

**Curso
2011-2012**

Departamento
de Matemáticas,
Estadística
y Computación

MATEMÁTICAS EN ACCIÓN 2011



VICERRECTORADO DE DIFUSIÓN DEL CONOCIMIENTO Y PARTICIPACIÓN SOCIAL

- 1 Día: 19/10/11. Hora: 18:00 / 19:30
Paseo matemático por los medios de comunicación
Raúl Ibáñez, *Dep. Matemáticas, Univ. del País Vasco.*
- 2 Día: 02/11/11. Hora: 18:00 / 19:30
Cuadrivectores: matemáticas para una nueva didáctica de la física
Julio Gómez, *Dep. Física Aplicada, Univ. de Cantabria.*
- 3 Día: 16/11/11. Hora: 18:00 / 19:30
Dimensión: algunas intuiciones físicas y matemáticas
Marco Castrillón, *Dep. Geometría y Topología, Univ. Complutense de Madrid.*
- 4 Día: 30/11/11. Hora: 18:00 / 19:30
GPS y Matemáticas: una experiencia con alumnos de Secundaria
Marlo Floravanti, *Dep. MATESCO, Univ. de Cantabria.*
- 5 Día: 14/12/11. Hora: 18:00 / 19:30
Química y Matemáticas, ¿extraña pareja o binomio inseparable?
Carmen Blanco y Josefina Renedo, *Dep. Ingeniería Química y Química Inorgánica, Univ. de Cantabria.*
- 6 Día: 11/01/12. Hora: 18:00 / 19:30
¡Echen un vistazo a estas partituras!
Ana María Pereira, *Dep. de Matemática y Aplicaciones, Universidade do Minho, Braga.*
- 7 Día: 15/02/12. Hora: 18:00 / 19:30
De las epidemias de cólera a la crisis de los pepinos: haciendo cuentas para buscar las causas de una enfermedad
Francisco Javier Llorca, *Dep. Ciencias Médicas y Quirúrgicas, Univ. de Cantabria.*
- 8 Día: 29/02/12. Hora: 18:00 / 19:30
El juego de la evolución
José Antonio Cuesta, *Dep. Matemáticas, Univ. Carlos III de Madrid.*
- 9 Día: 14/03/12. Hora: 18:00 / 19:30
Glaciaciones y dinámica no lineal
Jesús Ildefonso Díaz, *Dep. Matemática Aplicada, Univ. Complutense de Madrid.*
- 10 Día: 28/03/12. Hora: 18:00 / 19:30
Matemáticas
Carlos Vinuesa, *DPMMS, University of Cambridge (becario de la Fundación Ramón Areces).*
- 11 Día: 18/04/12. Hora: 18:00 / 19:30
Las matemáticas escondidas
Emiliano Gómez, *Dep. of Mathematics, Univ. of California, Berkeley.*
- 12 Día: 02/05/12. Hora: 18:00 / 19:30
¿Dónde estaría nuestra sociedad sin optimización?
Pablo Pedregal, *Dep. Matemáticas, Univ. de Castilla-La Mancha.*
- 13 Día: 16/05/12. Hora: 18:00 / 19:30
Aproximaciones y contribuciones de la Matemática y la Estadística al diagnóstico del medio ambiente acuático
José Antonio Juanes, *Instituto de Hidráulica Ambiental, Univ. de Cantabria.*
- 14 Día: 30/05/12. Hora: 18:00 / 19:30
Una propuesta arquitectónica como puente entre literatura y geometría
María Francisca Blanco, *Dep. Matemática Aplicada, Univ. de Valladolid.*

GPS y Matemáticas: una experiencia con alumnos de Secundaria



Campus Científicos de Verano

Cantabria Campus Internacional

Julio 2010

Cecilia Valero

Alejandro Piñera

Juan Martín

Roberto Gallegos

Mario Fioravanti

Julio 2011

Luis F. Tabera

Francisco Santos

Claudia Lázaro

Isabel Gómez

Maria José Fuente

Mario Fioravanti

GPS y Matemáticas ...

o La importancia de los relojes

- Campus de Verano
- Nuestro proyecto
- GPS
- Los cronómetros
- Instrumentos de Navegación
- Los Mapas



Campus Científicos de Verano

- **Objetivos:**

- Potenciar las capacidades de los alumnos que demuestran unas especiales habilidades en el ámbito científico-tecnológico.
- Estimular las vocaciones científicas.

- **Participantes:**

60 alumnos de distintos lugares de España

Dos primeras semanas de julio: 30 alumnos de 4º de ESO

Dos últimas semanas: 30 alumnos de 1º de Bachillerato

- **Actividad:**

Cada alumno trabaja en dos proyectos científicos de una semana, en grupos de 7 u 8 alumnos.



Campus Científicos de Verano

- **Dónde:**

<http://www.campuscientificos.es/>

En 2010: 6 universidades.

En 2011: 20 universidades

[Barcelona Knowledge Campus](#)

[Campus Catalunya Sud](#)

[Campus UAM](#)

[Campus Ad futurum](#)

[Campus de Montegancedo](#)

[Campus Vida](#)

[Campus Agroalimentario](#)

[Campus do Mar](#)

[Campus VLC](#)

[Campus Andalucía TECH](#)

[Campus Energía UPC](#)

[Cantabria Campus Internacional](#)

[Campus Atlántico Tricontinental](#)

[Campus Iberus](#)

[Euskampus](#)

[Campus BioTic](#)

[Campus Mare Nostrum](#)

[Studii Salmantini](#)

[Campus Carlos III](#)

[Campus Moncloa](#)

Almería, Autónoma de Madrid, Barcelona, Cantabria, Carlos III, Complutense de Madrid, Granada, Las Palmas, Murcia, Oviedo, País Vasco, Politécnica de Cataluña, Politécnica de Madrid, Rovira i Virgili, Salamanca, Santiago de Compostela, Sevilla, Valencia, Vigo y Zaragoza.

- 4 proyectos en cada universidad



MATEMÁTICAS EN ACCIÓN 2011



En la Universidad de Cantabria

- ¿Qué se puede medir con la luz?
- GPS y otros métodos de localización
- Explorando la estructura de la materia cristalina y sus simetrías
- Estudio de sistemas solares con dos estrellas

FACULTAD DE CIENCIAS

<http://campuscientifico.unican.es/>



Por la mañana Ciencia y por la tarde ... turismo, cultura, deporte y más
Museo Marítimo, Tocar la Ciencia, Visita al IFCA, Neocueva y Santillana,
floorbal, badminton, bautismo de surf, El Soplao.

Conferencias: Mirando con ojos matemáticos, F. Etayo

La Astronomía, ciencia y tecnología del S. XXI, X. Barcons

Nuestro proyecto

Positioning on Earth and in Space

Introducción: Los métodos tradicionales de navegación, GPS y Galileo, la importancia de los mapas.

Mediciones con sextante.

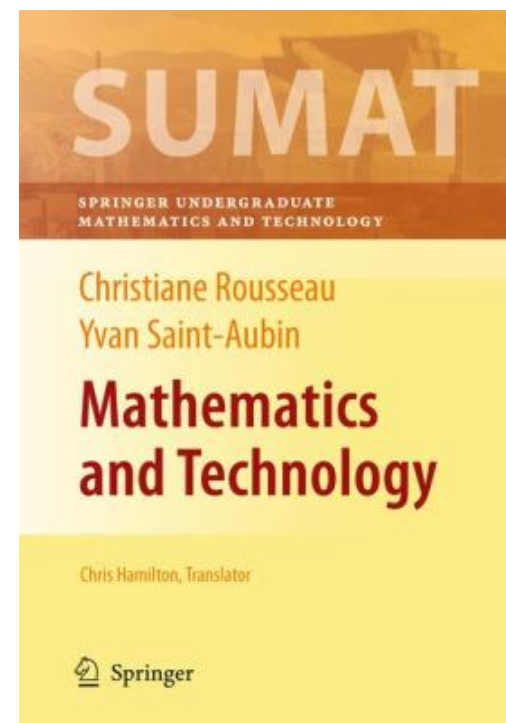
GPS. La teoría que hay detrás: Cálculo de la posición con tres satélites. El sistema y su solución. Elección del sistema de coordenadas.

La sincronización de los relojes.

Cartografía.

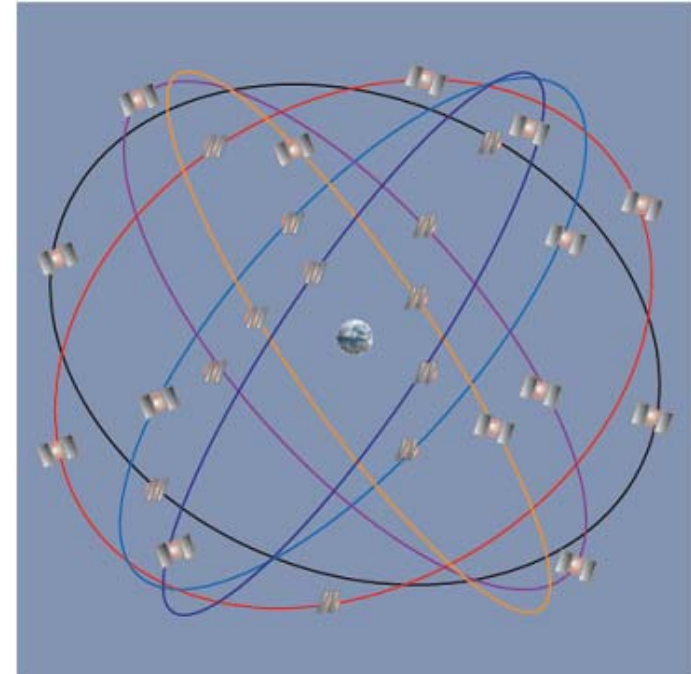
Mediciones con teodolito.

Visita al Centro Tecnológico de Componentes.

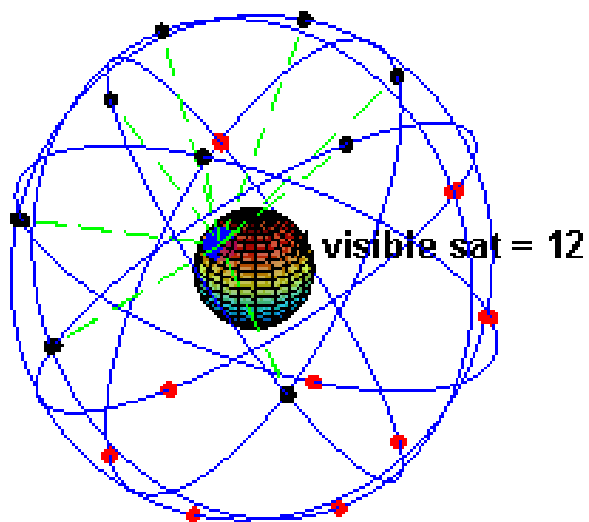


GPS (Global Positioning System)

- Sistema de radionavegación basado en una constelación de 24 satélites denominada Navstar.
- Los primeros 11 se lanzaron entre 1978 y 1985. En 1993 se declaró con capacidad operativa 'inicial' y en 1995 con capacidad operativa 'total'.
- Distribuidos en 6 planos orbitales con 4 satélites cada uno.
Altitud: 20200 km
Período: 11 h 58 min
- La posición de todos los satélites es conocida en todo momento.



- Una estación principal, 5 estaciones de control y 4 antenas en la Tierra.



- Al menos 6 satélites son visibles desde cualquier punto de la Tierra.

El cálculo de la posición

- Cada satélite emite una señal con varios datos entre los que se incluye su posición y la hora en que se ha emitido la señal.
- La señal viaja a la velocidad de la luz.
- El receptor calcula la distancia a la que se encuentra el satélite.

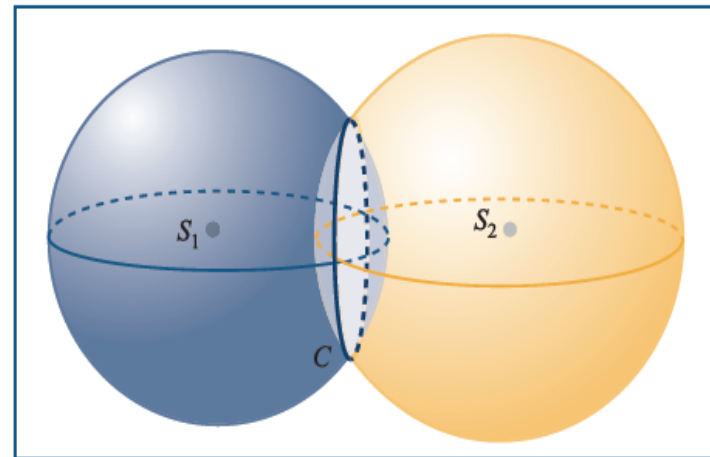
El receptor se encuentra en la esfera con centro en el satélite y radio ct_i

c es la velocidad de la luz

t_i es el tiempo que ha tardado en llegar la señal

Dos satélites: dos esferas.

Tres satélites: tres esferas.



Una figura en dos dimensiones

Las ecuaciones

Las posiciones de los tres satélites: (a_i, b_i, c_i) , $i = 1, 2, 3$.

$$\begin{aligned}(x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 + (z - c_1)^2 &= r_1^2 = c^2 t_1^2, \\(x - a_2)^2 + (y - b_2)^2 + (z - c_2)^2 &= r_2^2 = c^2 t_2^2, \\(x - a_3)^2 + (y - b_3)^2 + (z - c_3)^2 &= r_3^2 = c^2 t_3^2.\end{aligned}$$

$$2(a_3 - a_1)x + 2(b_3 - b_1)y + 2(c_3 - c_1)z = A_1, \quad (1)$$

$$2(a_3 - a_2)x + 2(b_3 - b_2)y + 2(c_3 - c_2)z = A_2, \quad (2)$$

$$(x - a_3)^2 + (y - b_3)^2 + (z - c_3)^2 = r_3^2 = c^2 t_3^2. \quad (3)$$

$$A_1 = c^2(t_1^2 - t_3^2) + (a_3^2 - a_1^2) + (b_3^2 - b_1^2) + (c_3^2 - c_1^2),$$

$$A_2 = c^2(t_2^2 - t_3^2) + (a_3^2 - a_2^2) + (b_3^2 - b_2^2) + (c_3^2 - c_2^2).$$

Como nunca hay tres satélites alineados, las ecuaciones lineales (1) y (2) permiten resolver dos de las variables en función de la tercera y luego reemplazar en la ecuación de segundo grado (3).

Las coordenadas

- El centro de coordenadas es el centro de la Tierra
- El eje z pasa por los polos y está orientado hacia el norte
- Los ejes x e y están en el plano ecuatorial: el eje x positivo pasa por el meridiano de longitud 0 y el eje y positivo por el de longitud 90° oeste

Como el radio R de la Tierra es aproximadamente 6365 km., una solución (x, y, z) es aceptable si $x^2 + y^2 + z^2 \approx (6365 \pm 50)$

Estas coordenadas se transforman en
longitud φ , latitud θ y
distancia al centro de la Tierra ρ

La altitud con respecto al
nivel del mar es $h = \rho - R$

$$\begin{aligned}x &= \rho \cos \varphi \cos \theta \\y &= \rho \sin \varphi \cos \theta \\z &= \rho \sin \theta\end{aligned}$$

Pero la Tierra no es una esfera

Es lo que se conoce como **geoide**.

El geoide se aproxima con un elipsoide de revolución.

El elipsoide de referencia que usa el GPS es el **WGS – 84** (World Geodetic System):

Semieje mayor: $a = 6.378.137 \text{ m}$

Semieje menor: $b = 6.356.752,3142 \text{ m}$

Achatamiento: $(a - b)/a = 1/298,257223563$

Se puede utilizar la **latitud geodésica** que es el ángulo que forma la normal al elipsoide con el plano del Ecuador, o la **latitud geocéntrica** que es el ángulo que forma la semirrecta desde el centro de la Tierra con el plano del Ecuador.

El problema de los relojes

Los satélites tienen relojes atómicos, pero los receptores GPS tienen relojes más baratos y mucho menos precisos. Los relojes de los satélites están perfectamente sincronizados, pero el reloj del receptor no, en general.

Una diferencia de una milésima de segundo, a la velocidad de la luz, se traduce en un error de 300 km.

El tiempo que se calcula en el receptor es

$$T_i = [\text{tiempo de llegada medido en el reloj del receptor}] - [\text{tiempo de emisión de la señal medido en el reloj del satélite}]$$

Pero el error $\tau = T_i - t_i$ es el mismo para todos los satélites. Se utiliza un cuarto satélite, obteniendo una cuarta ecuación y una nueva variable τ .

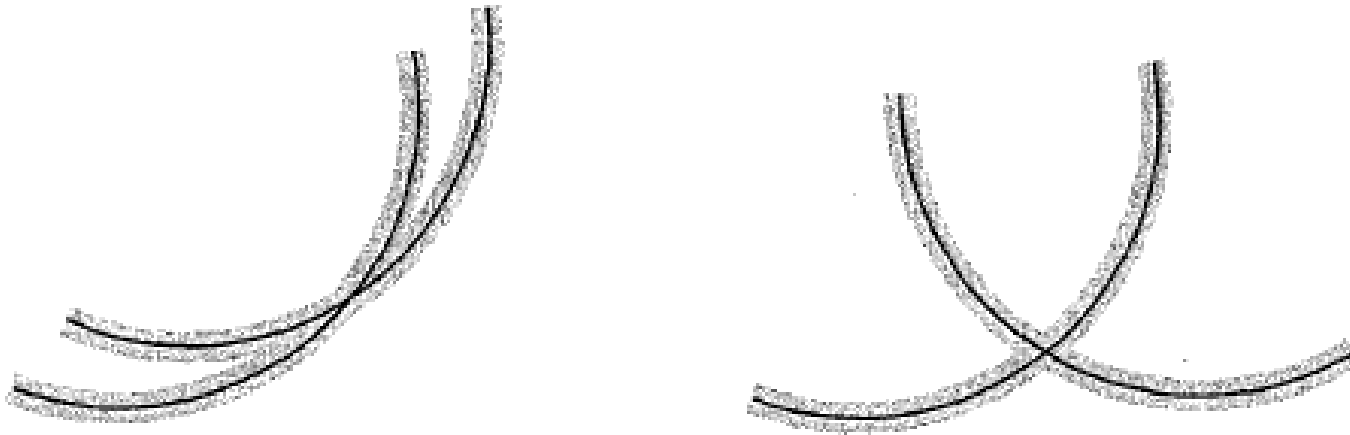
$$\begin{aligned}(x - a_1)^2 + (y - b_1)^2 + (z - c_1)^2 &= c^2(T_1 - \tau)^2, \\(x - a_2)^2 + (y - b_2)^2 + (z - c_2)^2 &= c^2(T_2 - \tau)^2, \\(x - a_3)^2 + (y - b_3)^2 + (z - c_3)^2 &= c^2(T_3 - \tau)^2, \\(x - a_4)^2 + (y - b_4)^2 + (z - c_4)^2 &= c^2(T_4 - \tau)^2.\end{aligned}$$

Para resolver el sistema se procede como antes para obtener tres ecuaciones lineales y una ecuación cuadrática.

El sistema de tres ecuaciones lineales está determinado porque los cuatro satélites no son coplanares.

¿Cuales satélites se escogen?

Si se ven más de cuatro satélites conviene elegir los cuatro que minimizan el error. Como las mediciones no son exactas, podemos pensar en la superficie de cada esfera como si tuviera espesor.



Cuanto más cercano es el ángulo de intersección a 90° , menor es la región de intersección.

Otras correcciones

- La velocidad de la luz en la atmósfera no es exactamente la misma que en el vacío (299792.458 m/s). La velocidad de la luz a través de un medio que no sea el vacío depende de sus propiedades eléctricas y magnéticas y de otras características.
- La velocidad de los satélites con respecto a la Tierra es suficientemente alta para producir, según la teoría de la relatividad espacial, unos pequeños retrasos en los relojes, con respecto a los de la Tierra.

Usos del GPS

El sistema GPS ha sido desarrollado, instalado y es administrado por el Departamento de Defensa de EEUU.

El objetivo inicial y principal es militar.

Oficialmente se anuncia una precisión de 15 m pero en la práctica se obtienen entre 2,5 y 3 m el 95% del tiempo.

- Navegación terrestre, marítima y aérea
- Sincronización de relojes
- Telefonía móvil
- Topografía y geodesia
- Localización de vehículos o personas
- Guía de personas con dificultades o pérdida de la visión
- Reducción del tamaño de corredores aéreos
- Determinación de variaciones en el relieve terrestre

Otros sistemas

	GPS	GLONASS	GALILEO
Satélites	24 (30)	24	30
Planos	6 planos a 55°	3 planos a 64.8°	3 planos a 56°
Períodos	11h 58m 02s	11h 15m 45s	14h 21m 36s
Semieje	26560 km	25440 km	29990 km
Servicios	Civil Militar	Civil Militar	Abierto SoL Comercial PublicRegulated Search & Rescue

La navegación

Herodoto:

Los fenicios usaban la Estrella Polar para transportar por barco cargas de estaño desde Cornwall hasta Fenicia en el 600 a. C.

Marinos fenicios habían bordeado África, desde el Este, observando el Sol a su derecha mientras navegaban, lo cual significaba que estaban en el hemisferio sur.

Homero en la Odisea:

De como la Diosa instruyó a Ulises para que dejara la Osa Mayor cuando regresara de la isla donde vivía Calipso:

“Con aquel dulce viento, gozándose, Ulises divino desplegó su velamen; sentado, rigió con destreza el timón; no bajaba a sus ojos el sueño, velaba a las Pléyades vuelto, al Boyero al ocaso tardío y a la Osa, a la que otros dan el nombre del Carro y que gira sin dejar su lugar al acecho de Orión; solo ella entre todos los astros no bajaba a bañarse al océano. La divina entre las diosas, Calipso, dejó dicho a Ulises que arrumbase llevándola siempre a su izquierda.”



Odiseo y Calipso, de Arnold Böcklin, 1883.

Calipso es la bella hija del titán Atlas, que reinaba en la hermosa isla de Ogigia.

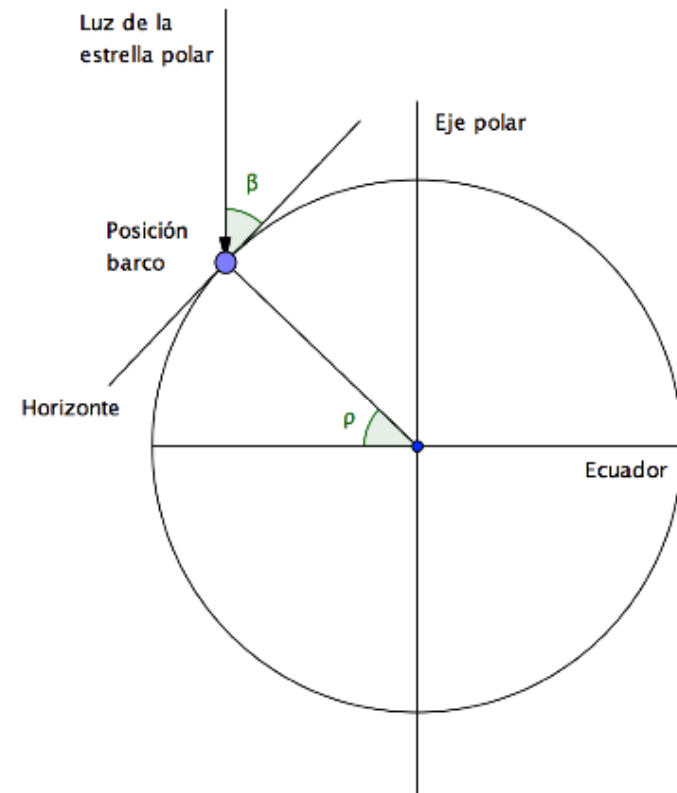
No existen referencias hasta el siglo XII del uso del **compás** magnético. Presumiblemente fue un invento de los chinos que los usaban para navegar por los mares de la India, donde enseñaron su uso a los árabes y estos más tarde lo enseñaron a los navegantes del Mediterráneo.

En **1455**, **Alvice de Cadamosto** (al servicio de Enrique el Navegante), observó que, en ocasiones, la Estrella Polar desaparecía por debajo del horizonte y aparecían en su lugar las estrellas de la **Cruz del Sur**.

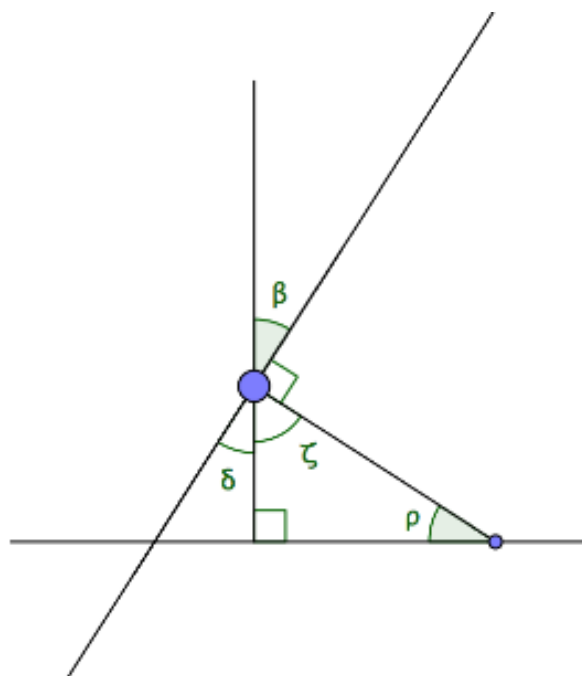
Determinación de la latitud

SI SE OBSERVA LA ESTRELLA POLAR

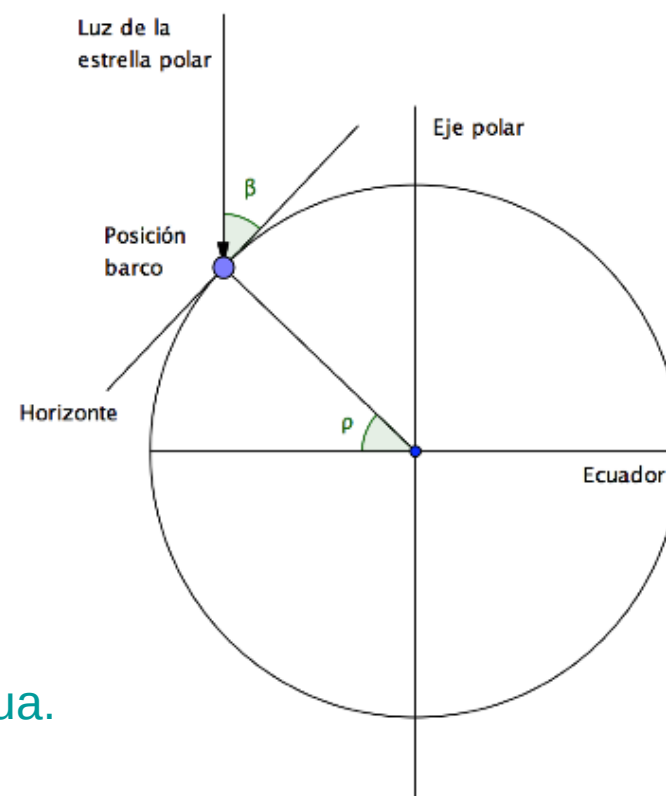
Si se mide el ángulo que forma esa estrella con el horizonte (β en la figura) se tendrá la latitud (ρ en la figura) en la que se encuentra, por ejemplo, un barco.



POR LA ESTRELLA POLAR

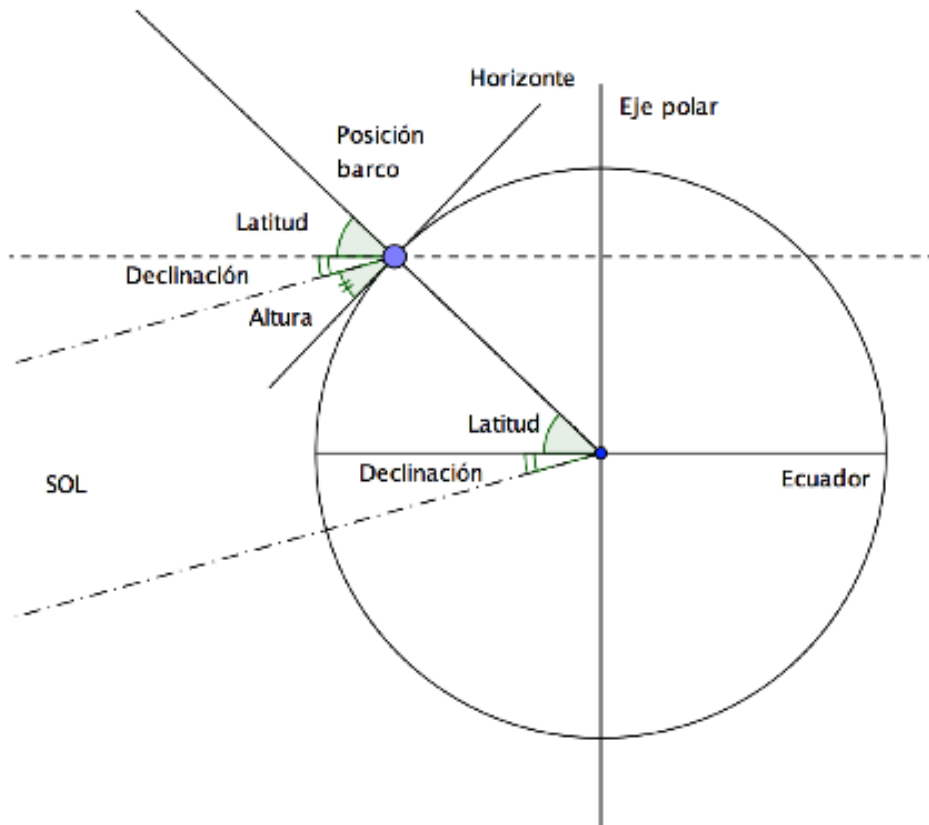


Ejercicio, para la evaluación continua.
¡Entra en el examen!



Determinación de la latitud

SI SE OBSERVA EL SOL

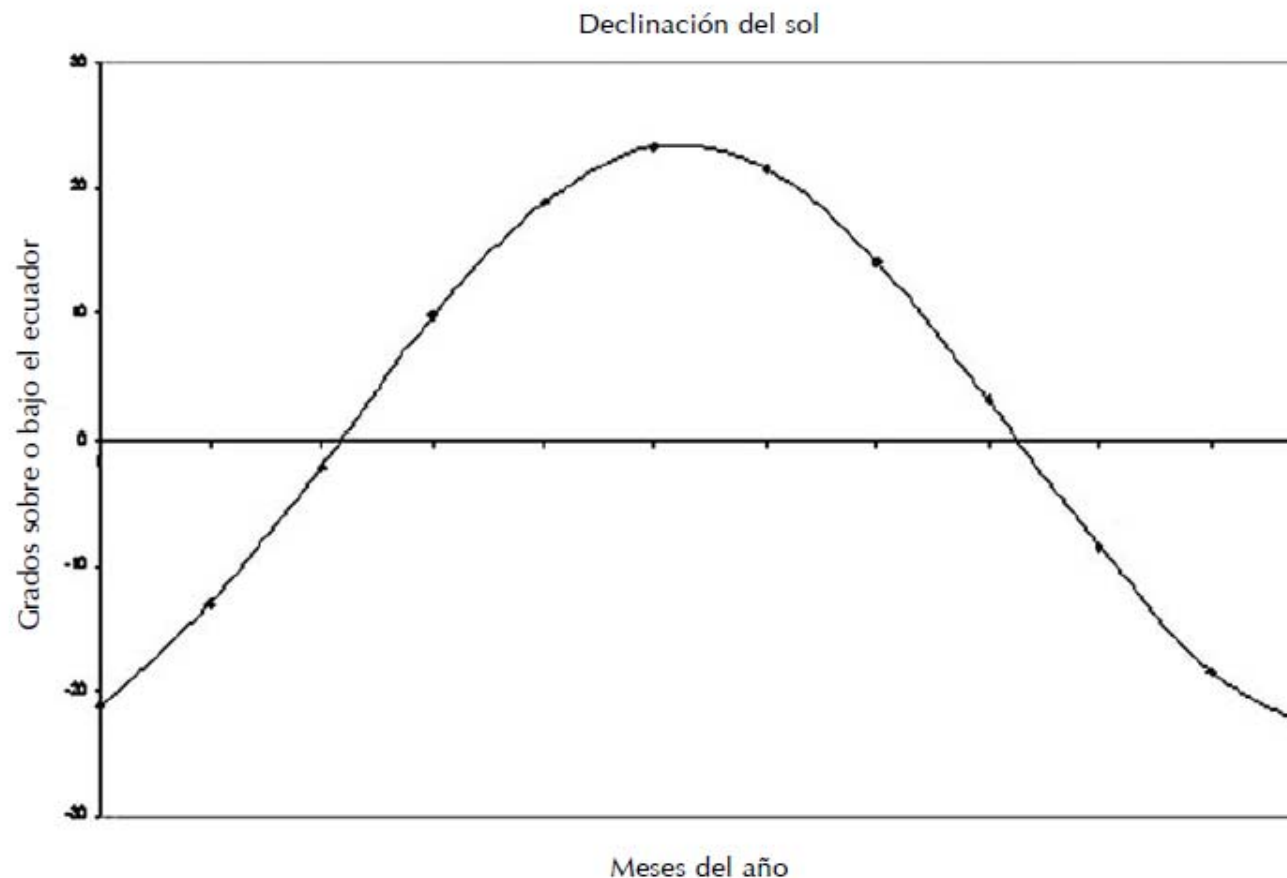


Dificultad añadida

Para determinar la latitud de un punto, se necesita conocer la declinación del Sol en cada momento del año y su altura sobre el horizonte a mediodía.

$$\text{Latitud} = 90^\circ - \text{Declinación} - \text{Altura}$$

La variación de la declinación



La declinación viene recogida en tablas, pero está referida al meridiano de Greenwich (meridiano de referencia desde 1884 –1911 en Francia –).

<http://www.rodamedia.com/navastro/online/javascripts/datosol/datosol.htm>

Determinación de la longitud

Hallar la longitud mediante los astros es mucho más complicado y requiere la resolución de un triángulo esférico.

En 1598, durante el reinado de Felipe III se convocó un concurso con un premio de seis mil ducados de renta perpetua, más dos mil de ayuda, para quien ideara un método para calcular la longitud. Uno de los concursantes fue Galileo, quien aspiró al premio cuatro veces entre 1612 y 1632.

Terribles naufragios se produjeron por errores en la medida de la longitud.

El gran problema para determinar la longitud es la medida del tiempo.

Si sabemos la hora en el meridiano de Greenwich, cuándo es mediodía en nuestra posición, podemos calcular la longitud: 1 hora de diferencia son 15 grados.



El cronómetro

En el siglo XVIII los mejores relojes podían dar la hora con un error de uno o dos minutos, en tierra. En el mar, los movimientos y sacudidas producían errores diarios de 5 o 10 minutos, lo que después de varios días de navegación puede resultar en un error de cientos de kilómetros.

En 1714 el Parlamento Británico ofreció un premio de 20.000 libras a quien consiguiera una precisión de navegación de 30 millas náuticas después de seis semanas en la mar. John Harrison diseñó en 1761 un cronómetro que perdía menos de un segundo por día. En un viaje de Londres a Jamaica, de casi tres meses, perdió menos de un minuto y obtuvo una precisión de 20 millas náuticas.

Desde ese momento, el sextante (para medir la altura de los astros) y el cronómetro fueron los instrumentos de la navegación, hasta la aparición de la radionavegación en el siglo XX.





Cronómetro marino de John Arnold

James Cook llevó relojes de Arnold en sus viajes a la Antártida y el Pacífico Sur

TRAITÉ DES HORLOGES MARINES,

CONTENANT
LA THÉORIE, LA CONSTRUCTION,
LA MAIN-D'ŒUVRE DE CES MACHINES,
ET LA MANIÈRE DE LES ÉPROUVER,
POUR PARVENIR, PAR LEUR MOYEN, A LA RECTIFICATION DES CARTES MARINES,
ET A LA DÉTERMINATION DES LONGITUDES EN MER;

AVEC FIGURES EN TAILLE-DOUCE.

Dédié à SA MAJESTÉ, & publié par ses ordres.

Par M. FERDINAND BERTHOUD, Horloger Mécanicien de Roi & de la
Mars, ayant l'inspection de la construction des Horloges Marines,
Membre de la Société Royale de Londres.



A PARIS.

Chez J. B. G. MUSEL fils, Libraire, Quai des Augustins, à S. Etienne.

M DCC. LXXIII.

VOYAGE FAIT PAR ORDRE DU ROI EN 1768 ET 1769, À DIFFÉRENTES PARTIES DU MONDE, Pour éprouver en mer les HORLOGES MARINES INVENTÉES PAR M. FERDINAND BERTHOUD.

SECONDE PARTIE,
CONTENANT

1.^o Le RECUEIL DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES faites dans le cours de l'Épave, tant
à la mer qu'à terre, avec plusieurs Tables générales relatives à ce travail.
2.^o Un APPENDICE, dans lequel sont contenues diverses instructions sur la manière d'employer les
Horloges Marines à la détermination des Longitudes, auxquelles on a joint sous les modes du Calcul, quelques
Méthodes pour corriger la Latitude en mer, avec un recueil de Tables relatives.

PUBLIÉ PAR ORDRE DU ROI.

Par M. VÉTUL DE FLEURIEU, Esq. des Vaisseaux de Sa Majesté, de l'Académie
Royale de Marine, & de celle des Sciences, Belles-Lettres & Arts de Lyon.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

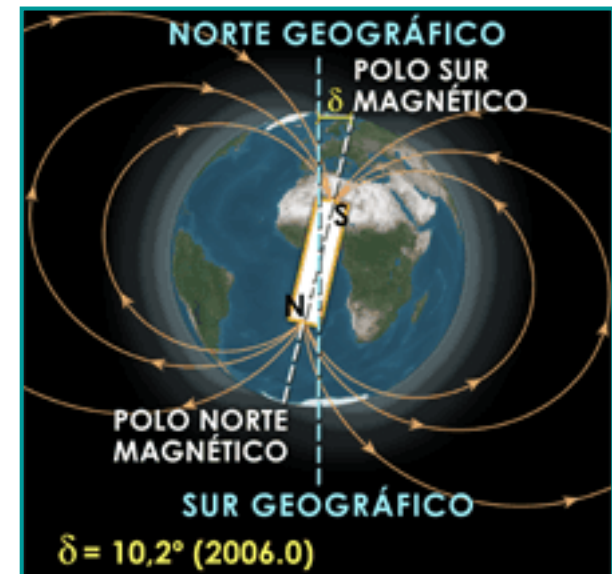
M DCCCLXXIII.

Instrumentos de navegación



El compás marino

- La más antigua referencia al magnetismo en la literatura china se encuentra en un libro del siglo IV llamado "*Libro del jefe del valle de los demonios*".
- El "*Ensayo del tesoro de los sueños*" escrito por Shen Kuo hacia 1086, contenía una descripción detallada de cómo los geomantes magnetizaron una aguja frotando su punta con magnetita, y colgando la aguja magnética con una fibra de seda con un poco de cera pegada en el centro de la aguja. Shen Kuo dice que una aguja preparada de este modo algunas veces apunta hacia el norte y otras hacia el sur.
- Se orienta según el meridiano magnético del lugar, indicando la dirección del norte magnético. Esta dirección difiere de la del norte verdadero en un valor llamado declinación magnética.



El astrolabio

El nombre del Astrolabio proviene de la palabra griega "Astro", que significa estrella, y de la palabra "Labio", que viene a significar "el que busca".



Permite:

- determinar la posición de las estrellas sobre la bóveda celeste y observar su movimiento,
- resolver otros problemas como la determinación de la hora del día o de la noche mediante la observación del Sol sobre el horizonte o la determinación de la hora de salida de las estrellas.

Los primeros astrolabios eran esféricos.

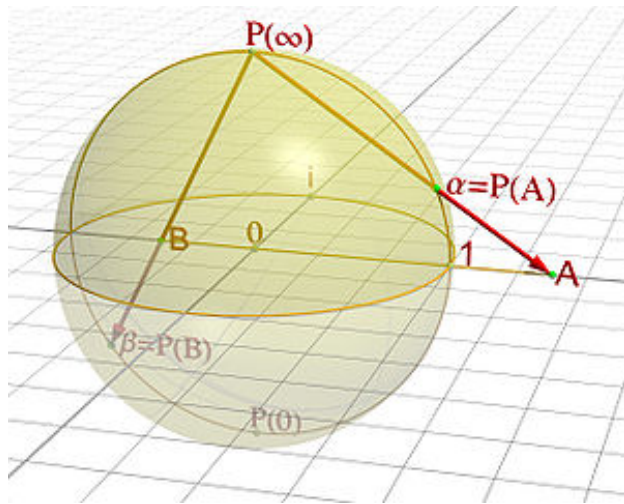
ASTROLABIO ASTRONÓMICO

ASTROLABIO NÁUTICO

Astrolabio ASTRONÓMICO

Una de las piezas, colocada en medio de un disco representa un planisferio celeste (transparente), para cuya construcción se emplea la proyección estereográfica

Un segundo disco, denominado red, superpuesto al primero, sirve como mapa de las estrellas más brillantes.

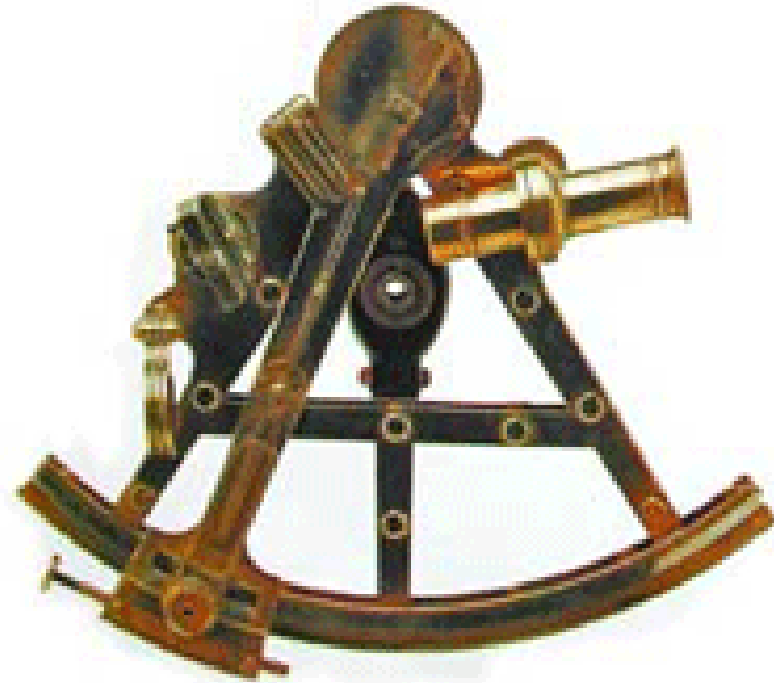


<http://gaussianos.com/la-proyeccion-estereografica>

El sextante

Instrumento que permite medir ángulos entre dos objetos tales como dos puntos de una costa o un astro -tradicionalmente el Sol- y el horizonte.

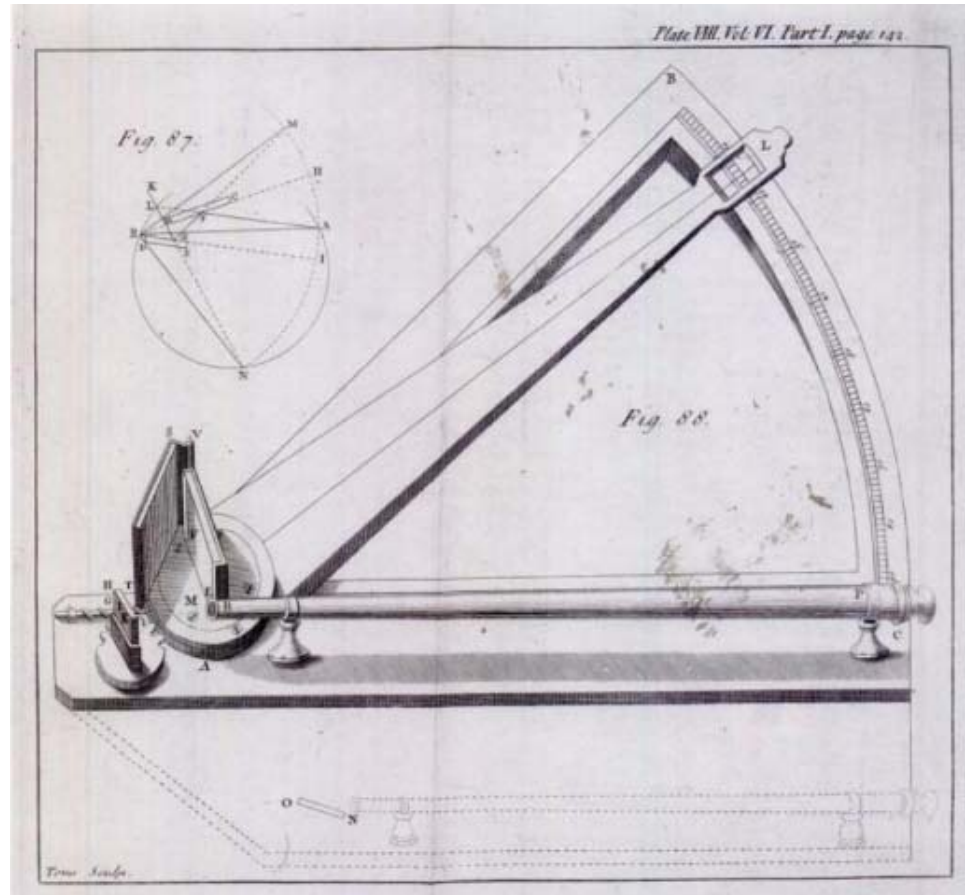
Reemplazó al astrolabio por tener mayor precisión



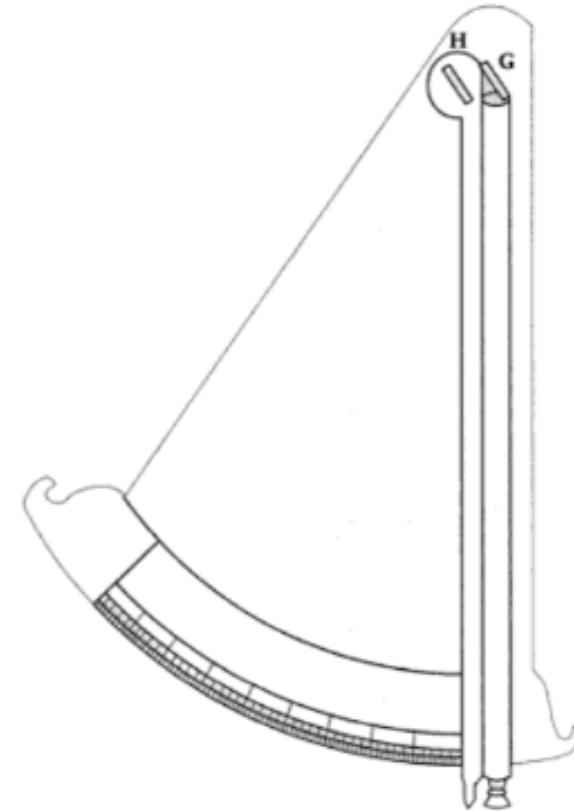
Thomas Godfrey, John Hadley, 1730.

[Cuadrante (Davis, 1590), Octante (Hadley, 1731)]

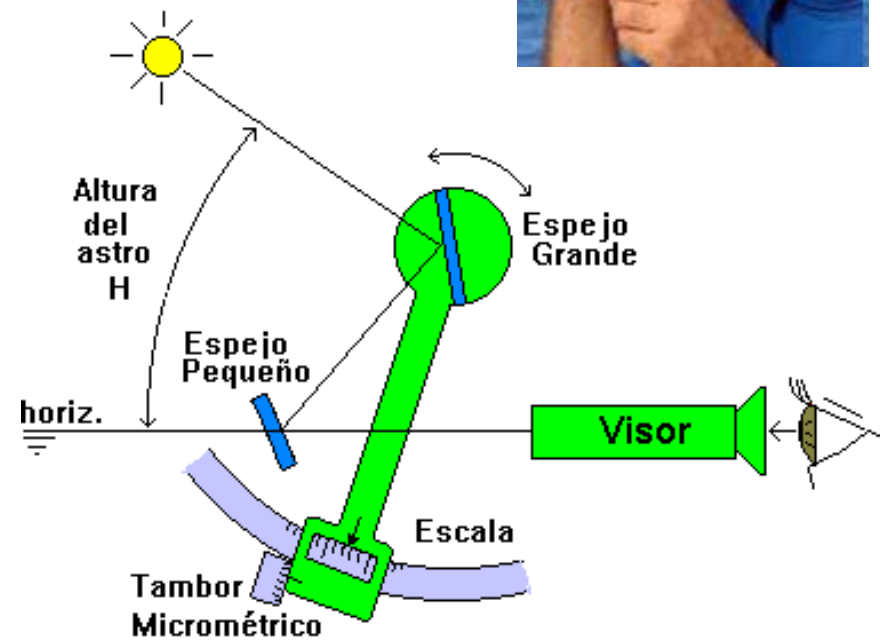
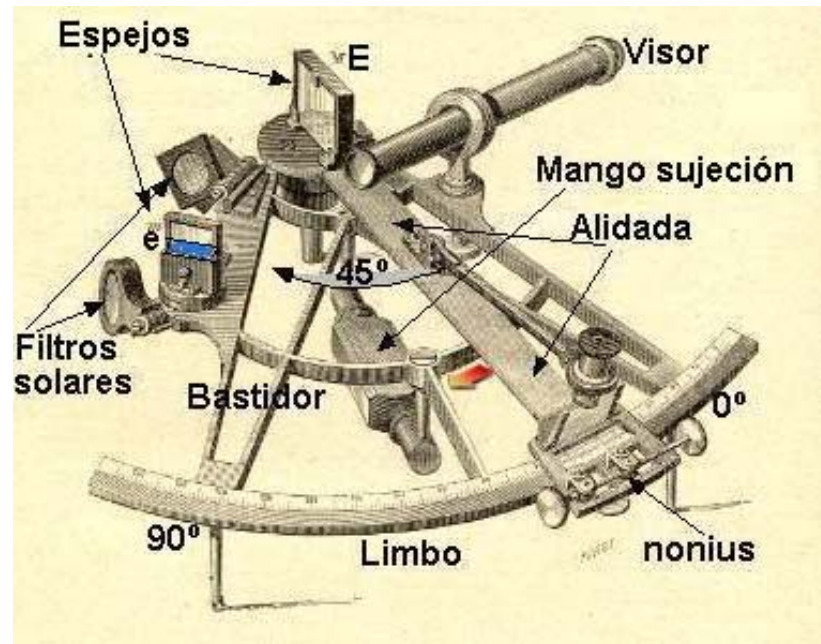
Primer instrumento de Hadley



Instrumento de reflexión de Newton



El sextante



Figuras tomadas de:

<http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/fisicaInteractiva/OptGeometrica/EspejoPlano/sextante/Sextante.htm>

Usando el sextante

El sextante

El ángulo de rotación del espejo grande (index glass) es la mitad del ángulo medido, pero la escala está calibrada para que se pueda leer directamente, sin necesidad de hacer conversiones.

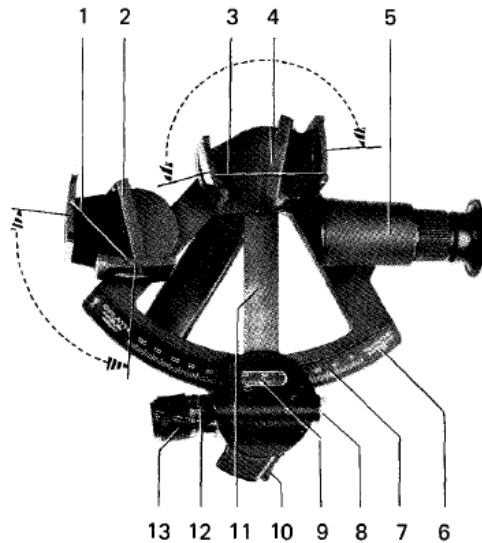
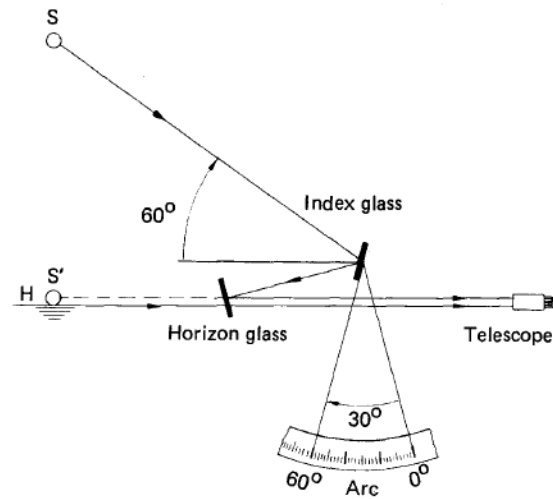


Fig. 2 The Main Parts of " NAVISTAR professional "

- | | |
|------------------------|----------------------------------|
| 1 Horizon glass shades | 8 Push - button (illumination) |
| 2 Horizon glass | 9 Index mark |
| 3 Index glass shades | 10 Quick release lever |
| 4 Index glass | 11 Index lever |
| 5 Telescope | 12 Vernier scale |
| 6 Serial number | 13 Micrometer drum |
| 7 Limb | |



11 minutos

y 6 décimas

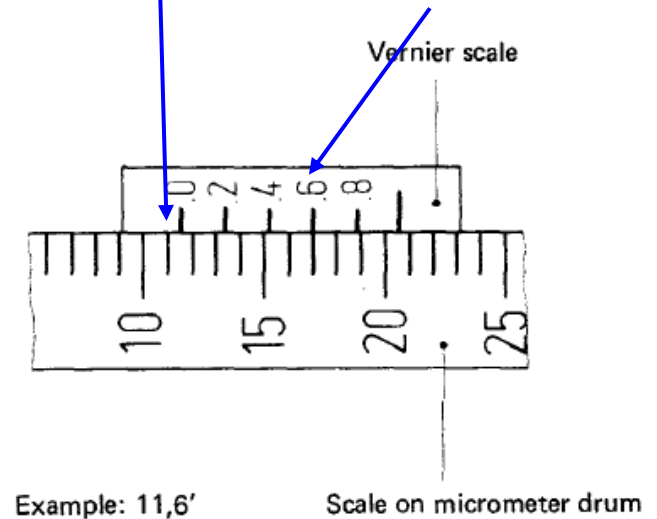
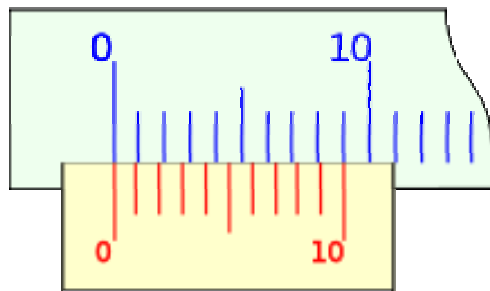


Fig. 3 Reading the Vernier Scale

<http://es.wikipedia.org/wiki/Nonio>

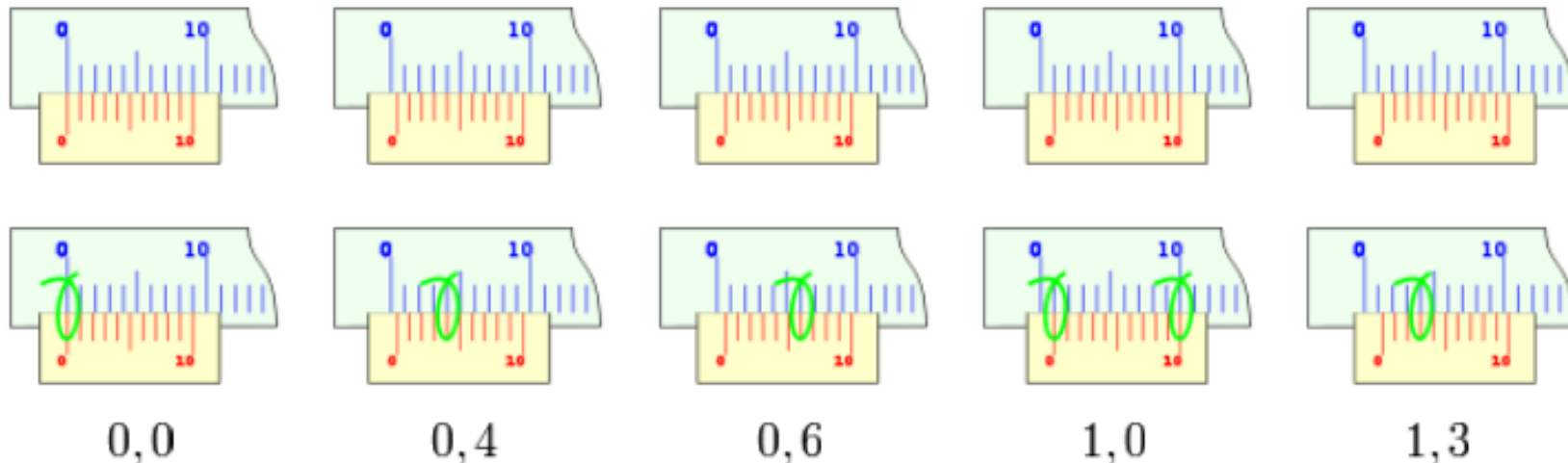
El nonio o vernier

Inventado en 1514 por Pedro Nunes (Petrus Nonius) un matemático, astrónomo y geógrafo portugués.



Se usa para medir las décimas.

Se divide el intervalo 0 – 9 en 10 partes iguales.



La radionavegación

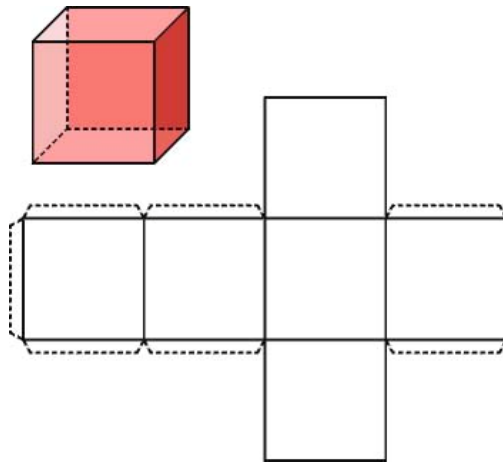
- J. C. **Maxwell** publica en 1873, *Treatise on Electricity and Magnetism*: predice la existencia de ondas electromagnéticas.
- H. **Hertz** comprueba su existencia en 1887.
- **Marconi**, 1901 emite ondas de radio que son oídas en Inglaterra y Terranova. Se perfeccionan las antenas.
- La radionavegación es un método para calcular la posición de un barco, aeronave o usuario por la recepción de señales de radio emitidas desde tierra: **LORAN-C** y **Omega**.
- El sistema **CONSOL** es un sistema radial desarrollado por los alemanes durante la 2da Guerra Mundial, con un alcance de unos 1000 km.
- Para conseguir mayor cobertura y suficiente precisión se piensa en llevar los transmisores en satélites artificiales. En 1959, mediante el satélite Vanguard se comprobó que la **frecuencia Doppler** variaba en función de la posición del observador. Este fenómeno fue la base del sistema **Transit** desarrollado por la Marina de EEUU.

Los sistemas hiperbólicos

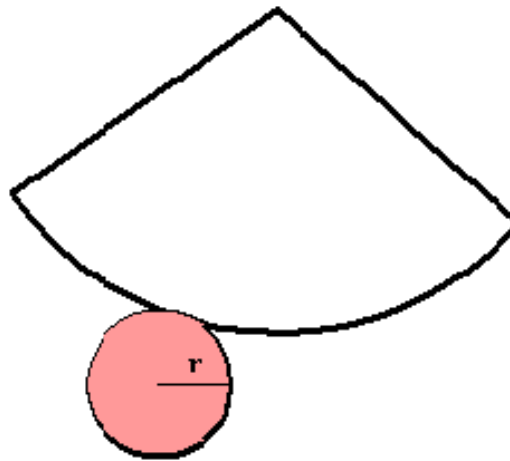
- Se basan en la medida de la diferencia en el tiempo de llegada de las ondas electromagnéticas procedentes de dos transmisores al receptor: el lugar geométrico de los puntos con igual retardo es una hipérbola.
- El sistema **LORAN** (Low Range Navigation) es un sistema hiperbólico de larga distancia que se desarrolló durante la 2da Guerra. Las sucesivas versiones son A, B, C y D. Los más usados: LORAN-A y LORAN-C.
- **LORAN-A** usa tres estaciones, una maestra y dos auxiliares. **LORAN-C** consigue una mayor precisión que el LORAN-A.
- El **Omega** es un sistema de navegación hiperbólica desarrollado en la Universidad de Harvard. Tiene 8 estaciones distribuidas sobre la superficie terrestre. La propagación se realiza entre la Tierra y la ionosfera. Las estaciones están sincronizadas mediante relojes de cesio. Operativo en 1971.
- Sistemas Radar (radio detection and ranging): un controlador sigue la trayectoria del móvil y le da su posición o envía las instrucciones para corregir su trayectoria.

Cartografía - Proyecciones

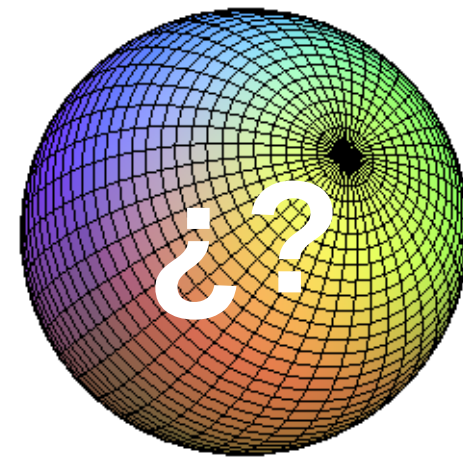
Al ser La Tierra casi esférica, no es posible representarla sobre un plano, a escala, pues la esfera es una figura geométrica que no se puede desarrollar (transformar en plano, como si se puede hacer con un cono, un cilindro, o un poliedro). Para representar la esfera terrestre se debe escoger un método de proyección. Estos métodos son muy variados y debemos conocer sus propiedades para poder decidir cuál es el que más nos conviene para el fin para el que queremos utilizar el mapa.



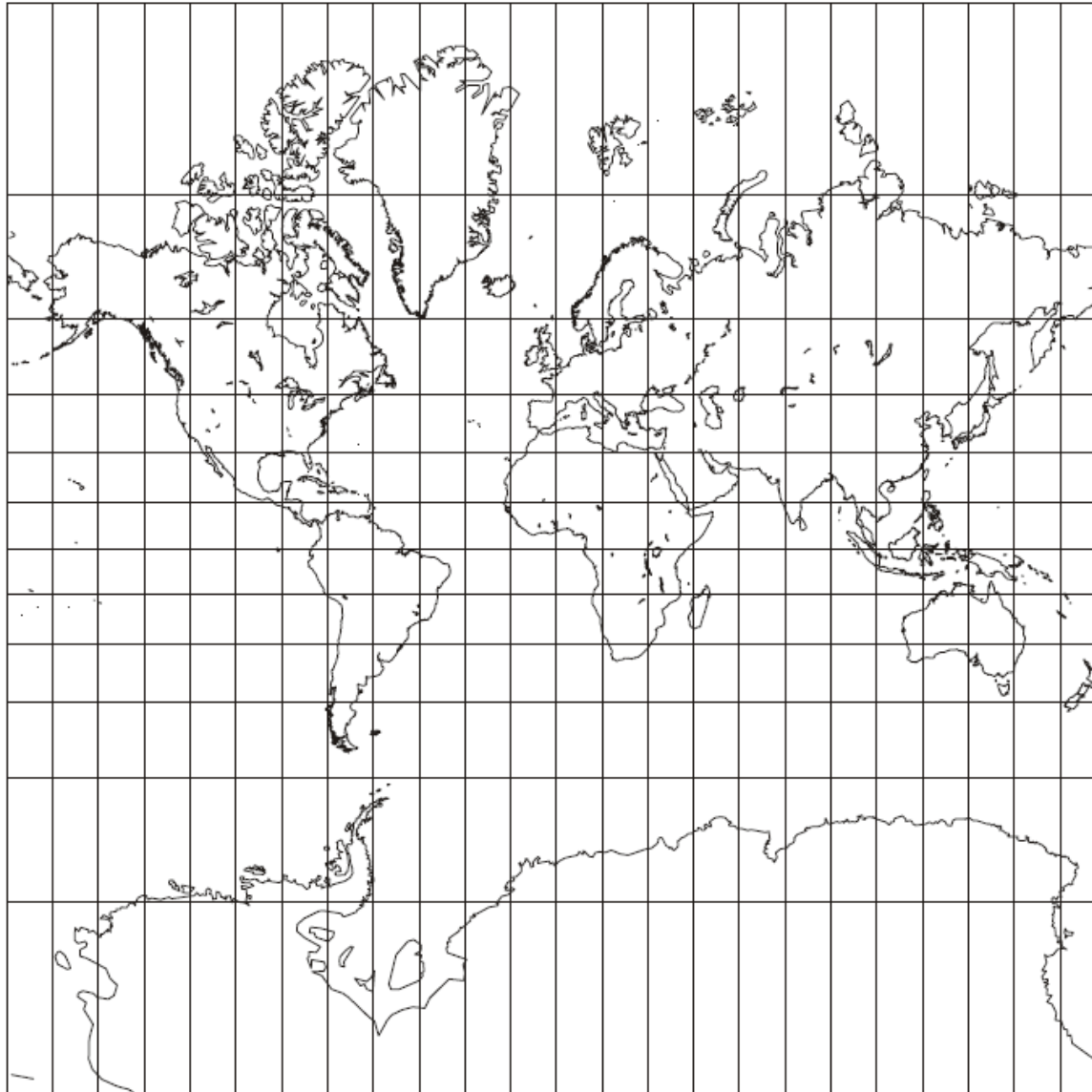
Cubo



Cono



Esfera

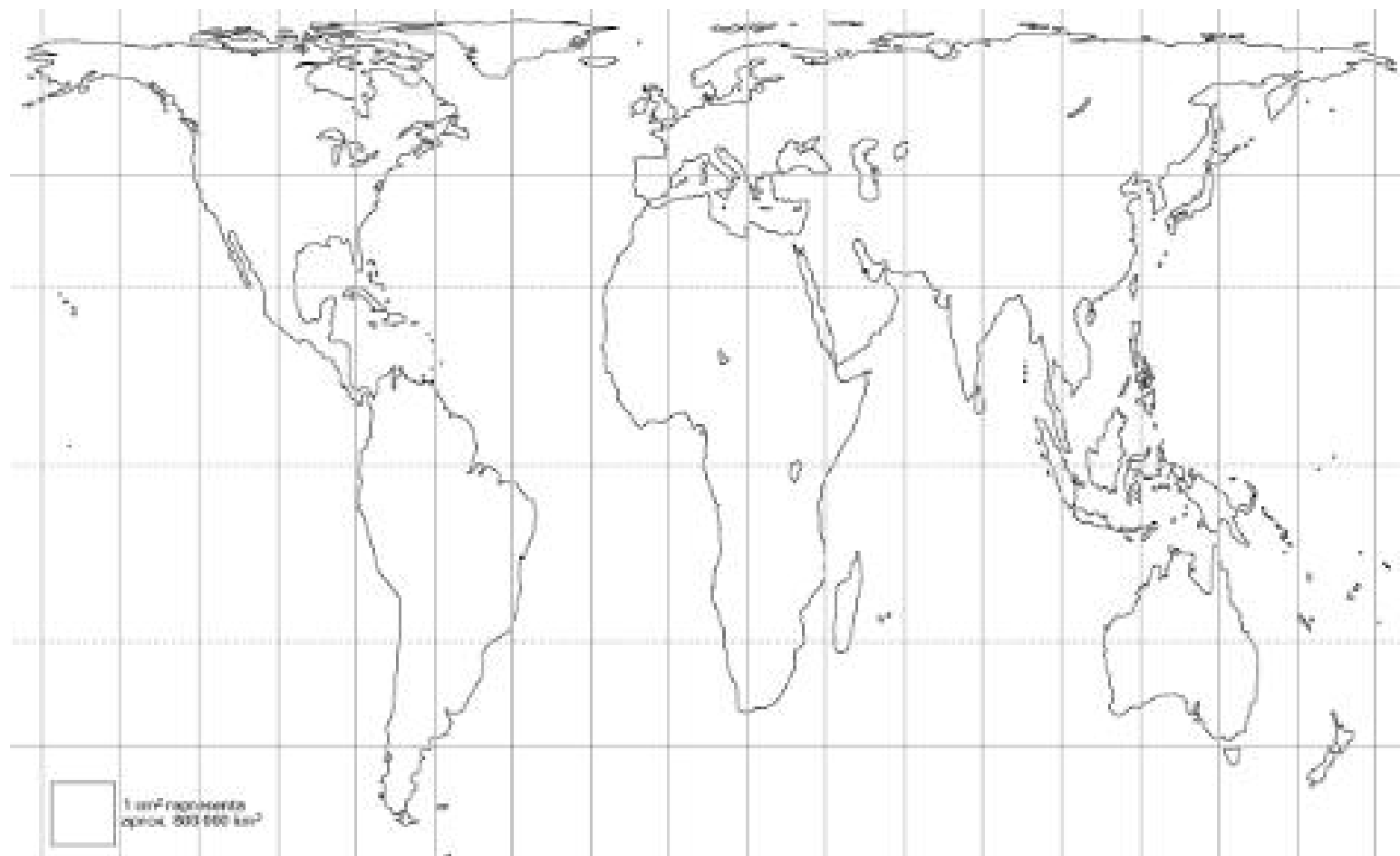


¿Cuál es el camino más corto para ir de Santander a México?

¿Cuál es el camino más corto para ir de Santander a Tokio?

¿qué es más grande, Groenlandia o Australia?

Proyección de Peters



Proyección estereográfica

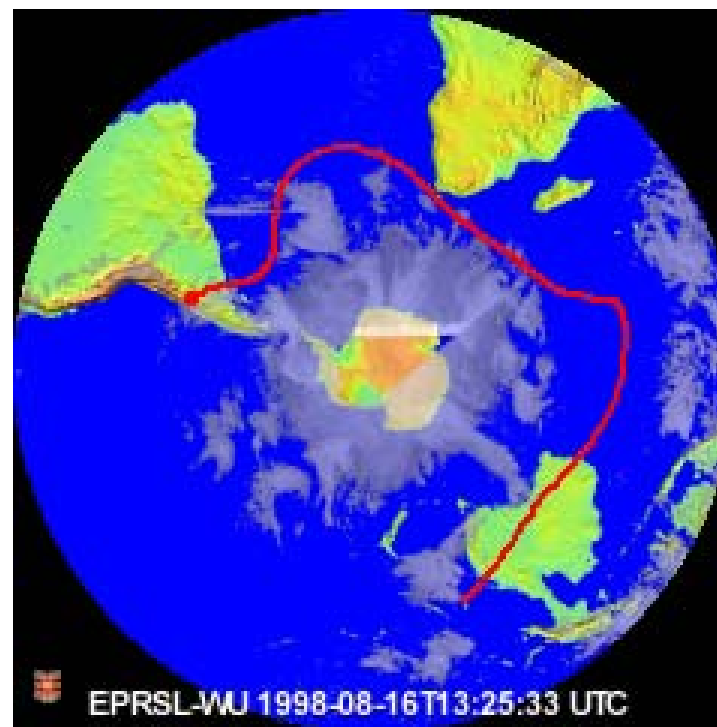
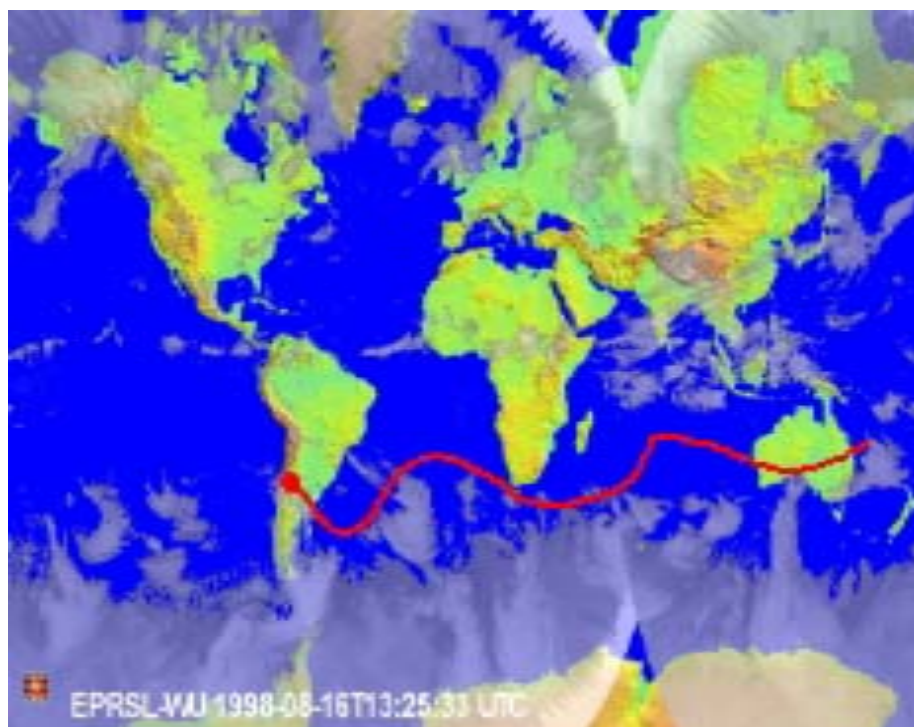


Groenlandia 2.166.086 km²



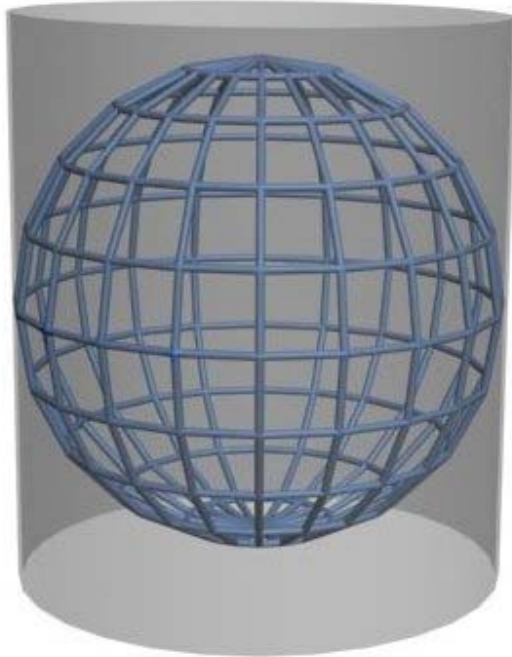
Australia 8.148.250 km²

De Chile a Australia: mira estos caminos y di cuál te parece mejor y por qué:

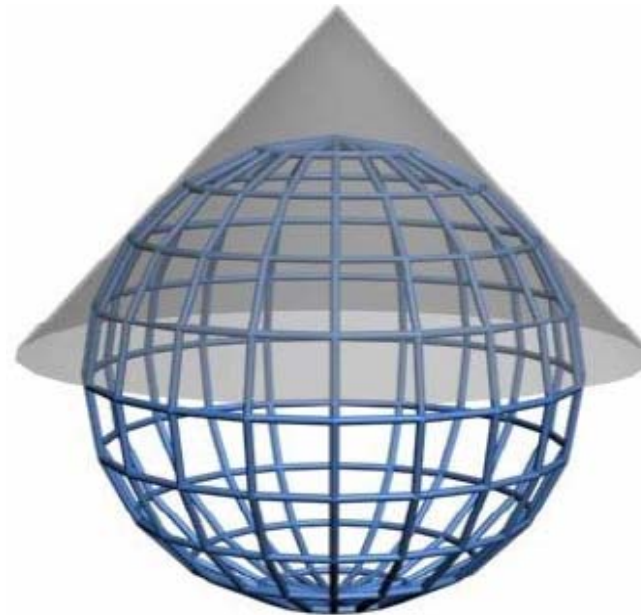


Tipos de Proyecciones

Cilíndricas



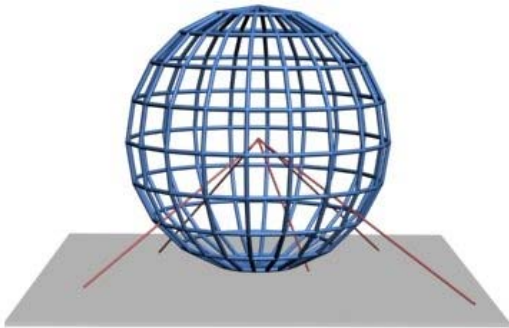
Cónicas



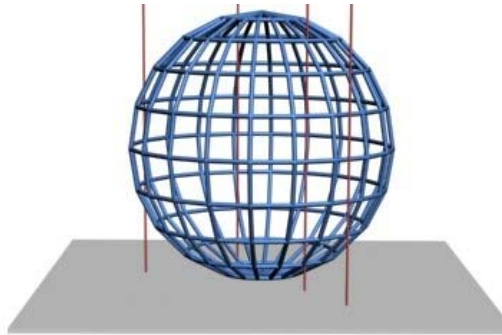
Tipos de Proyecciones

Azimutales: sobre un plano tangente a la esfera

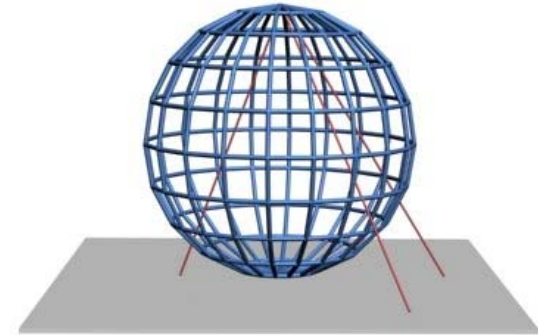
Gnomónica



Ortográfica



Estereográfica



Propiedades que puede conservar una proyección

- ☐ **Conforme:** conserva los ángulos.
- ☐ **Equivalente o isoareal:** conserva las áreas.
- ☐ **Equidistante o isométrica:** conserva las distancias.

Si una proyección es isométrica, entonces es conforme, equivalente y conserva las longitudes de curvas.

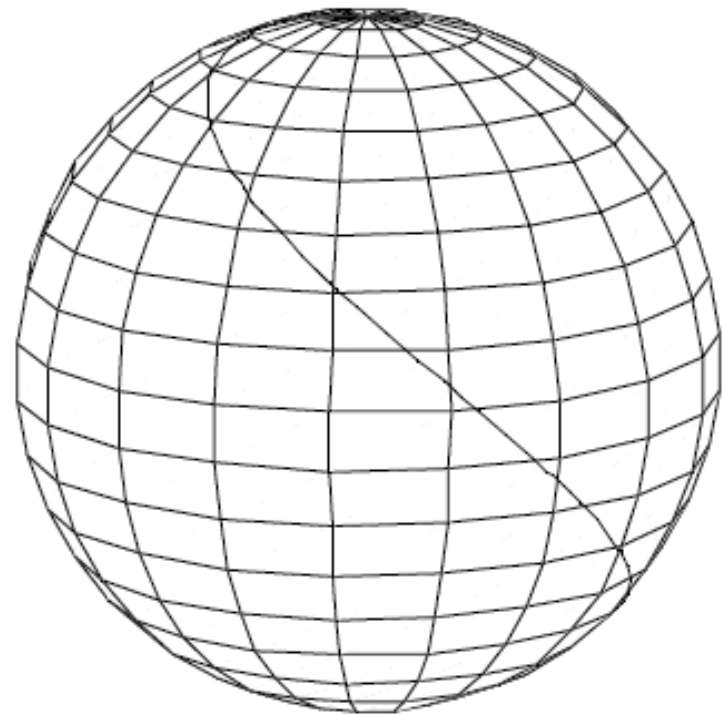
No existe ninguna proyección isométrica de la esfera sobre el plano.

Curvas especiales

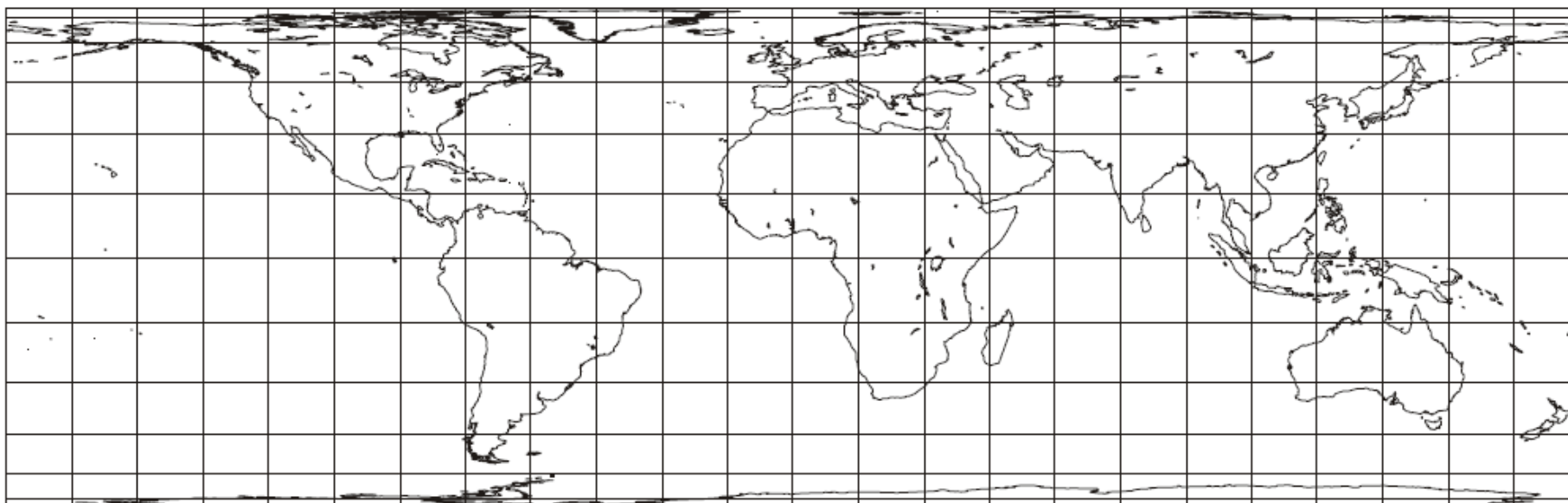
Geodésica: es la curva de menor curvatura. La línea más corta entre dos puntos es una geodésica. En el caso de la esfera las geodésicas son los círculos máximos (intersección de la esfera con un plano que pasa por su centro).

Loxodroma: línea de rumbo fijo.

<http://www.vc.ehu.es/campus/centros/farmacia/deptos-f/depme/apuntes/gracia/2009-2010/CalcAlge/loxodromaAnimada1.htm>

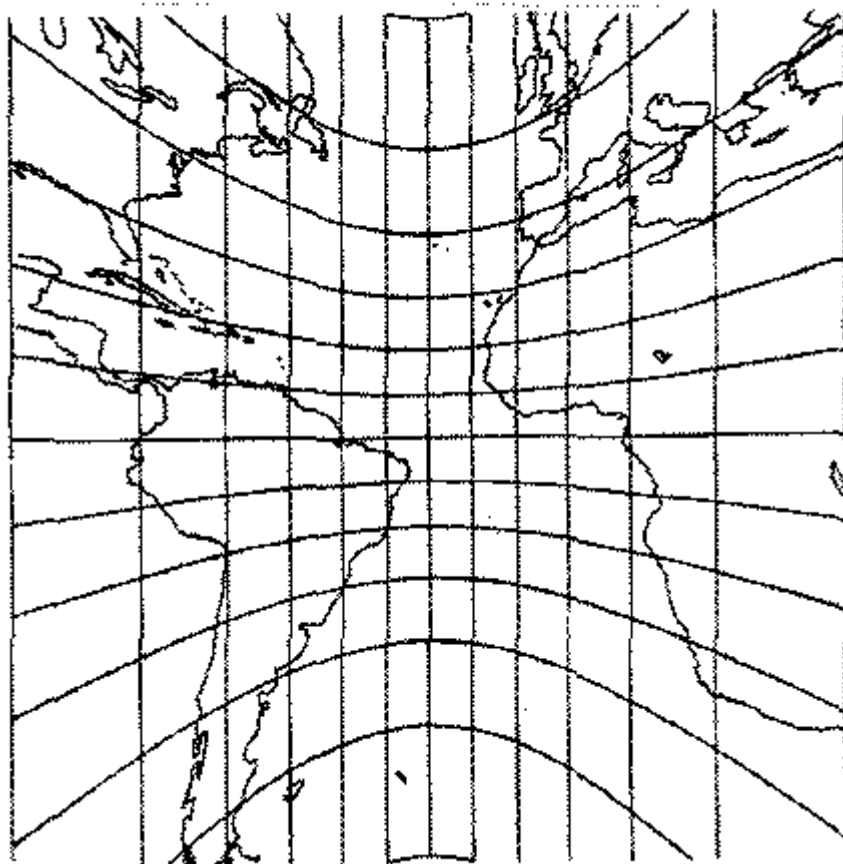


Proyección de Arquímedes o cilíndrica isoareal de Lambert



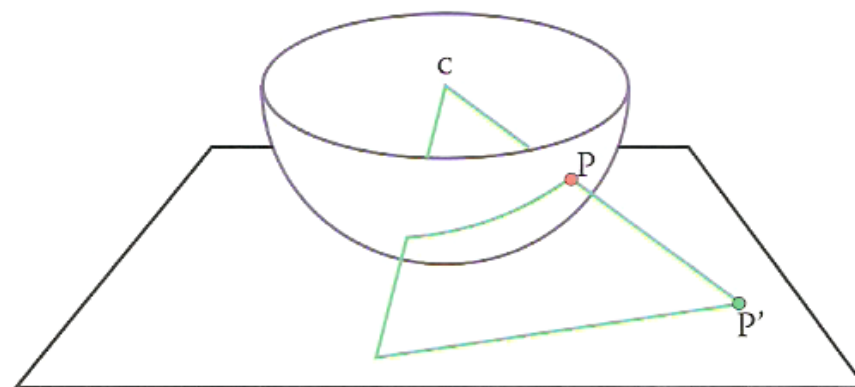
- Es rectangular.
- Los meridianos y los paralelos son rectas que se cortan perpendicularmente.
- Preserva las áreas, pero no preserva los ángulos ni las geodésicas.
- La distorsión es muy pequeña cerca del ecuador y grande al acercarse a los polos.

Proyecciones que preservan las geodésicas

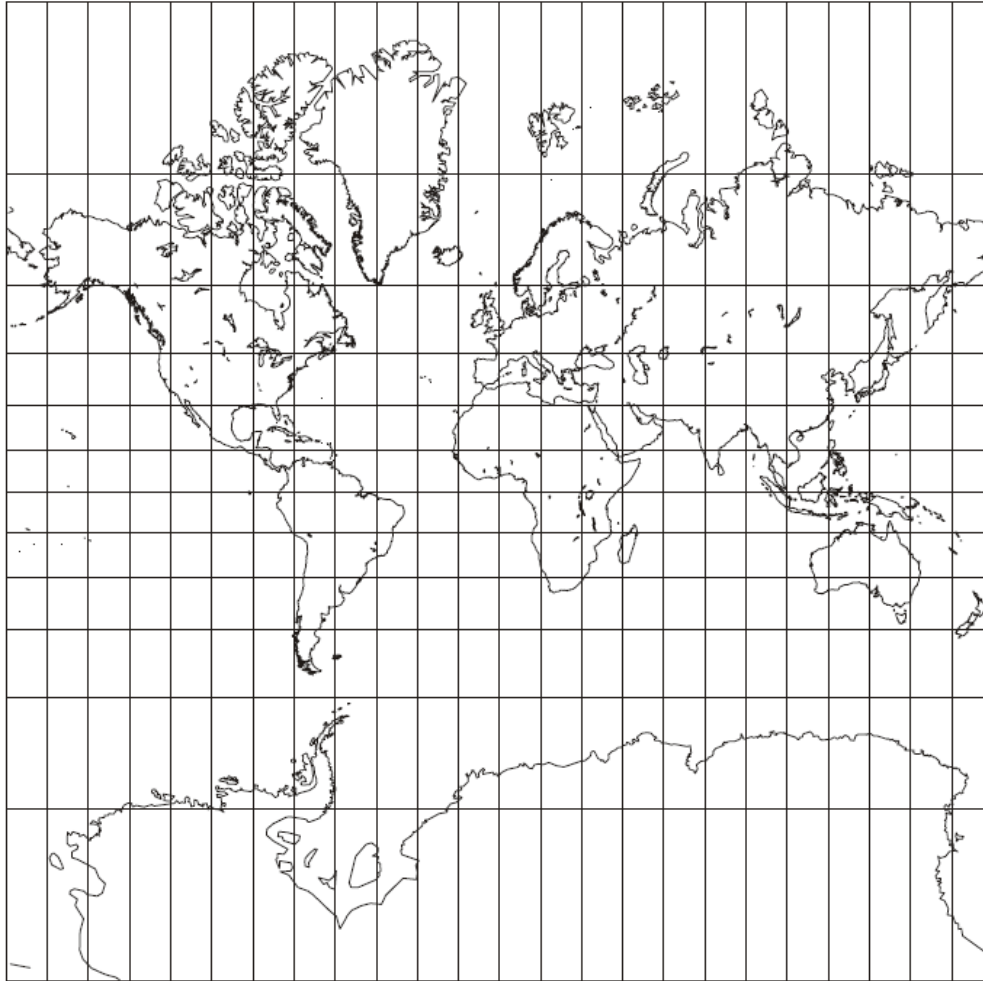


Proyecciones centrales o gnómicas

- Su imagen es circular y solo cubre una parte de uno de los hemisferios.
- Preserva geodésicas, pero no ángulos ni áreas.
- La distorsión de meridianos y paralelos es $\mu = 1/\sin^2 \phi$, $\lambda = 1/\sin \phi$.



Proyecciones que preservan los ángulos



Proyeccion de Mercator

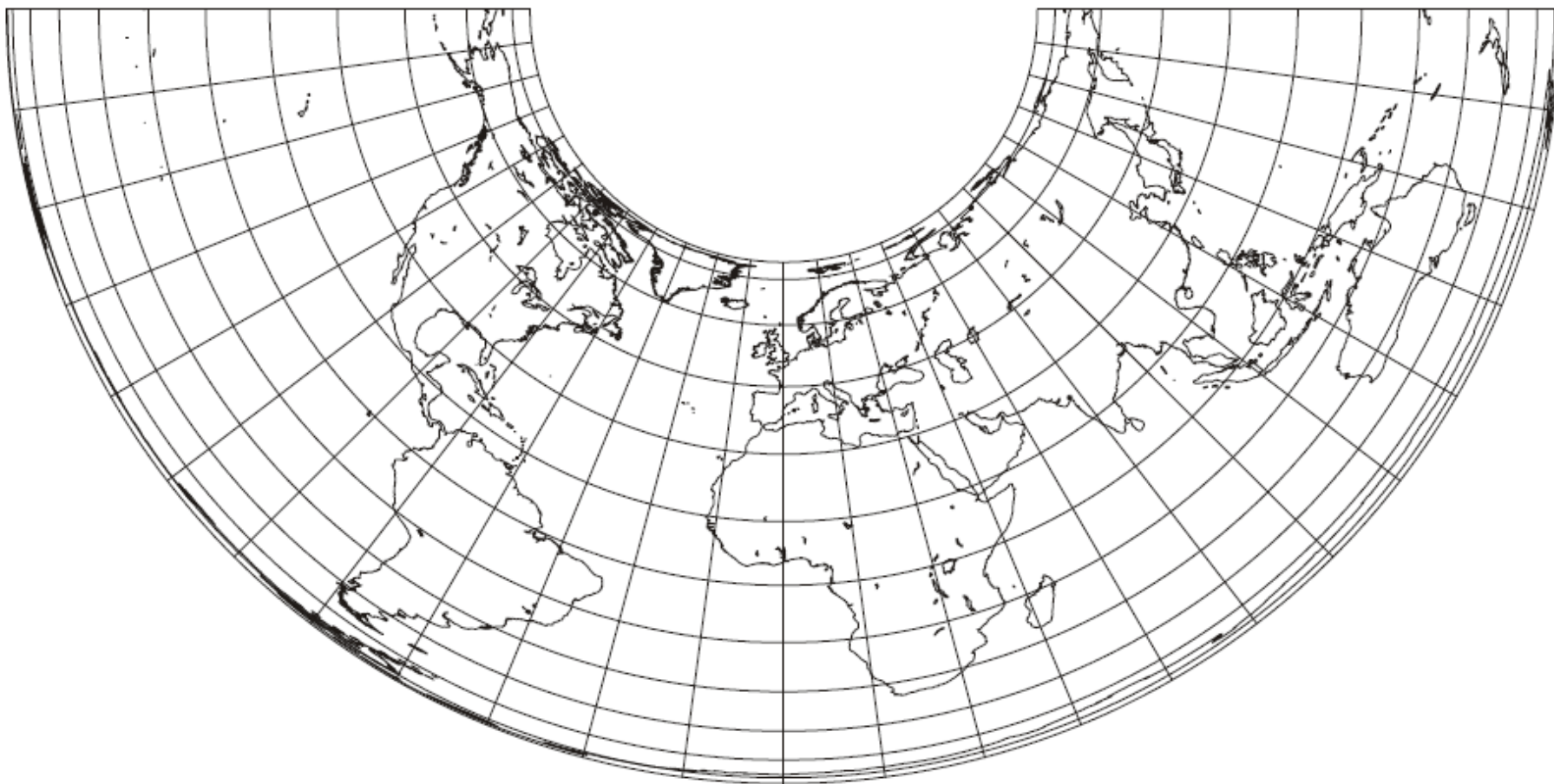
- Es un mapa rectangular.
- Los meridianos y los paralelos son rectas que se cortan en ángulo recto.
- Es conforme, pero no preserva áreas, ni geodésicas, ni formas.
- Las loxodrómicas o líneas de rumbo fijo se transforman en rectas.
- La distorsión de meridianos y paralelos es

$$\mu = 1/\cos \phi, \lambda = 1/\cos \phi.$$



Stereographic (Planisphere); Azimuthal;
Conformal;
Originator unknown; about 150 B. C.

Tissot isoareal cónica (N. A. Tissot, 1881)



<http://www.progonos.com/furuti/MapProj/Normal/TOC/cartTOC.html>

Bibliografía

Feeman, T. G., *Portraits of the Earth: a mathematician looks at maps*. American Math. Soc., 2002. CIE M 528 52

Ibáñez, R., *El sueño del mapa perfecto*. RBA, 2011. CIE M A00 402

Corbasí Ortín, A., *Sistemas de navegación*. McGraw-Hill, 1998. MAR M 527 7

Jauregui Sanz, P.J., *El arte de navegar*, Revista Sigma, 30 (2007), p. 151-170.

Anabitarte Cano, E., Informe del Campus Científico de Verano en la UC. Boletín Informativo de la SMPC, 2010/2011, nº 12, p. 17-24.

Fioravanti, M., Martín Pindado, J., GPS y otros medios de localización. Boletín Informativo de la SMPC, 2010/2011, nº 12, p. 30-49.

SISTEMAS DE LOCALIZACIÓN

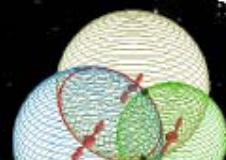
GPS Y OTROS MÉTODOS

Alberto Sánchez (Cádiz), Javier S. Bayona (Valencia), Joan Bruguera (Castellón), David S. Ellis (Madrid), Sebastián Peral (Murcia), Carmen Muñoz (Sevilla), Celia Solares (Asturias), Gema White (Madrid)



GPS (Global Position System)

El sistema GPS permite localizar un objeto en un sistema de coordenadas cuyo origen se halla en el centro de la Tierra. Para lograrlo, el GPS emite una señal, que es captada y devuelta por cuatro satélites. El GPS obtiene la distancia a la que se encuentra de cada satélite, multiplicando el tiempo de retorno de su señal por su velocidad de transmisión. Por último, puesto que la posición de los satélites es conocida, obtener la posición del GPS sobre el sistema de coordenadas se reduce a resolver el sistema formado por las ecuaciones de las esferas con centro en los satélites y radio igual a la distancia entre cada satélite y el GPS.



CARTOGRAFÍA

Consiste en representar una porción de la superficie terrestre sobre una superficie reducida, generalmente plana. A la hora de representar la Tierra se nos presentan ciertos problemas:

Problema 1:
Transferir un espacio tridimensional a un espacio bidimensional pequeño.
La solución consiste en el uso de proyecciones que hacen posible el cambio de unas medidas a otras y es una solución totalmente eficaz.
Existen varios tipos de escalas:

1:1000000
Escala numérica

Escala gráfica

Escala cromática

Problema 2:
Dibujar una superficie esférica (Tierra) en un espacio plano (mapa).
La solución a esto es la realización de proyecciones, entre las que destacan:

Las curvas de nivel unen puntos con la misma altitud.

Problema 3:
Representar un espacio tridimensional (realidad) sobre un espacio bidimensional (mapa).
Mediante la topografía somos capaces de representar en cierta manera la altura del relieve. Una de las más comunes formas de topografía de relieves consiste en el uso de las curvas de nivel.

MÉTODOS TRADICIONALES



Faro.
Precaución para los navegantes gracias a su luz.



Compás marino.
Indicación del norte magnético.



Astrolabio ("buscador de estrellas").
Localización de estrellas, observación de su movimiento y determinación de longitudes y hora local.



Ballestilla.
Medición de la altura del Sol y otros astros para obtener hora local y longitudes.



Cuadrante, sextante y octante.
Medición de la altura de los astros.

VISITA AL CTC

El CTC (Centro Tecnológico de Componentes) gestiona y ejecuta proyectos de I+D+i en campos tan diversos como: Aeronáutica, Materiales Avanzados y Medicina.

En nuestra visita pudimos observar algunos de los métodos de localización utilizados en el sector Aeronáutico, como GPS utilizados en situaciones inerciales (por ejemplo, temperaturas extremas y altas velocidades angulares). Dichas situaciones son estudiadas con un Simulador de Movimiento.

En cuanto al sector de Materiales Avanzados, pudimos comprobar la realización de nuevos componentes mediante la introducción de nanotubos de Carbono en la estructura de los mismos a altas temperaturas (1100°C), lo que obliga a una gran resistencia contra las fuerzas externas. Tras introducir el material en una máquina de ensayos de esfuerzos mecánicos, comprobamos que podía soportar una fuerza igual a 35 kN. Posteriormente, mediante una máquina de bando con un diamante en la punta pudimos observar el relieve de algunos elementos, a escala nanométrica (10⁻⁹ metros).



En el sector de Medicina, pudimos observar con microscopio algunas aleaciones con Magnesio y Aluminio entre otros elementos (introducidos en forma de núcleos), aumentando la resistencia de dichos compuestos, o provocando un cambio en la densidad del material.



Teodolito.
Medición de distancias y desniveles.

