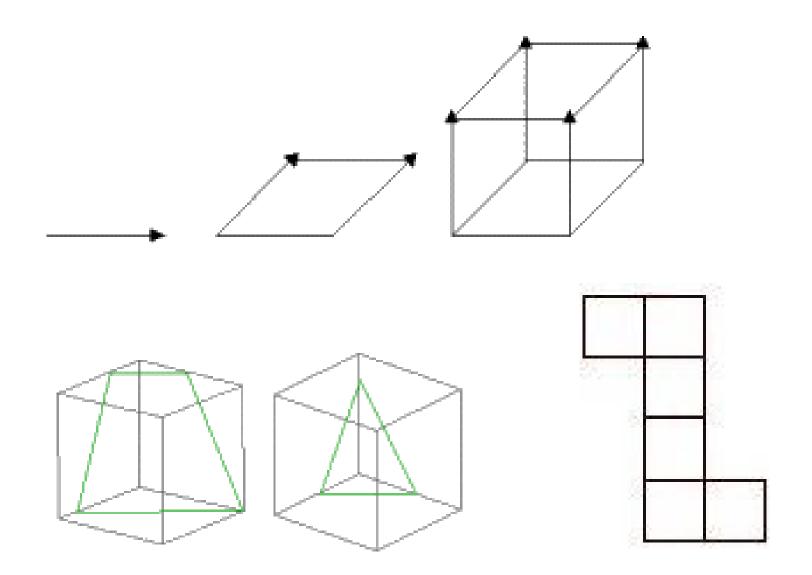
En la piedra se lee, partiendo de la "S" central, la frase: SILO PRINCEPS FECITE (Lo rhizo el príncipe Silo).

SPECNIRPOLOPRINCEPS

El numero de la citada frase asciende

a 45 P7 60 NVeces. LILOPRINCE

S P E C N I R P O L O P R I N C E P S F E C N I R P O L O P R I N C E P S T E C E F S P E C N I R P O D P R I N C E P S F E C E F S P E C N I R P C E P S F E C I T I C E F S P E C N C E P S F E C I T



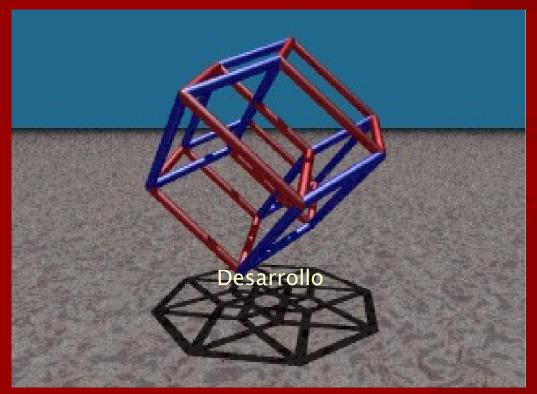
Hipercubo 4D

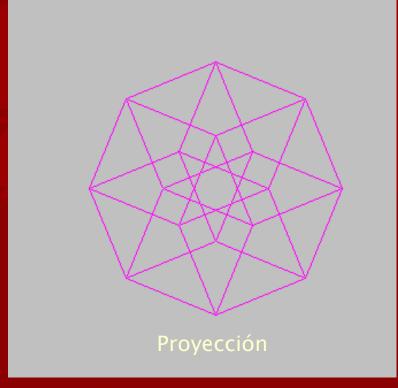




Corpus hipercubus Salvador Dalí, 1954

### Hipercubo





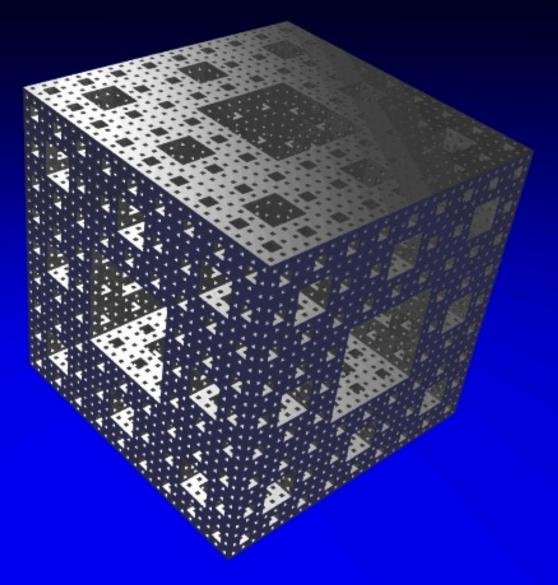
| Cuerpo<br>correspondiente<br>en 3D | Nombre    | Símbolo        | Nº células | Nº caras        | Nº<br>aristas | Nº<br>vértices |
|------------------------------------|-----------|----------------|------------|-----------------|---------------|----------------|
| Cubo                               | Hipercubo | C <sub>8</sub> | 8 cubos    | 24<br>cuadrados | 32            | 16             |



Otto Von Spreckelsen, 1989

### Esponja de Sierpinski-Menger

Dimensión fractal = 2,72

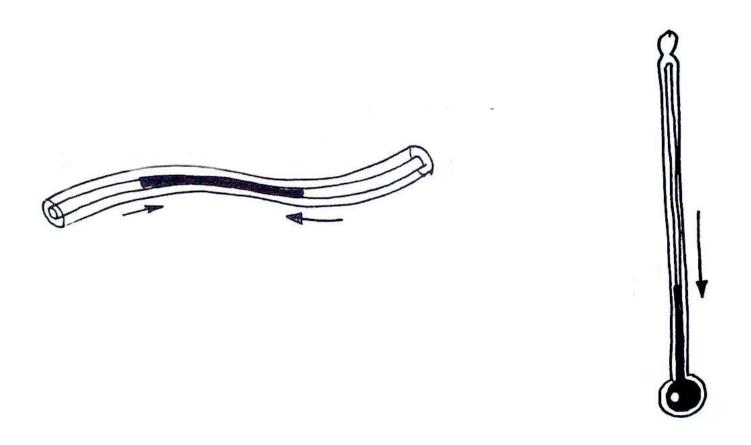




### Inmuebles-Villa, Le Corbusier

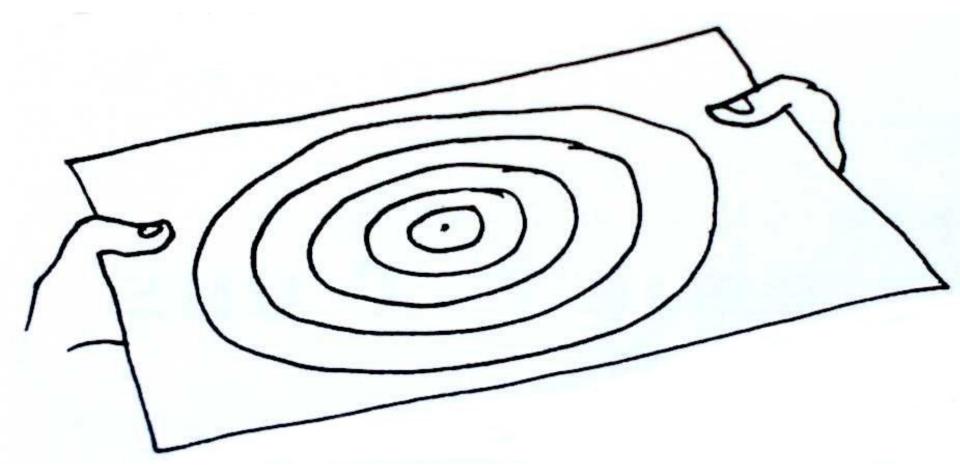
Dimensión fractal = 2,469

Federico Soriano, Sin escala, Revista Arquitectura



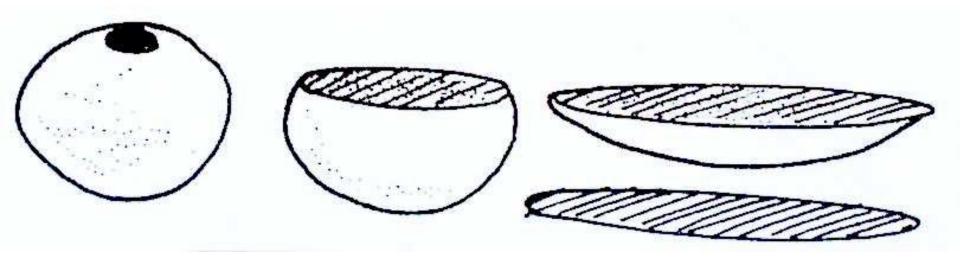
Una circunferencia no es contráctil

### Un círculo es contráctil



En general, un disco es contráctil

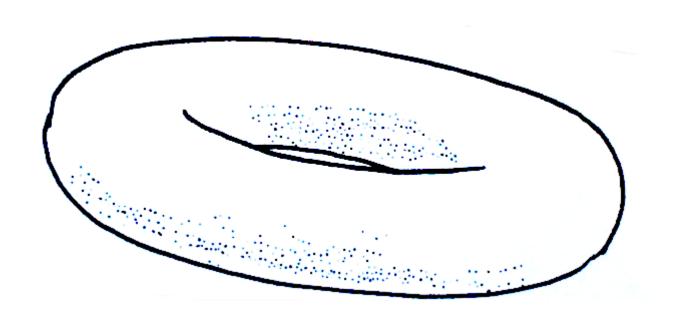
### ¿Y una esfera?

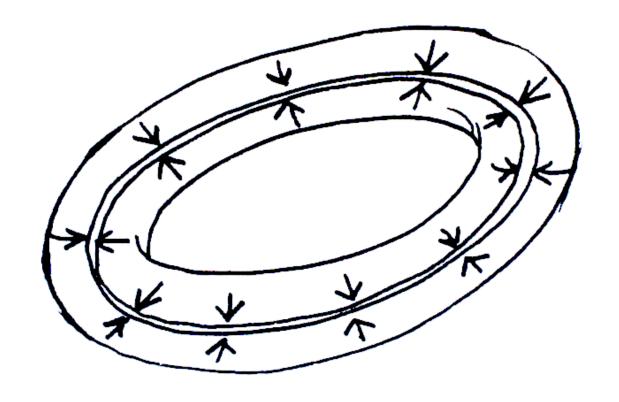


Si se le quita un trozo, la superficie restante sí es contráctil

El volumen esférico es contráctil

# ¿Existen volúmenes no contráctiles?

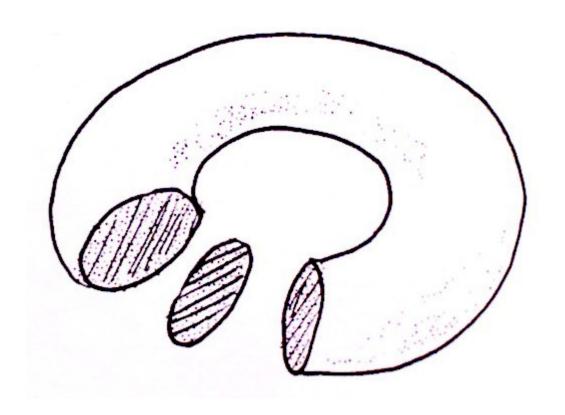




¿Y si se corta según una circunferencia?

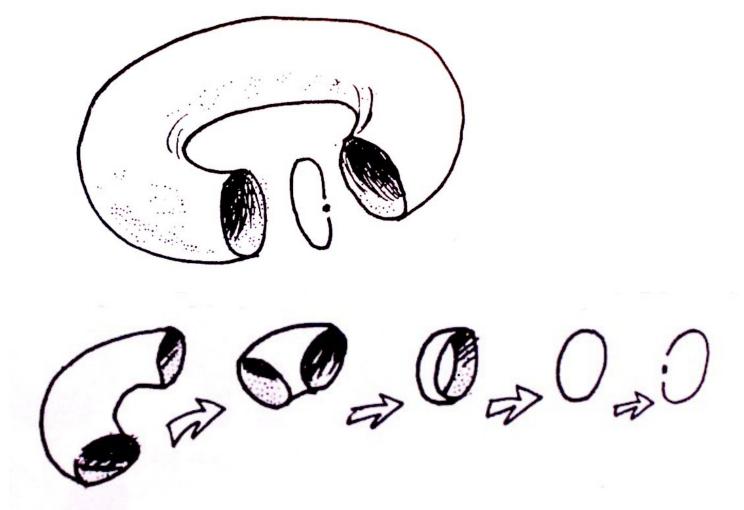
¿Y si se corta según un círculo?

Todo objeto geométrico será descompuesto en elementos que serán "células" contráctiles de distintas dimensiones: puntos, segmentos, superficies, volúmenes, etc.



### Descomposición de un volumen tórico:

disco+ "resto" del volumen tórico



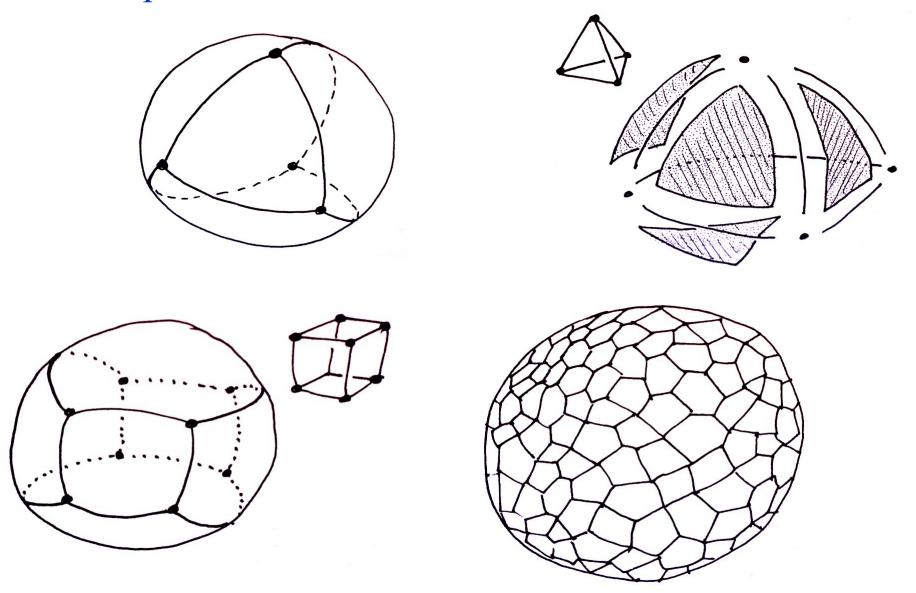
### Descomposición de una superficie tórica:

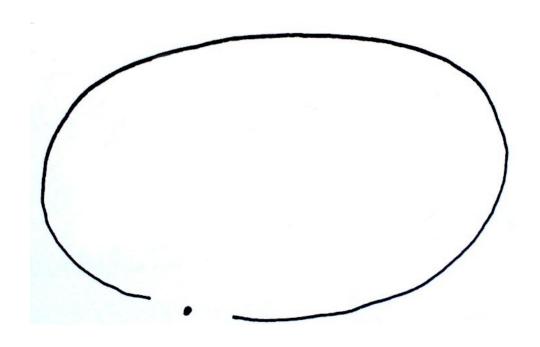
circunferencia1+ "resto" de superficie tórica = punto1+segmento1+circunferencia2 = punto1+segmento1+punto2+segmento2

### Característica de Euler Poincaré

$$\chi = P-L+S-V$$

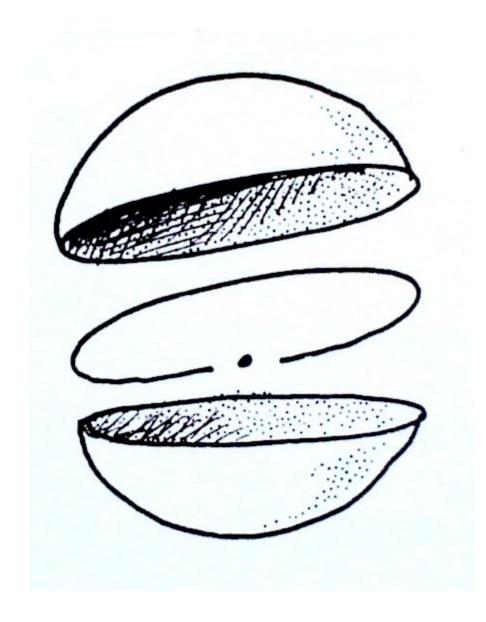
La característica de Euler-Poincaré es independiente de la descomposición en células contráctiles



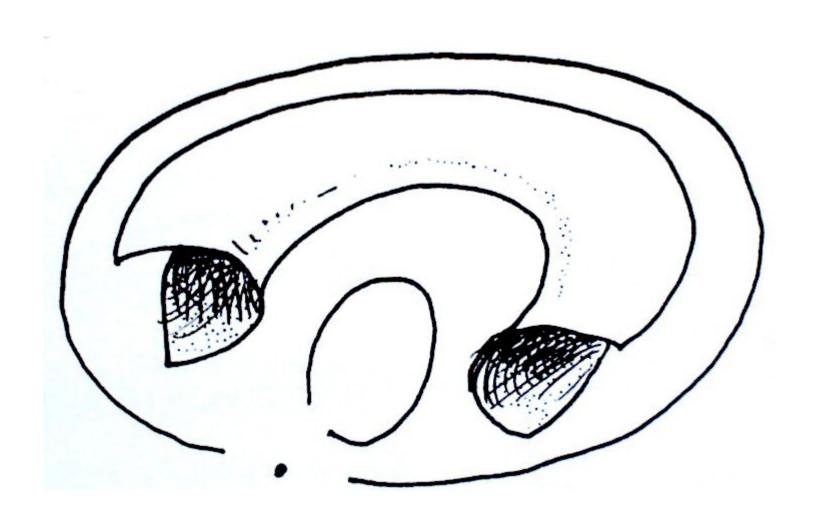


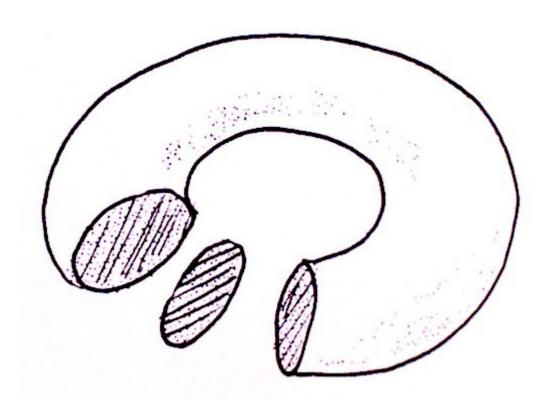
Para una circunferencia:  $\chi$ = 1-1 =0

# Para la superficie esférica: $\chi$ = 1-1+2 =2



# Para la superficie tórica: $\chi = 1-2+1=0$

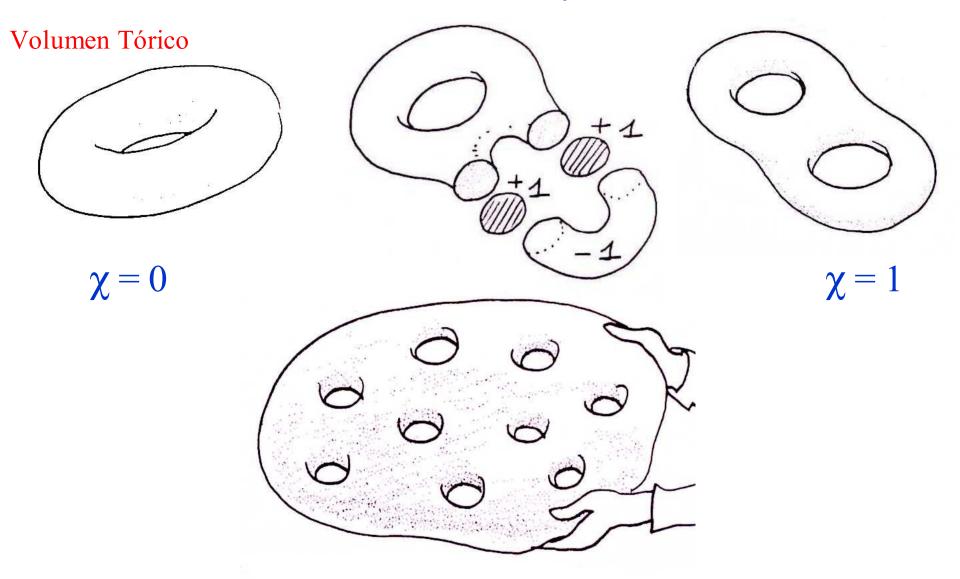




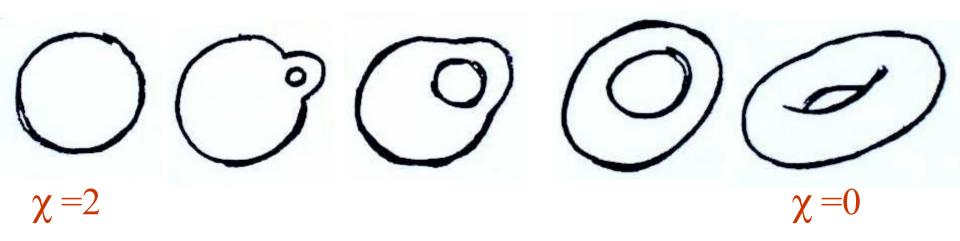
El volumen tórico:  $\chi=0-0+1-1=0$ 

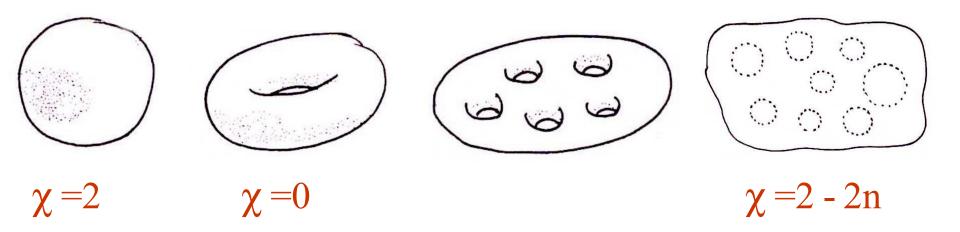
### **TEOREMA ÚTIL:**

Si un objeto es unión de otros dos, su característica  $\chi$  es la suma de las características de los objetos



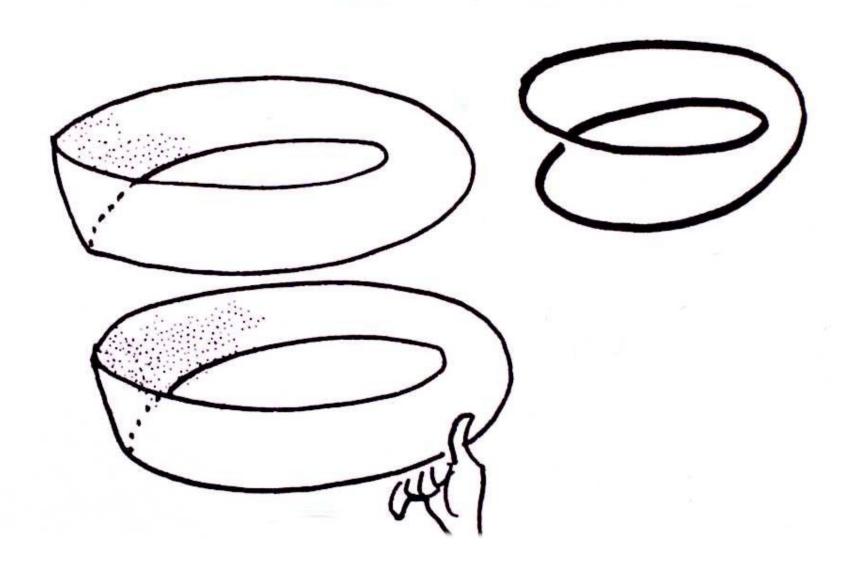
### ¡La Topología! ¡Un buñuelo es igual que la taza de café!

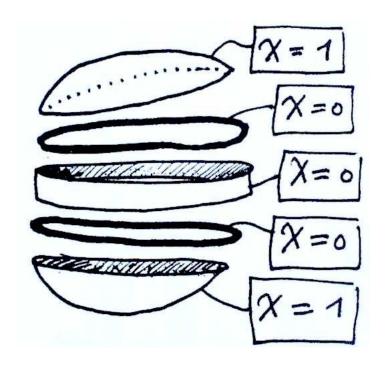






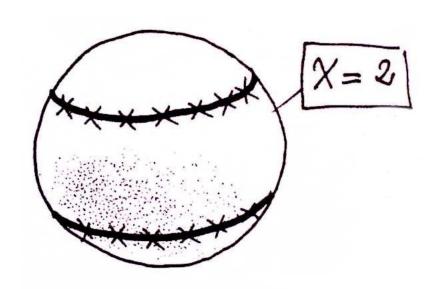
Miguel Ángel Ruiz-Larrea, 1979

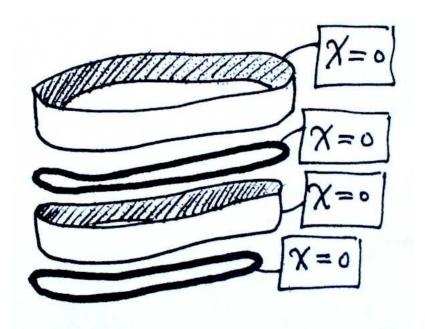




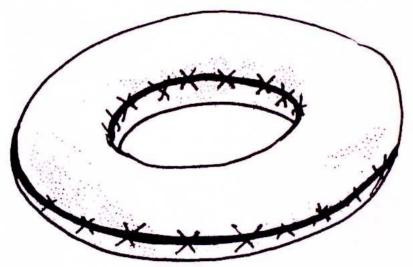
### La esfera S2

### Borde sobre borde

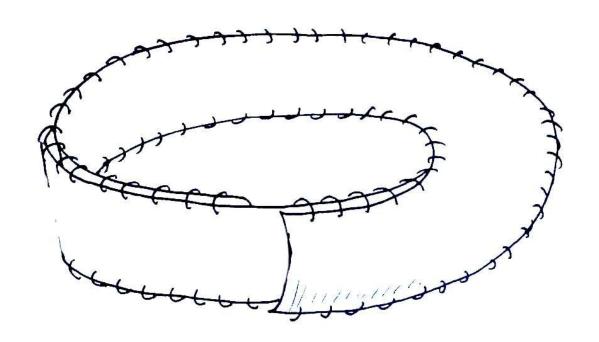


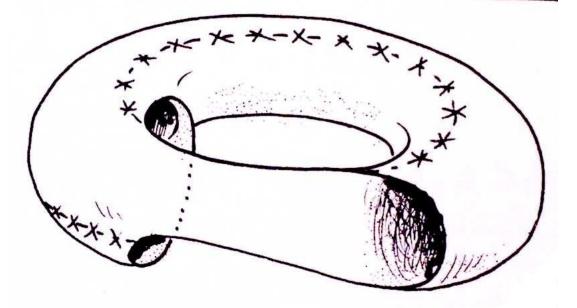


El Toro T2



# ¡¿ Y éste?!

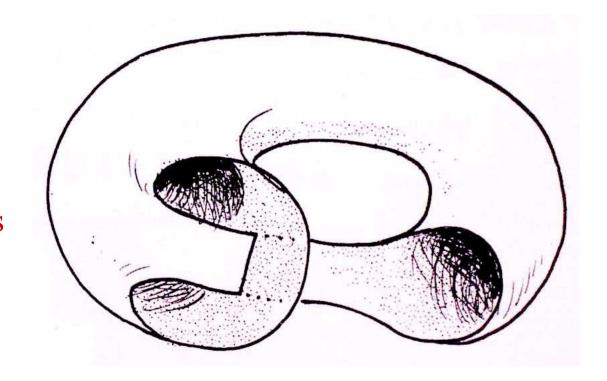


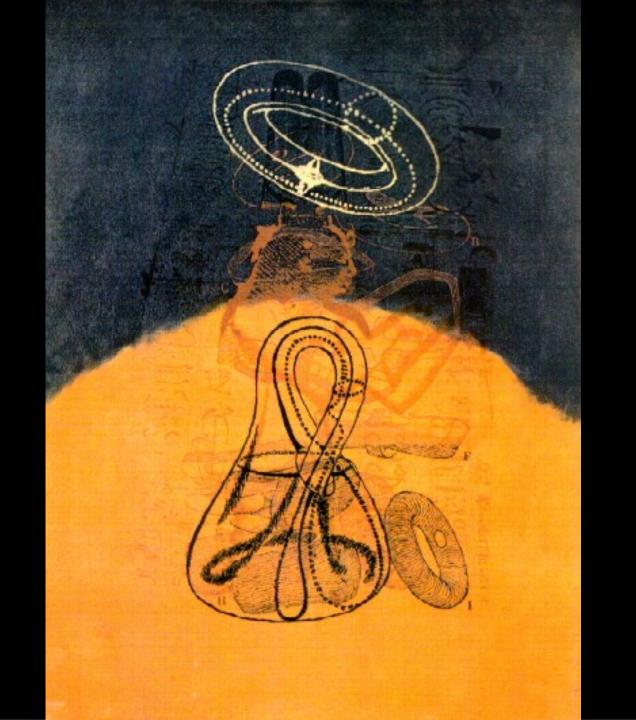


# Una Botella de Klein

¡Una superficie que se autointerseca y no tiene borde!

Al estar formada por dos Bandas de Möbius ( $\chi$  =0) y una curva cerrada ( $\chi$  =0), su característica es cero.





#### Poliedro de Boy: Cubo de Klein

28 vértices

43 aristas

16 caras

$$\chi = 28 - 43 + 16 = 1$$

# ¿S4? ¿Será un espacio 4D?

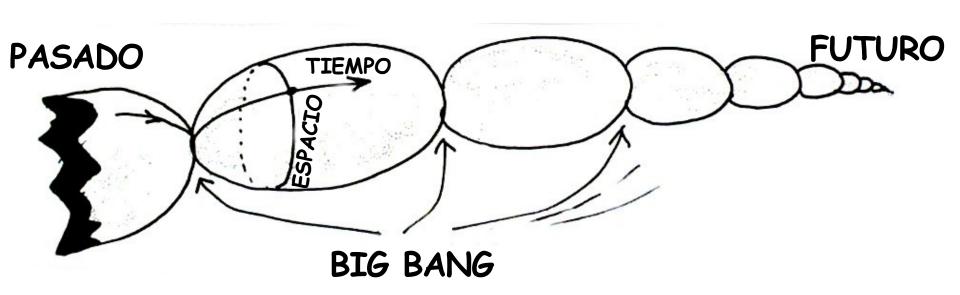
Es un espacio *hiperesférico* evolucionando cíclicamente en el tiempo

Tiene por ecuador una hiperesfera que lo divide en dos hipervolúmenes ( $\chi = 1$ , cada uno)

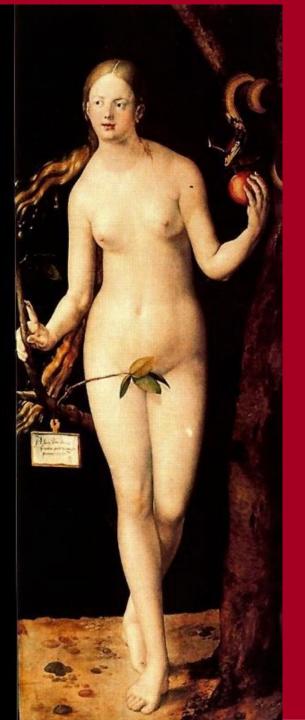
Por tanto, la característica del modelo espacio-tiempo será  $\chi = 1+1++0=2$ .

### Luego nuestro espacio-tiempo deberá presentar 2 polos:

### el BIG BANG y el ANTI-BIG BANG







Si la Ciencia entra por la puerta, ¿sale la Belleza por la ventana?

Rafael Pérez Gómez

Departamento de Matemática Aplicada

Universidad de Granada