

Matemáticas en Acción
Universidad de Cantabria
Santander, 6 de abril de 2011

De *King Kong* al *hombre menguante*: anumerismo, leyes de escala y cine

Manuel Moreno

manuel.moreno@upc.edu

Dep. de Física e Ingeniería Nuclear
Universidad Politécnica de Cataluña



Contenido

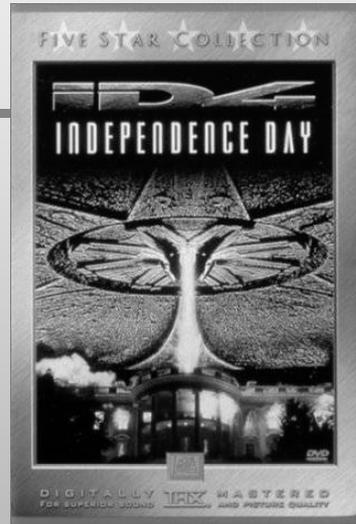
- ¿Cine y ciencia, incompatibles?
- Tierras de gigantes y de enanos
 - *King Kong* y las leyes de escala
 - Soluciones... a medida
 - Entornos ecológicos más o menos deficientes
 - El increíble hombre menguante
 - Gulliver en Liliput
 - Hacia lo diminuto y más allá
- Conclusiones





Star Wars (G. Lucas, 1977-2005, saga)

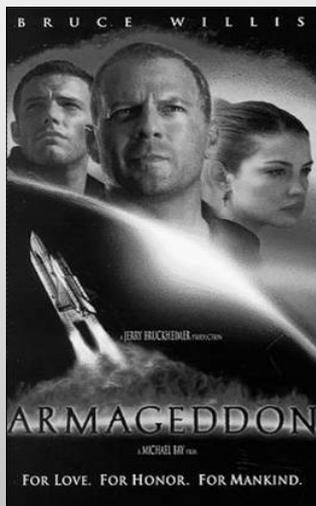
Guerra de las galaxias ≠ Guerra de las estrellas



Independence Day (R. Emmerich, 1996)

- Los invasores alienígenas vienen de un planeta situado a 90.000 millones de años luz de la Tierra (¿mande?)

→ Demasiado lejos: imás allá del universo conocido!



Armageddon (1998), M. Bay

"De los seiscientos mil millones de habitantes de este planeta, han tenido que escogerme precisamente a mí."

Harry S. Stamper (Bruce Willis)



El astronauta (J. Aguirre, 1970)

SANA (*Sociedad Anónima de Naves Aeroespaciales*). Astronauta Pepe: resistencia a la congelación rodeado de barras de hielo: "la temperatura allá arriba es de 1.200 grados bajo cero" ⇒ $T < 0\text{ K}$!!!

¿Cine y ciencia, incompatibles?

“El cine se alimenta de ficciones, la ciencia de realidades”

J. Jouhaneau

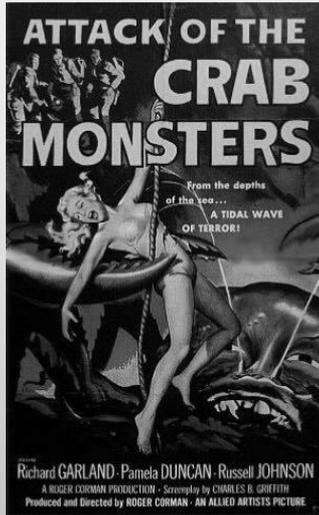
- Sin embargo:
el cine se nutre también de la realidad y la ciencia necesita la imaginación para avanzar.
- No son (no deberían serlo) mundos incompatibles.
- Comparten:
 - especulación
 - sentido de la maravilla



Tierras de gigantes y de enanos

- Una idea fascinante:
 - aumento o reducción del tamaño de insectos, animales o humanos como consecuencia de la exposición a la radiación o el uso de productos milagrosos.
- Muchos filmes (*monster movies*) y novelas han especulado acerca de ello.
- Conceptos físicos:
 - Factor de escala
 - Ley cuadrado-cúbica
 - Análisis dimensional
 - Fuerza relativa
 - Efectos de escala: dependencia de las propiedades físicas (peso, resistencia huesos, frecuencia) y efectos (tensión superficial, velocidad límite) con el tamaño

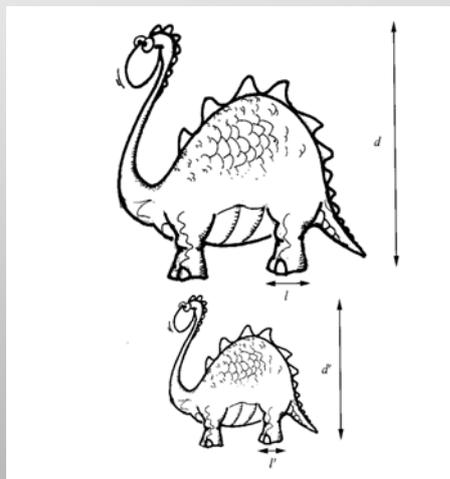




Monstruos empeñados en perseguir (para comerse o aparearse) a las terrícolas.



Tierras de gigantes y de enanos



Factor de escala:

$$f = d/d' = l/l'$$

Tierras de gigantes y de enanos



La humanidad en peligro (G. Douglas, 1954. *Them!*)

- Experimentos de detonaciones de bombas atómicas en New Mexico provocan mutaciones en sus pequeños habitantes. La humanidad se ve amenazada por unas terroríficas hormigas gigantes.
- Pero ¿podrían las hormigas

**Peso de estas
super-hormigas:
¡1000 toneladas!**

Fuerza relativa

$$F_R = \frac{\text{Peso que puede levantar}}{\text{Peso del animal}} \propto \frac{1}{l}$$

El numerador es proporcional a la sección muscular (área) y el denominador al volumen \Rightarrow la fuerza relativa ...

es inversamente proporcional al tamaño.



De hormigas y hombres

- La fuerza relativa de una hormiga es del orden de 3. La de un hombre entre 0,5 i 1. ¿Son, por tanto, más fuertes las hormigas?
- Para poder hacer estas comparaciones se requiere llevar a hombres y hormigas a un tamaño similar. Si hacemos crecer una hormiga hasta 1,80 m (factor de escala 180) su fuerza relativa disminuye hasta...

1/60

iNo tendría fuerza ni tan siquiera para levantar sus patas!



King Kong y las leyes de escala



King Kong

(E. B. Schoedsack, M. C. Cooper, 1933)

- ¿Podría un gorila gigante aguantar su propio peso?

$$M_{KK} = \left(\frac{15 \text{ m}}{1,8 \text{ m}} \right)^3 230 \text{ Kg}$$

factor de escala

$$\approx 130 \text{ t !!!}$$

$$M_{T-Rex} \approx 7 \text{ t}$$



→ Un ejemplo notable de violación de la ley cuadrado-cúbica.



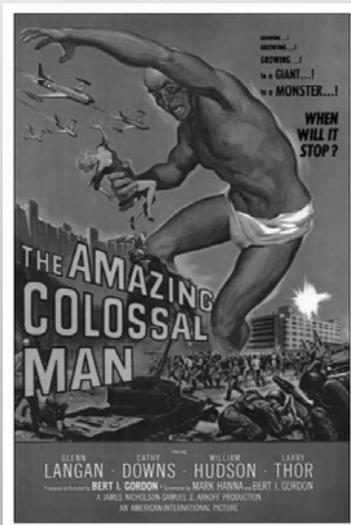


King Kong (E. B. Schoedsack, M. C. Cooper, 1933)

- ¿Sería King Kong tan ágil?
- ¿Cómo quedaría el rascacielos tras la escalada?



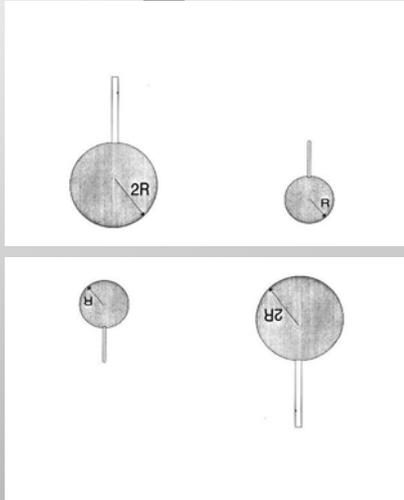
Gigantes y gigantas



(1957)



Tierras de gigantes y de enanos



- $\text{Peso} = m \times g \propto V \propto R^3$
- $\text{Fuerza sustentación} \propto S \propto R^2$

equilibrio: $P = F$

- Si $R \uparrow$, entonces $P \gg F$

... y la manzana (o la estructura grande) cae

Galileo (s. XVI)

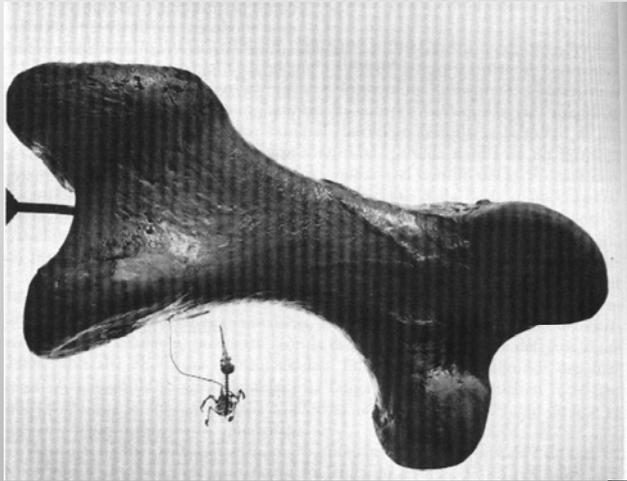
Ley cuadrado-cúbica



Galileo (1564-1642)

Cuando un objeto crece sin cambiar de forma, su superficie crece como el cuadrado de alguna longitud característica (por ej. su altura) mientras que el volumen crece como el cubo de esta cantidad.

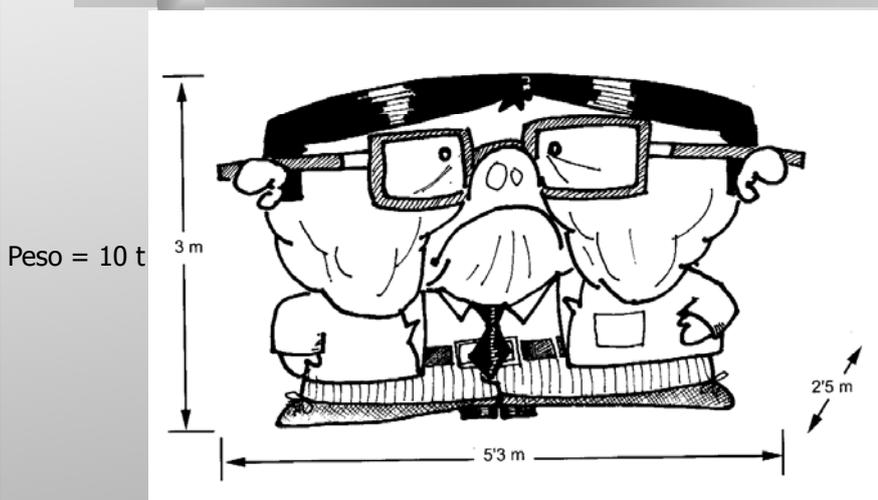
Soluciones... a medida



- Soluciones:
 - Diseño diferente
 - Materiales más resistentes y ligeros
 - Otros lugares (g diferente, medios marinos)



Tierras de gigantes y de enanos





Japón bajo el terror del monstruo (I. Honda, 1954. *Godzilla*)

- Dinosaurio anfibio mutante (!)
- Despertado por una explosión atómica
- *Gojira* = gorila + kujira (ballena)
- $h \cong 120 \text{ m!!!}$
- ¿Leyes de escala? Adiós, adiós ...



King Kong vs Godzilla (I. Honda, 1962)



Quijote y huesos



Don Quijote de la Mancha
(Miguel de Cervantes, 1605, 1615)

- **Geometría** (existencia de **gigantes**):
 - “en la isla de Sicilia se han hallado canillas y espaldas tan grandes que su grandeza manifiesta que fueron gigantes sus dueños, y tan grandes como grandes torres, que la geometría saca esta verdad de duda”.
 - Se refiere a la deducción del tamaño de un ser a partir de la medición de alguna de sus partes. → J. Swift (s. XVIII)
- Uso palabra **algebrista** (II, 15)
 - ¿Matemático experto en álgebra?
 - Especialista en: “arte de restituir a su lugar los huesos dislocados” (imédico traumatólogo!)

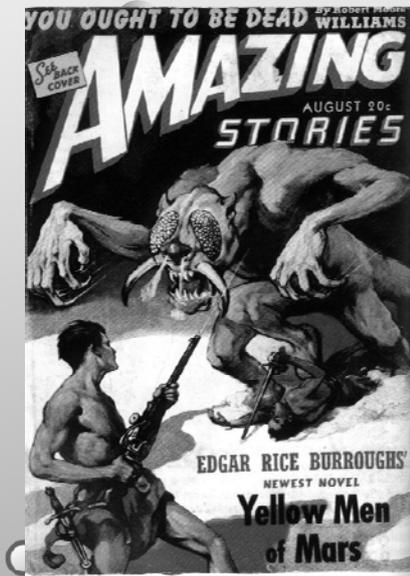
Quijote y los números



Cantidad mayor: **mil millones**

- Cifra desmesurada para los estándares de la época.
- Describe: los encantos de Dulcinea: “mil millones de gracias de su alma” (I, 31).
- **Millón**: remarcar una tarea
 - Para emular a Amadís de Gaula, reza un millón de avemarías (I, 26).
 - » A un ritmo de 1 cada 15 segundos, y sin parar, el piadoso hidalgo emplearía... ¡173 días y 14 horas!

Entornos ecológicos deficientes



- Saga *Una princesa de Marte* (1912), Edgar Rice Burroughs
 - *Banths*: especie depredadora y carnívora marciana pero sin herbívoros que llevarse a la boca...



Entornos coherentes

Avatar (J. Cameron, 2009)

- Pandora, luna del planeta gigante gaseoso Polifemo que orbita alfa Centauro A (4,4 años luz).
- Gravedad: $1/1,7 g_{Tierra}$
- Atmósfera tóxica para los humanos (N₂, O₂, amoníaco, metano, HCN, 18% CO₂, 5,5% xenón. 20% más densa). Presión atmosférica similar.
- Baja gravedad:
 - árboles descomunales: *Árbol de las Almas*, h = 460 m, $\Phi \sim 30$ m. Aunque $S_{Pandora}$ insuficiente para albergar "un billón de árboles" (Dra. Grace).
 - vuelo dragones
 - *Montañas flotantes Aleluya*: campos magnéticos (vórtice) + propiedades *unobtainium* (superconductor).
- Fauna variada: imponentes depredadoras y herbívoros. La presencia de los primeros depende de la existencia de los segundos.
 - Tonalidad azulada *na vi* y seres vivos que usen la fotosíntesis para captar energía de su estrella nodriza \rightarrow tipo espectral F₁ mayor, más brillante y azulada aunque menos longeva que el Sol (aunque alfa Cen A es tipo G).

Tierras de gigantes y de enanos



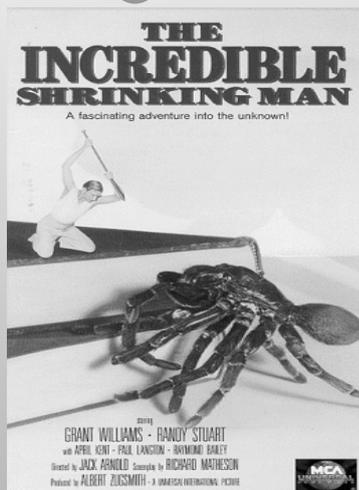
Dr. Cyclops (E. B. Schoedsack, 1940)

- ¿Podrían sobrevivir unos individuos miniaturizados?

→ principio de conservación de la cantidad de movimiento



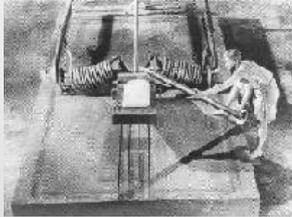
Tierras de gigantes y de enanos



El increíble hombre menguante (J. Arnold, 1957. *The Incredible Shrinking Man*)

→ Efectos en los humanos de los cambios dramáticos en la escala. Excelente ilustración de las dificultades de vivir en un mundo que no está diseñado a nuestra medida.





(1957)

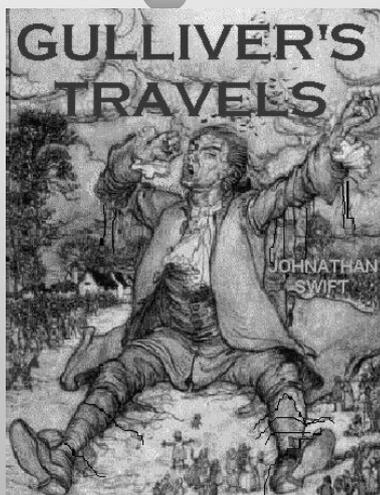


Problemas:

- Supermusculado en exceso
- Para $f = 0,1 \rightarrow V_{\text{cuerpo}} = 10^{-3} \Leftrightarrow S_{\text{pulmones, estómago}} = 10^{-2}$
 - ritmo metabólico 10 veces superior al normal
 - exceso de calor: RIP



Gulliver en Liliput



Viajes de Gulliver (Johnathan Swift, 1726. *Gulliver's Travels*)

- Literatura satírica
- Viaje al reino de *Liliput*:
1 pie (30,5 cm) \rightarrow 1 pulgada (2,54 cm)
 \Leftrightarrow Factor de escala de reducción = 12
- Proporciones geométricas correctas (leyes de escala, Galileo s. XVII)
 - ¿Cuántas veces debe comer más Gulliver que un liliputiense?
 - $V_{\text{Gulliver}} = 12^3 V_{\text{liliputiense}} = 1728$
 - "Trescientos cocineros preparaban mi comida. Alrededor de mi casa estaban montadas cabañas, donde vivían los cocineros con sus familias."



Gulliver en Lilibut



- ¿Qué cantidad de tejido se necesita más para confeccionar un traje en la sastrería lilibutiense?

- $S_{\text{Gulliver}} = 12^2 S_{\text{lilibutiense}} = 144$

“Habían movilizado 300 sastres lilibutienses con la orden de hacer un par de trajes sobre un modelo regional. (Con las prisas del encargo, el trabajo requería el doble de sastres).”

Gulliver en Brobdingnag

- Viaje al reino de *Brobdingnag*:

1 pulgada (2,54 cm) → 1 pie (30,5 cm)

↔ Factor de escala de ampliación = 12



Incorrección:

- Caída de una manzana gigante sobre la espalda de Gulliver. Se levanta como si nada...

- $\text{Peso}_{\text{manzana gigante}} = 12^3 \text{Peso}_{\text{manzana normal}} = 1728 \cdot 50 \text{ g} \approx 86 \text{ kg}$

- Cae desde una altura 12 veces superior:

- $(E_{\text{c manzana normal}} = m g h)$

- $E_{\text{c impacto}} = 12^3 \cdot 12 E_{\text{c manzana normal}} = 20\,736 \text{ veces } E_{\text{c manzana normal}} \approx E_{\text{c proyectil}}$

¿Problemas pequeños?



- Según Swift, **Gulliver** puede vivir uno o dos días con una pata de cordero y un pan payés.
- Los **liliputienses** son **12** veces más pequeños que Gulliver.
- Sus requerimientos alimenticios son $\propto S \Rightarrow 12^2 = 144$ veces menores.
- Pero, como en **Liliput** las patas de cordero y los panes tienen un volumen **12³** veces inferior...
- **¡Deben comer 12 patas de cordero y 12 panes al día!**



Aprisionados por una burbuja



HormigaZ (E. Darnell y T. Johnson, 1998. *AntZ*)



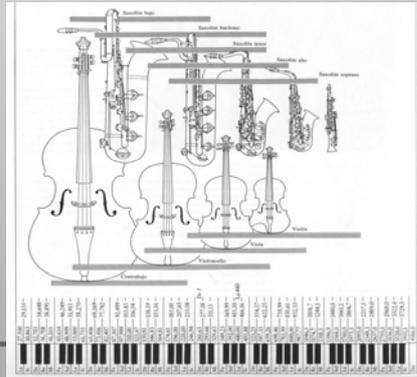
Tierras de gigantes y de enanos



El chip prodigioso (J. Dante, 1987. *InnerSpace*)

→ ¡Miniaturizaciones hasta tamaños moleculares!

- Habla seres diminutos: $v \propto l^{-2}$



Tierras de gigantes y de enanos



Viaje alucinante
(R. Fleischer, 1966. *Fantastic Voyage*)

- Algunos problemas:
 - tensión superficial
 - movimiento browniano
 - ¿cómo respiran?
 - ¿y el microsubmarino?

Conclusión

- La ficción (cine, literatura, cómic) requiere concesiones para explicar una historia, pero el rigor no está reñido con la amenidad.
- Al materializar los sueños y obsesiones de sus creadores, es una magnífica herramienta para la divulgación/comunicación de la tecnociencia. Comparte con ésta:
 - especulación
 - sentido de la maravilla
- Los conceptos y principios físicos ilustrados (y, a menudo violados) en filmes, novelas y cómics de CF se comprenden mejor y se asimilan con mayor facilidad.
- La CF proporciona escenarios atractivos donde aplicar y poner a prueba los principios científicos y la tecnología (tecnociencia).
- La visión inteligente de filmes y la lectura de novelas motiva la reflexión sobre las consecuencias del progreso tecnocientífico. Permite ejercitar un saludable espíritu crítico y escéptico... imprescindible en los tiempos que corren.

“Que la Fuerza te acompañe”

(*Star Wars*, 1979)

Fuerza = masa × aceleración

(Isaac Newton, 1686)

Matemáticas en Acción
Universidad de Cantabria
Santander, 6 de abril de 2011

**De *King Kong* al
hombre menguante:
anumerismo, leyes de
escala y cine**

Manuel Moreno

manuel.moreno@upc.edu

Dep. de Física e Ingeniería Nuclear
Universidad Politécnica de Cataluña

