

¿Dónde estaría nuestra sociedad sin optimización?

Pablo Pedregal, UCLM

MATEMATICAS EN ACCION, Santander, Mayo 2012

Una pregunta que mucha gente se hace

Una pregunta que mucha gente se hace

¿Para qué sirven las Matemáticas?

Una pregunta que mucha gente se hace

¿Para qué sirven las Matemáticas?

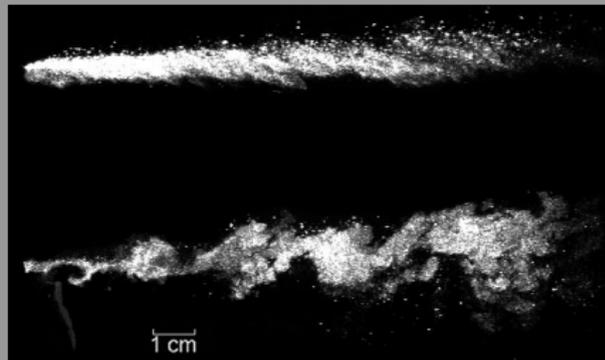
POSIBLE RESPUESTA:

OPTIMIZACION

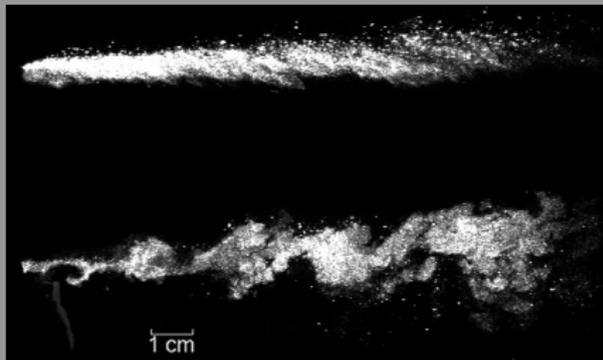
Controlar un mundo complejo



Controlar un mundo complejo



Controlar un mundo complejo

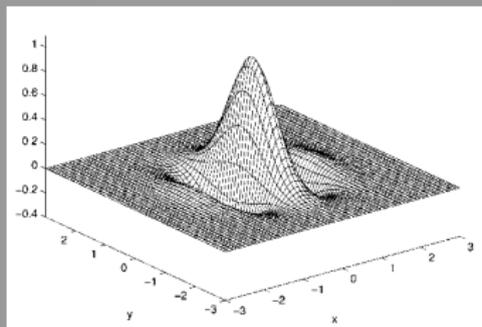


Se trate de la maniobrabilidad de un avión, de la resistencia mecánica de una estructura compleja o de la gestión del tráfico automovilístico, el progreso en estos campos no viene solamente de los avances técnicos pertinentes si también de las investigaciones abstractas como la teoría matemática del control.

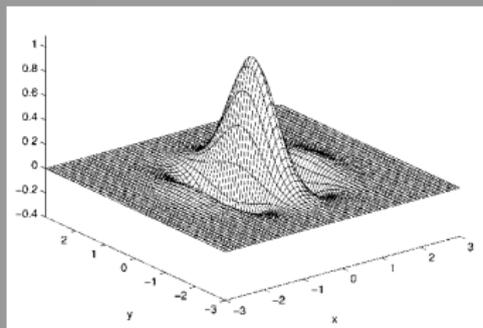
Ondas para comprimir una imagen



Ondas para comprimir una imagen



Ondas para comprimir una imagen



Sea para almacenarlas numéricamente en las memorias de los ordenadores o para que viajen a través de Internet, las imágenes ocupan mucho espacio. Afortunadamente, es posible comprimirlas sin alterar su calidad.

Eliminar las ondas que hacen ruido



Eliminar las ondas que hacen ruido



Eliminar las ondas que hacen ruido



¿Cómo escapar a la detección de un radar? ¿Cuál es la forma óptima de un muro antiruido? ¿Cómo se pueden mejorar las imágenes ecográficas? Para recibir una respuesta satisfactoria, estas cuestiones exigen ciertos análisis teóricos imprescindibles.

El dolor de cabeza de las compañías aéreas



El dolor de cabeza de las compañías aéreas

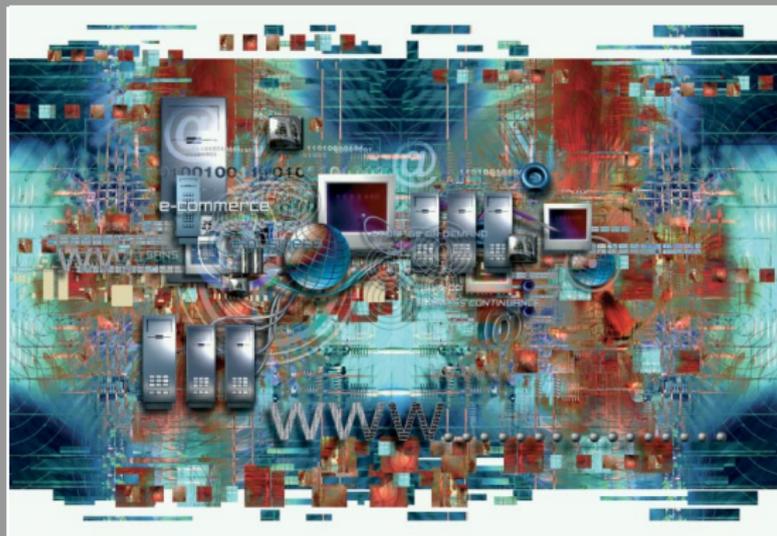


El dolor de cabeza de las compañías aéreas

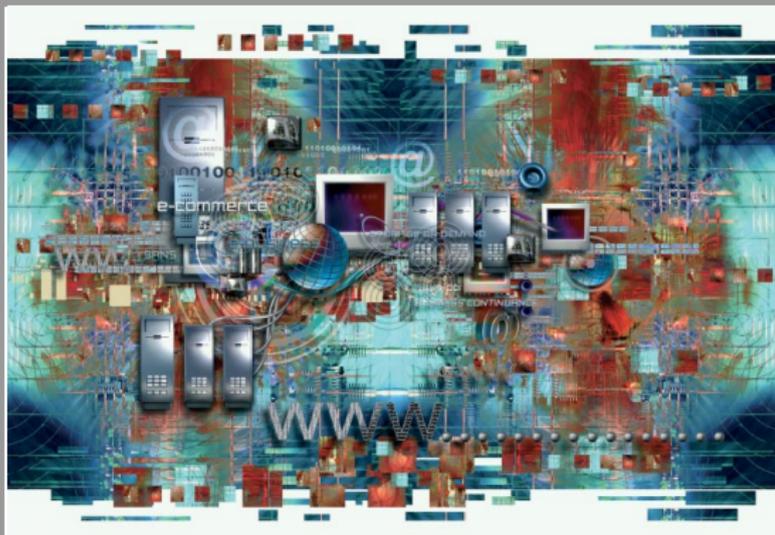


Los problemas de organización y de planificación a los que se enfrentan las compañías aéreas son análogos a otros muchos sectores. La investigación de operaciones es una disciplina que trata, entre muchas otras tareas, la optimización de los programas de vuelo, la asignación de aparatos a cada vuelo, la minimización del tiempo de inmovilización de los aparatos, etc.

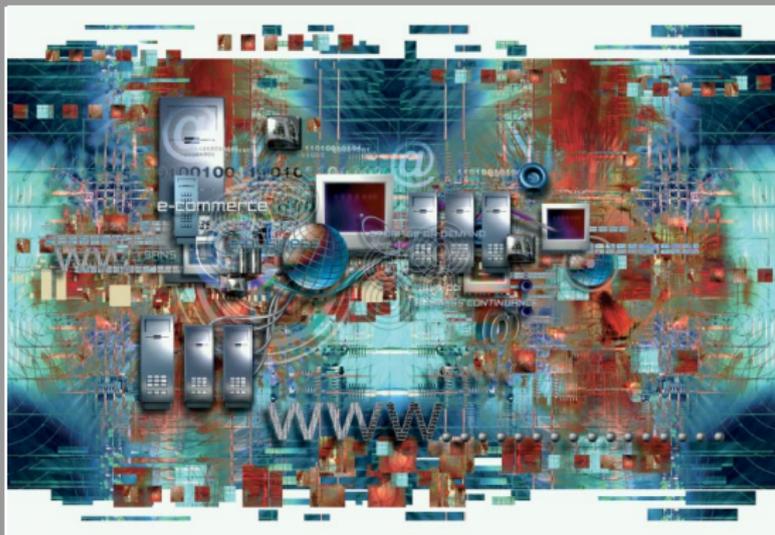
Internet: modelizar el tráfico para conducirlo mejor



Internet: modelizar el tráfico para conducirlo mejor



Internet: modelizar el tráfico para conducirlo mejor



Los especialistas en redes de comunicación se esfuerzan por comprender las propiedades estadísticas del tráfico de datos que deben circular. La gestión de estas redes y su desarrollo dependen de ello.

Una pregunta que podríamos hacernos

Una pregunta que podríamos hacernos

¿Para qué NO sirven las Matemáticas? ¿En qué campo NO se puede optimizar?

Cuatro partes básicas

- Programación lineal: método simplex, punto interior, dualidad, programación entera, ...

Cuatro partes básicas

- Programación lineal: método simplex, punto interior, dualidad, programación entera, ...
- Programación no lineal: multiplicadores, condiciones de Karush-Kuhn-Tucker, dualidad, ...

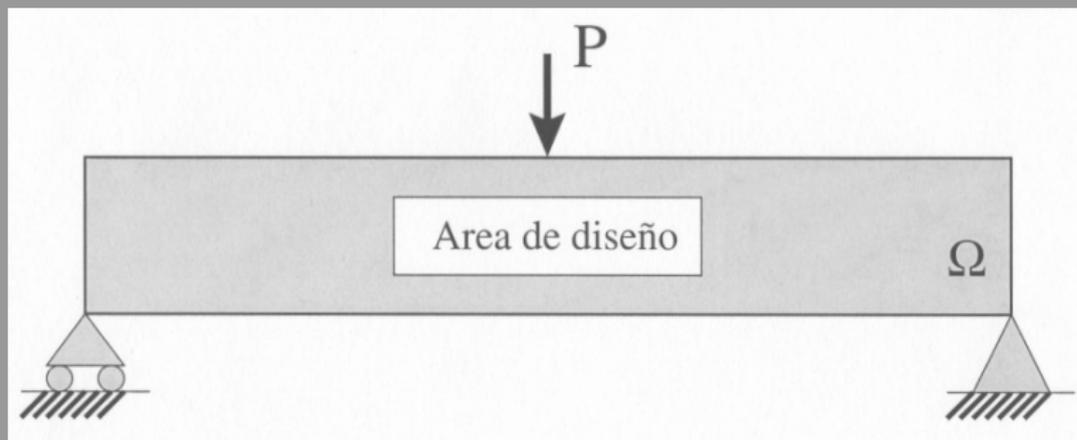
Cuatro partes básicas

- Programación lineal: método simplex, punto interior, dualidad, programación entera, ...
- Programación no lineal: multiplicadores, condiciones de Karush-Kuhn-Tucker, dualidad, ...
- Cálculo variacional: ecuación de Euler-Lagrange, condiciones de transversalidad, problema de la braquistócrona, problema de Newton, ...

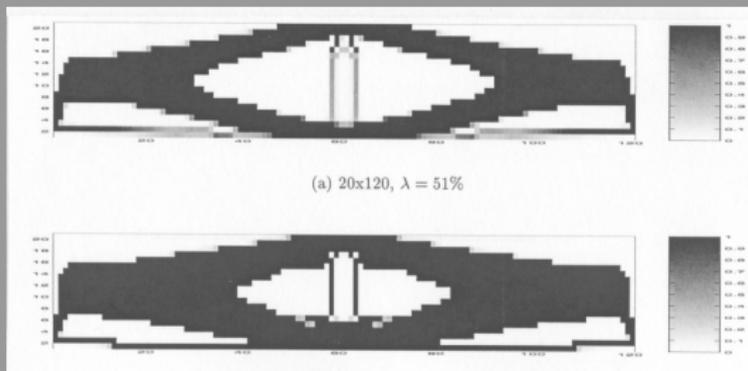
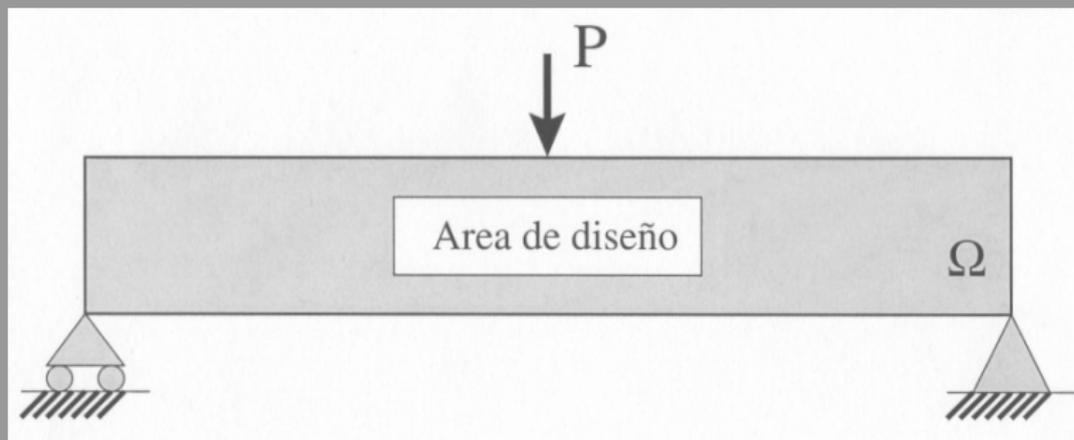
Cuatro partes básicas

- Programación lineal: método simplex, punto interior, dualidad, programación entera, ...
- Programación no lineal: multiplicadores, condiciones de Karush-Kuhn-Tucker, dualidad, ...
- Cálculo variacional: ecuación de Euler-Lagrange, condiciones de transversalidad, problema de la braquistócrona, problema de Newton, ...
- Control óptimo: coestados, principio de Pontryaguin, bang-bang controls, switching, ...

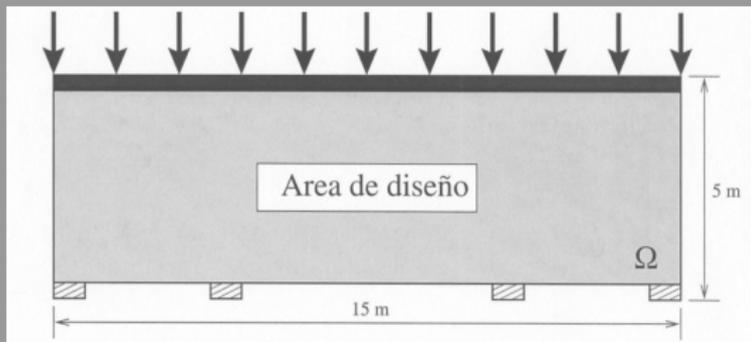
Diseño óptimo: un primer ejemplo



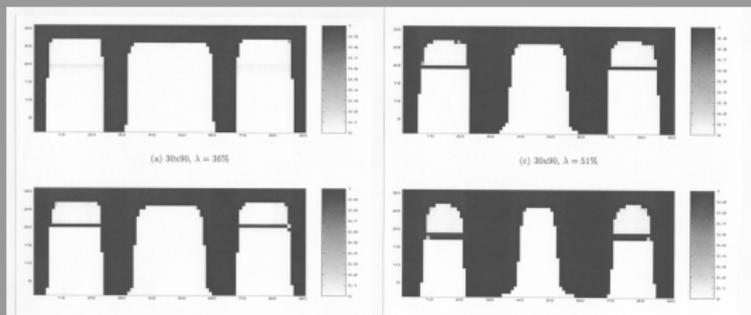
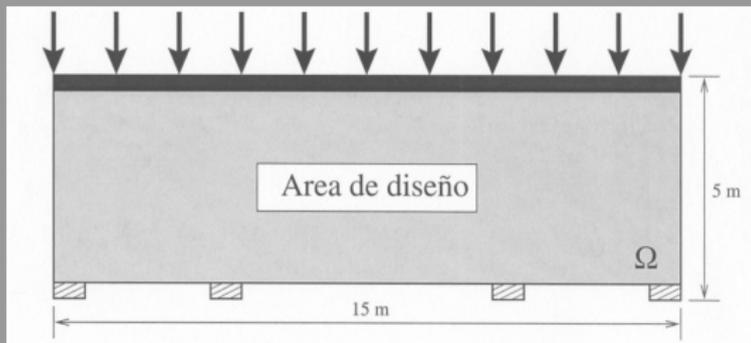
Diseño óptimo: un primer ejemplo



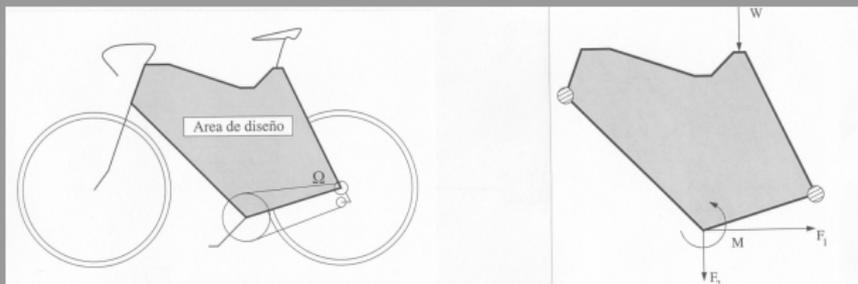
Ejemplo 2



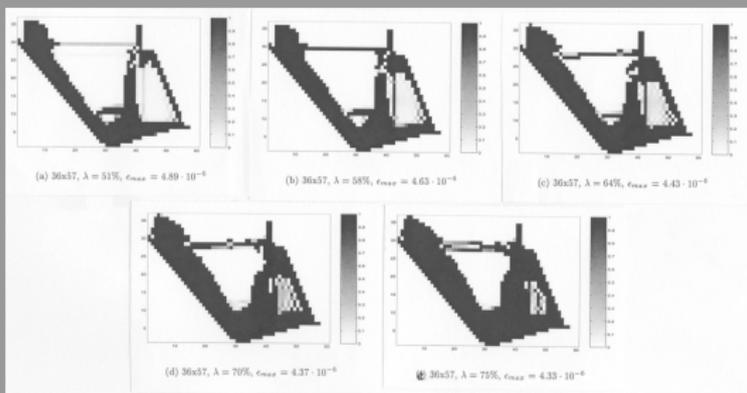
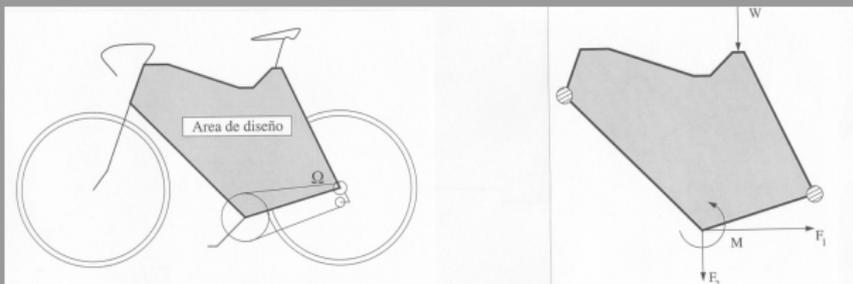
Ejemplo 2



Ejemplo 3



Ejemplo 3



Ejemplo 4

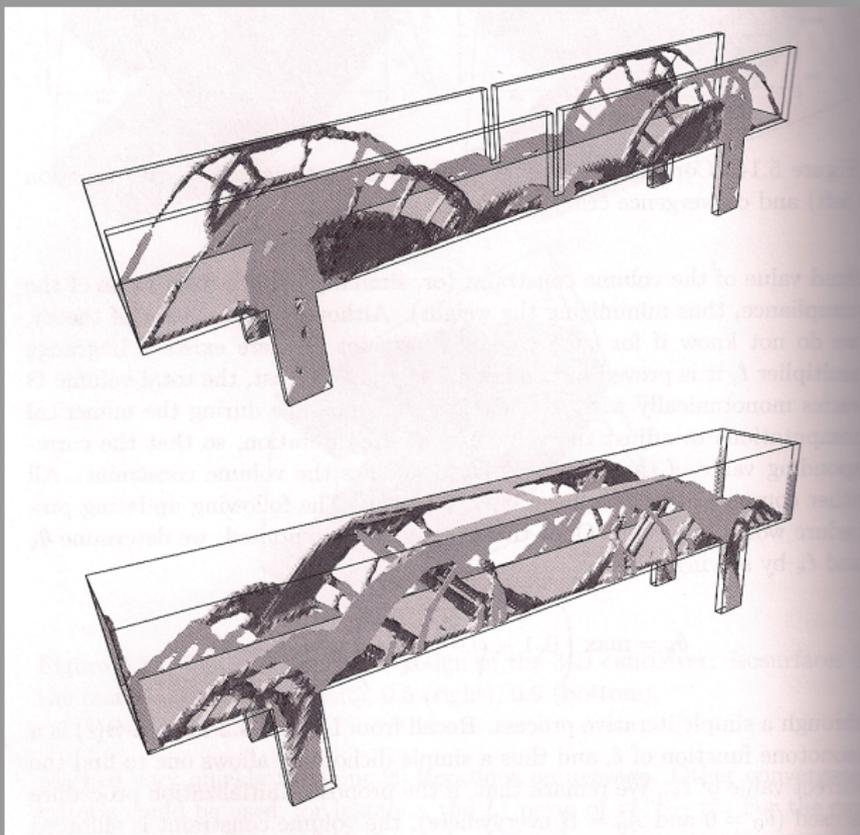
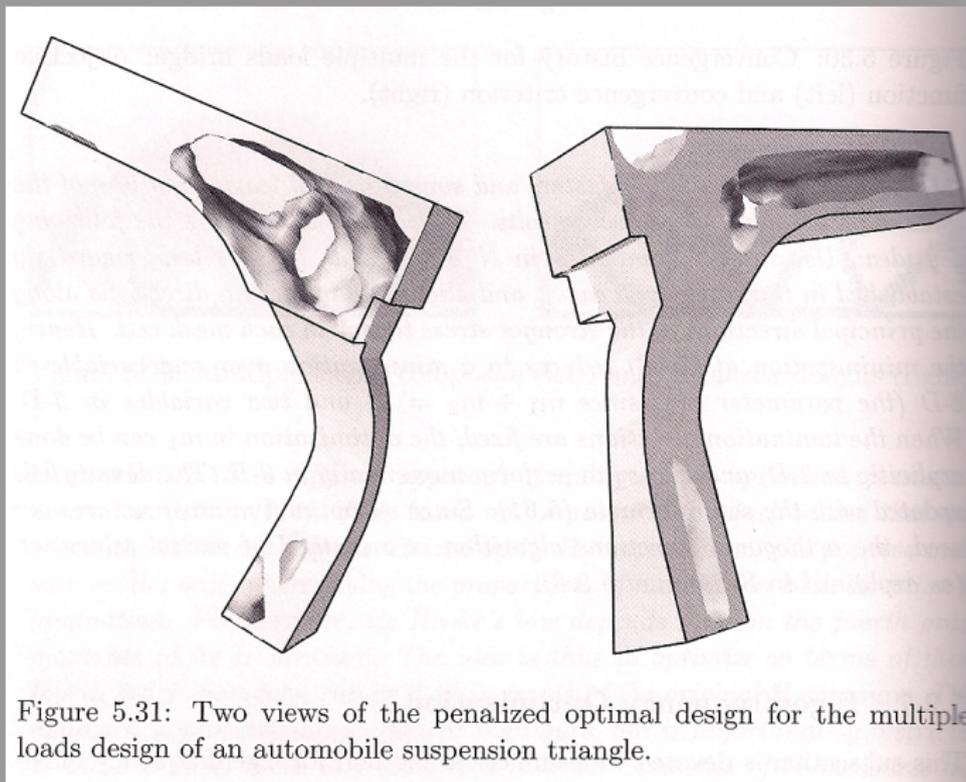
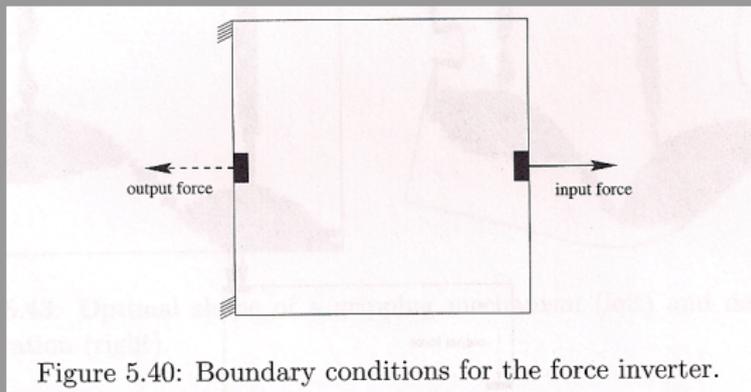


Figure 5.15: Optimal penalized design of the 3-D bridge, for two different cases.

Ejemplo 5



Ejemplo 6. Inversor de fuerza



Ejemplo 6. Inversor de fuerza

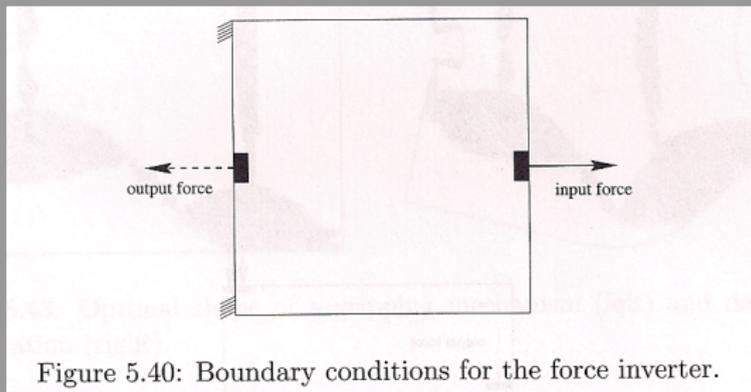


Figure 5.40: Boundary conditions for the force inverter.

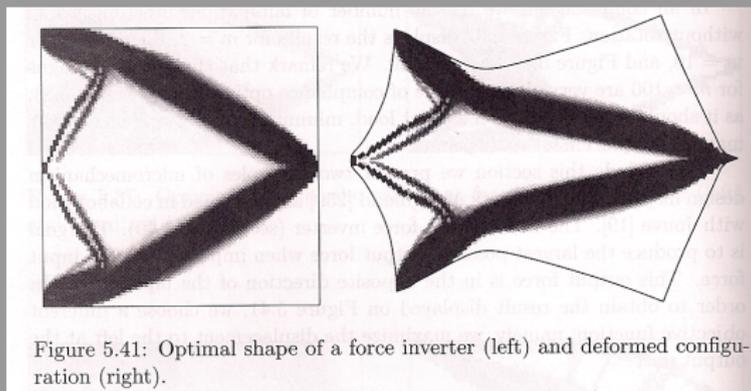


Figure 5.41: Optimal shape of a force inverter (left) and deformed configuration (right).

Example 7. Mecanismo de agarre

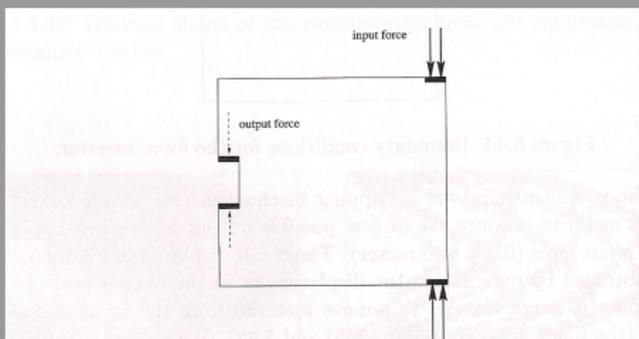


Figure 5.42: Boundary conditions for the gripping mechanism.

Example 7. Mecanismo de agarre

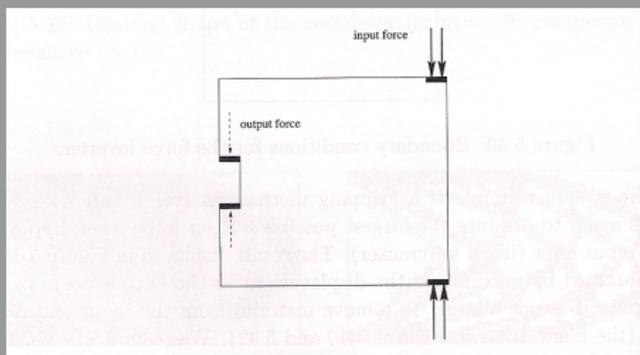


Figure 5.42: Boundary conditions for the gripping mechanism.

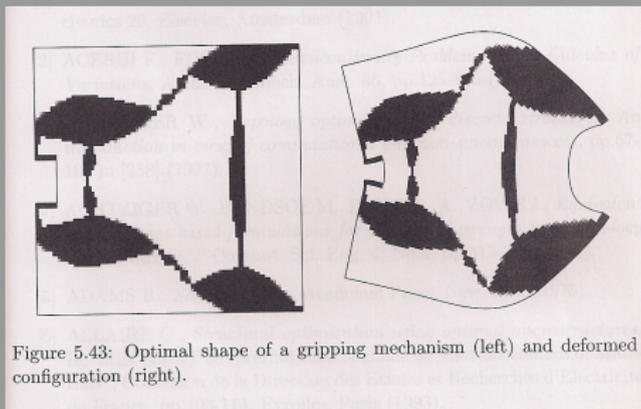


Figure 5.43: Optimal shape of a gripping mechanism (left) and deformed configuration (right).

Un ejemplo sobre el control de submarinos

Pablo Pedregal

MATEMATICAS EN ACCION, Santander, Mayo 2012

- 1 Introducción: un poco de historia
- 2 Modelización
- 3 Problema de control óptimo: análisis
- 4 Problema de control óptimo: simulación
- 5 Algunas simulaciones numéricas

NAVANTIA

NAVANTIA

Empresa pública española de construcción naval

NAVANTIA

Empresa pública española de construcción naval

1730: creación de los arsenales militares de Ferrol, Cartagena y San Fernando (Cádiz), al servicio de la Armada Española

NAVANTIA

Empresa pública española de construcción naval

1730: creación de los arsenales militares de Ferrol, Cartagena y San Fernando (Cádiz), al servicio de la Armada Española

1947: el Estado se hace cargo de los arsenales y se crea Bazán

NAVANTIA

Empresa pública española de construcción naval

1730: creación de los arsenales militares de Ferrol, Cartagena y San Fernando (Cádiz), al servicio de la Armada Española

1947: el Estado se hace cargo de los arsenales y se crea Bazán

2000: se crea Izar, como unión de los astilleros militares (Bazán) y civiles (AES)

NAVANTIA

Empresa pública española de construcción naval

1730: creación de los arsenales militares de Ferrol, Cartagena y San Fernando (Cádiz), al servicio de la Armada Española

1947: el Estado se hace cargo de los arsenales y se crea Bazán

2000: se crea Izar, como unión de los astilleros militares (Bazán) y civiles (AES)

2005: nace Navantia, fruto de la segregación de Izar en dos compañías

NAVANTIA

Empresa pública española de construcción naval

1730: creación de los arsenales militares de Ferrol, Cartagena y San Fernando (Cádiz), al servicio de la Armada Española

1947: el Estado se hace cargo de los arsenales y se crea Bazán

2000: se crea Izar, como unión de los astilleros militares (Bazán) y civiles (AES)

2005: nace Navantia, fruto de la segregación de Izar en dos compañías



NAVANTIA

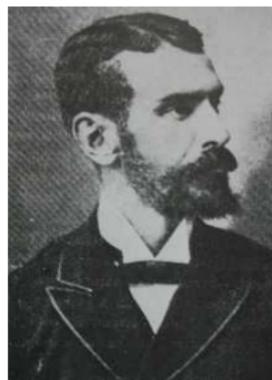
Empresa pública española de construcción naval

1730: creación de los arsenales militares de Ferrol, Cartagena y San Fernando (Cádiz), al servicio de la Armada Española

1947: el Estado se hace cargo de los arsenales y se crea Bazán

2000: se crea Izar, como unión de los astilleros militares (Bazán) y civiles (AES)

2005: nace Navantia, fruto de la segregación de Izar en dos compañías



Algunos datos actuales

Algunos datos actuales

Empleo directo a 5000 trabajadores

Algunos datos actuales

Empleo directo a 5000 trabajadores

Recientemente, construcción de cuatro submarinos Scorpene: dos para Chile y dos para Malasia

Algunos datos actuales

Empleo directo a 5000 trabajadores

Recientemente, construcción de cuatro submarinos Scorpene: dos para Chile y dos para Malasia

En colaboración con la empresa DCNS, el KD Tun Razak: encargado en 2003, a flote en el 2008, entregado en el 2009

Algunos datos actuales

Empleo directo a 5000 trabajadores

Recientemente, construcción de cuatro submarinos Scorpene: dos para Chile y dos para Malasia

En colaboración con la empresa DCNS, el KD Tun Razak: encargado en 2003, a flote en el 2008, entregado en el 2009



Algunos datos actuales

Empleo directo a 5000 trabajadores

Recientemente, construcción de cuatro submarinos Scorpene: dos para Chile y dos para Malasia

En colaboración con la empresa DCNS, el KD Tun Razak: encargado en 2003, a flote en el 2008, entregado en el 2009



Exportado a India y Brasil

Algunos datos actuales

Empleo directo a 5000 trabajadores

Recientemente, construcción de cuatro submarinos Scorpene: dos para Chile y dos para Malasia

En colaboración con la empresa DCNS, el KD Tun Razak: encargado en 2003, a flote en el 2008, entregado en el 2009



Exportado a India y Brasil

S-80: propulsión híbrida, capacidad anaeróbica (varias semanas en inmersión), submarino más avanzado del mundo

¿Qué necesita la empresa?



¿Qué necesita la empresa?



Etapa preliminar: decisiones para optimizar peso, consumo, funcionamiento de timones y hélices, etc

¿Qué necesita la empresa?



Etapa preliminar: decisiones para optimizar peso, consumo, funcionamiento de timones y hélices, etc

Importante: rapidez y cambios silenciosos de rumbo y profundidad

¿Qué necesita la empresa?



Etapa preliminar: decisiones para optimizar peso, consumo, funcionamiento de timones y hélices, etc

Importante: rapidez y cambios silenciosos de rumbo y profundidad

Imposibilidad de hacer un cambio de rumbo en un plano horizontal: hay que cuantificar y optimizar la variación de profundidad en cambios de rumbo

¿Qué necesita la empresa?



Etapa preliminar: decisiones para optimizar peso, consumo, funcionamiento de timones y hélices, etc

Importante: rapidez y cambios silenciosos de rumbo y profundidad

Imposibilidad de hacer un cambio de rumbo en un plano horizontal: hay que cuantificar y optimizar la variación de profundidad en cambios de rumbo

Medios para estas maniobras: una hélice y tres pares de timones

¿Qué necesita la empresa?



Etapa preliminar: decisiones para optimizar peso, consumo, funcionamiento de timones y hélices, etc

Importante: rapidez y cambios silenciosos de rumbo y profundidad

Imposibilidad de hacer un cambio de rumbo en un plano horizontal: hay que cuantificar y optimizar la variación de profundidad en cambios de rumbo

Medios para estas maniobras: una hélice y tres pares de timones

Fase de diseño: tipo de timones y hélice para optimizar la maniobrabilidad

¿Qué necesita la empresa?



Etapa preliminar: decisiones para optimizar peso, consumo, funcionamiento de timones y hélices, etc

Importante: rapidez y cambios silenciosos de rumbo y profundidad

Imposibilidad de hacer un cambio de rumbo en un plano horizontal: hay que cuantificar y optimizar la variación de profundidad en cambios de rumbo

Medios para estas maniobras: una hélice y tres pares de timones

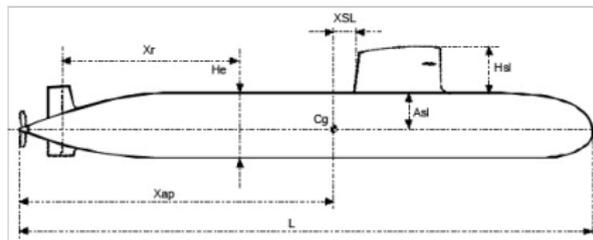
Fase de diseño: tipo de timones y hélice para optimizar la maniobrabilidad

Herramienta sólida de simulación numérica capaz de dar una primera respuesta a estas necesidades de diseño y control óptimos

Dimensiones



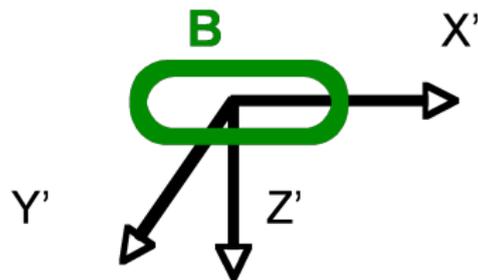
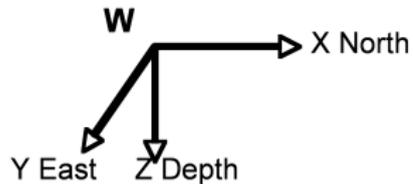
Dimensiones



Main dimensions			
L	Length	67.000	[m]
B	Beam	6.600	["-"]
He	Height	7.650	["-"]
$Disp$	Form Displacement	2292	[m ³]

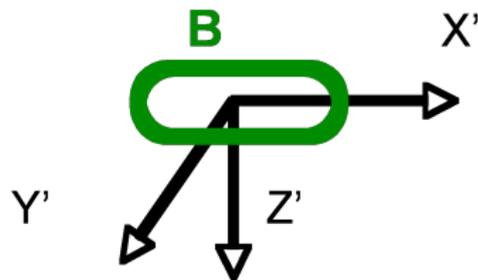
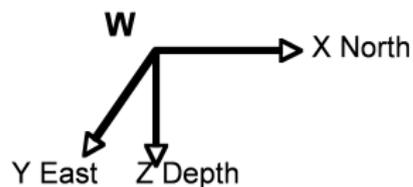
Variables

Dos sistemas de referencia:



Variables

Dos sistemas de referencia:



Estado del submarino: $\mathbf{x}(t)$

$(x(t), y(t), z(t), \phi(t), \theta(t), \psi(t), u(t), v(t), w(t), p(t), q(t), r(t))$,

$\eta = (x, y, z; \phi, \theta, \psi)$: posición y orientación

$\nu = (u, v, w; p, q, r)$: velocidades lineales y angulares

Ecuaciones del movimiento

SNAME (Society of Naval Architects and Marine Engineers):

$$\begin{cases} \eta'(t) = J(\eta(t)) \nu(t) \\ M\nu'(t) + C(\nu(t))\nu(t) + D(\nu(t))\nu(t) + g(\eta(t)) = \tau(\mathbf{u}(t)). \end{cases}$$

Ecuaciones del movimiento

SNAME (Society of Naval Architects and Marine Engineers):

$$\begin{cases} \eta'(t) = J(\eta(t)) \nu(t) \\ M\nu'(t) + C(\nu(t))\nu(t) + D(\nu(t))\nu(t) + g(\eta(t)) = \tau(\mathbf{u}(t)). \end{cases}$$

- J : matriz de transformación para las ecuaciones cinemáticas de movimiento

Ecuaciones del movimiento

SNAME (Society of Naval Architects and Marine Engineers):

$$\begin{cases} \eta'(t) = J(\eta(t)) \nu(t) \\ M \nu'(t) + C(\nu(t)) \nu(t) + D(\nu(t)) \nu(t) + g(\eta(t)) = \tau(\mathbf{u}(t)). \end{cases}$$

- J : matriz de transformación para las ecuaciones cinemáticas de movimiento
- $M = M_{RB} + M_A$: matriz de inercia del sólido rígido M_{RB} , y matriz de masa añadida M_A

Ecuaciones del movimiento

SNAME (Society of Naval Architects and Marine Engineers):

$$\begin{cases} \eta'(t) = J(\eta(t)) \nu(t) \\ M \nu'(t) + C(\nu(t)) \nu(t) + D(\nu(t)) \nu(t) + g(\eta(t)) = \tau(\mathbf{u}(t)). \end{cases}$$

- J : matriz de transformación para las ecuaciones cinemáticas de movimiento
- $M = M_{RB} + M_A$: matriz de inercia del sólido rígido M_{RB} , y matriz de masa añadida M_A
- $C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu)$: C_{RB} , la matriz centrípeta y de Coriolis del sólido rígido; C_A , la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis debida a los efectos de masa añadida

Ecuaciones del movimiento

SNAME (Society of Naval Architects and Marine Engineers):

$$\begin{cases} \eta'(t) = J(\eta(t)) \nu(t) \\ M\nu'(t) + C(\nu(t))\nu(t) + D(\nu(t))\nu(t) + g(\eta(t)) = \tau(\mathbf{u}(t)). \end{cases}$$

- J : matriz de transformación para las ecuaciones cinemáticas de movimiento
- $M = M_{RB} + M_A$: matriz de inercia del sólido rígido M_{RB} , y matriz de masa añadida M_A
- $C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu)$: C_{RB} , la matriz centrípeta y de Coriolis del sólido rígido; C_A , la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis debida a los efectos de masa añadida
- $D(\nu)$: damping hidrodinámico debido al desprendimiento de vórtices y fricción superficial

Ecuaciones del movimiento

SNAME (Society of Naval Architects and Marine Engineers):

$$\begin{cases} \eta'(t) = J(\eta(t)) \nu(t) \\ M \nu'(t) + C(\nu(t)) \nu(t) + D(\nu(t)) \nu(t) + g(\eta(t)) = \tau(\mathbf{u}(t)). \end{cases}$$

- J : matriz de transformación para las ecuaciones cinemáticas de movimiento
- $M = M_{RB} + M_A$: matriz de inercia del sólido rígido M_{RB} , y matriz de masa añadida M_A
- $C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu)$: C_{RB} , la matriz centrípeta y de Coriolis del sólido rígido; C_A , la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis debida a los efectos de masa añadida
- $D(\nu)$: damping hidrodinámico debido al desprendimiento de vórtices y fricción superficial
- $g(\eta)$: vector de fuerzas y momentos de restauración (gravitacionales y de flotabilidad)

Ecuaciones del movimiento

SNAME (Society of Naval Architects and Marine Engineers):

$$\begin{cases} \eta'(t) = J(\eta(t)) \nu(t) \\ M \nu'(t) + C(\nu(t)) \nu(t) + D(\nu(t)) \nu(t) + g(\eta(t)) = \tau(\mathbf{u}(t)). \end{cases}$$

- J : matriz de transformación para las ecuaciones cinemáticas de movimiento
- $M = M_{RB} + M_A$: matriz de inercia del sólido rígido M_{RB} , y matriz de masa añadida M_A
- $C(\nu) = C_{RB}(\nu) + C_A(\nu)$: C_{RB} , la matriz centrípeta y de Coriolis del sólido rígido; C_A , la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis debida a los efectos de masa añadida
- $D(\nu)$: damping hidrodinámico debido al desprendimiento de vórtices y fricción superficial
- $g(\eta)$: vector de fuerzas y momentos de restauración (gravitacionales y de flotabilidad)
- $\tau(\mathbf{u})$: el vector de fuerzas y momentos de control

Expresión explícita de algunos componentes del sistema

$$\mathbf{J}(\eta) = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\eta_2) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\eta_2) \end{bmatrix},$$

$$\begin{array}{ccc} \cos \psi \cos \theta & -\sin \psi \cos \theta + \cos \psi \sin \theta \sin \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \sin \theta \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\cos \psi \sin \phi + \sin \theta \sin \psi \cos \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \theta \cos \phi \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi / \cos \theta & \cos \phi / \cos \theta \end{array}$$

Expresión explícita de algunos componentes del sistema

$$C_{RB}(v) = \begin{matrix} 0 & -mr & mq & m(y_G q + z_G r) & -mx_G q & -mx_G r \\ mr & 0 & -mp & -my_G p & m(z_G r + x_G p) & -my_G r \\ -mq & mp & 0 & -mz_G p & -mz_G q & m(x_G p + y_G q) \\ -m(y_G q + z_G r) & my_G p & mz_G p & 0 & -(l_{xz} p + l_{yz} q) + l_z r & l_{xy} p + l_{yz} r - l_y \\ mx_G q & -m(z_G r + x_G p) & mz_G q & l_{xz} p + l_{yz} q - l_z r & 0 & -(l_{xy} q + l_{zx} r) - \\ mx_G r & -my_G r & -m(x_G p + y_G q) & -(l_{xy} p + l_{yz} r) - l_y q & l_{xy} q + l_{zx} r - l_x p & 0 \end{matrix}$$

Expresión explícita de algunos componentes del sistema

$$C_{RB}(\nu) = \begin{matrix} 0 & -mr & mq & m(y_G q + z_G r) & -mx_G q & -mx_G r \\ mr & 0 & -mp & -my_G p & m(z_G r + x_G p) & -my_G r \\ -mq & mp & 0 & -mz_G p & -mz_G q & m(x_G p + y_G q) \\ -m(y_G q + z_G r) & my_G p & mz_G p & 0 & -(l_{xz} p + l_{yz} q) + l_z r & l_{xy} p + l_{yz} r - l_y \\ mx_G q & -m(z_G r + x_G p) & mz_G q & l_{xz} p + l_{yz} q - l_z r & 0 & -(l_{xy} q + l_{zx} r) - l_x \\ mx_G r & -my_G r & -m(x_G p + y_G q) & -(l_{xy} p + l_{yz} r) - l_y q & l_{xy} q + l_{zx} r - l_x p & 0 \end{matrix}$$

$$D(\nu) = \begin{matrix} X'_{uu} u & X'_{vv} v & X'_{ww} w + X'_{w|w|} |w| & 0 & X'_{q|q|} |q| & 0 \\ Y'_{v|v|} v & Y'_{v|v|} \sqrt{v^2 + w^2} & 0 & 0 & 0 & Y'_{r|r|} |r| \\ Z'_{|w|} |w| + Z'_{w} w & Z'_{vr} r + Z'_{vv} v & 0 & 0 & Z'_{q|q|} |q| & Z'_{rr} r \\ K'_{p} u & K'_{v|v|} |v| & 0 & K'_{p|p|} |p| & 0 & K'_{r|r|} |r| \\ M'_{|w|} |w| & M'_{vv} v & M'_{w|w|} \sqrt{v^2 + w^2} & 0 & M'_{q|q|} |q| & 0 \\ 0 & N'_{v|v|} \sqrt{v^2 + w^2} & 0 & 0 & 0 & N'_{r|r|} |r| \end{matrix}$$

¿Cómo controlamos el submarino?

¿Cómo controlamos el submarino?

$$\mathbf{u}(t) = (\delta_b(t), \delta_s(t), \delta_r(t), n(t)),$$

¿Cómo controlamos el submarino?

$$\mathbf{u}(t) = (\delta_b(t), \delta_s(t), \delta_r(t), n(t)),$$

- δ_b : ángulo de vela: $[-\frac{5\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}]$

¿Cómo controlamos el submarino?

$$\mathbf{u}(t) = (\delta_b(t), \delta_s(t), \delta_r(t), n(t)),$$

- δ_b : ángulo de vela: $[-\frac{5\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}]$
- δ_s : ángulo de popa: $[-\frac{5\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}]$

¿Cómo controlamos el submarino?

$$\mathbf{u}(t) = (\delta_b(t), \delta_s(t), \delta_r(t), n(t)),$$

- δ_b : ángulo de vela: $[-\frac{5\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}]$
- δ_s : ángulo de popa: $[-\frac{5\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}]$
- δ_r : ángulo de timón para cambio de rumbo: $[-\frac{7\pi}{36}, \frac{7\pi}{36}]$

¿Cómo controlamos el submarino?

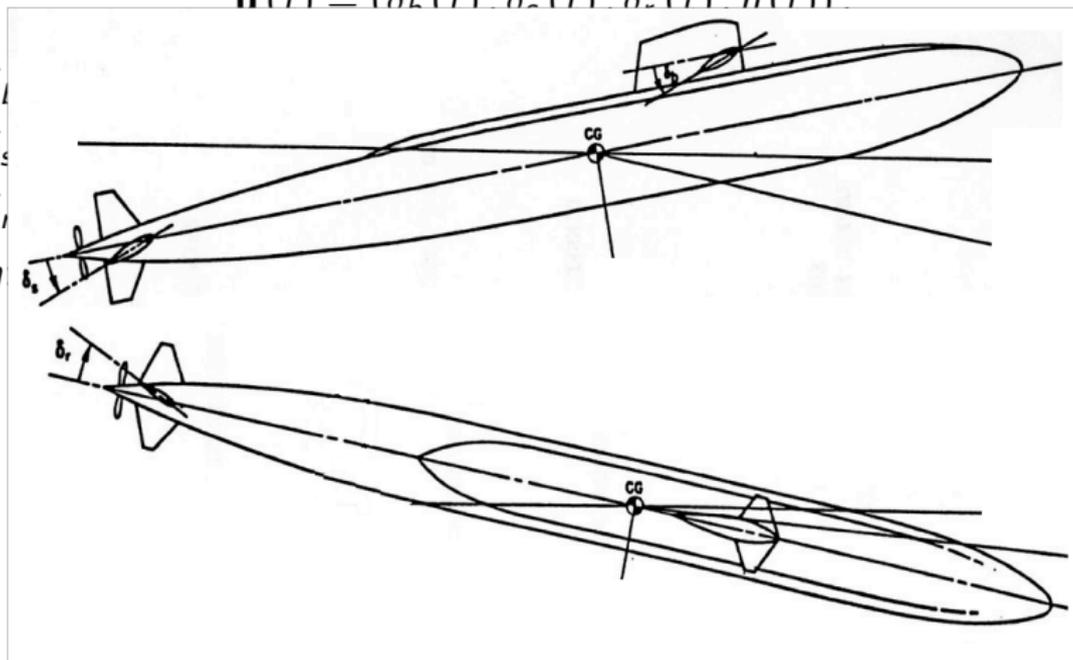
$$\mathbf{u}(t) = (\delta_b(t), \delta_s(t), \delta_r(t), n(t)),$$

- δ_b : ángulo de vela: $[-\frac{5\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}]$
- δ_s : ángulo de popa: $[-\frac{5\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}]$
- δ_r : ángulo de timón para cambio de rumbo: $[-\frac{7\pi}{36}, \frac{7\pi}{36}]$
- n : revoluciones de la hélice: $[0, 10]$

¿Cómo controlamos el submarino?

$$u(t) = (\delta_e(t) \quad \delta_r(t) \quad \delta_s(t) \quad n(t))$$

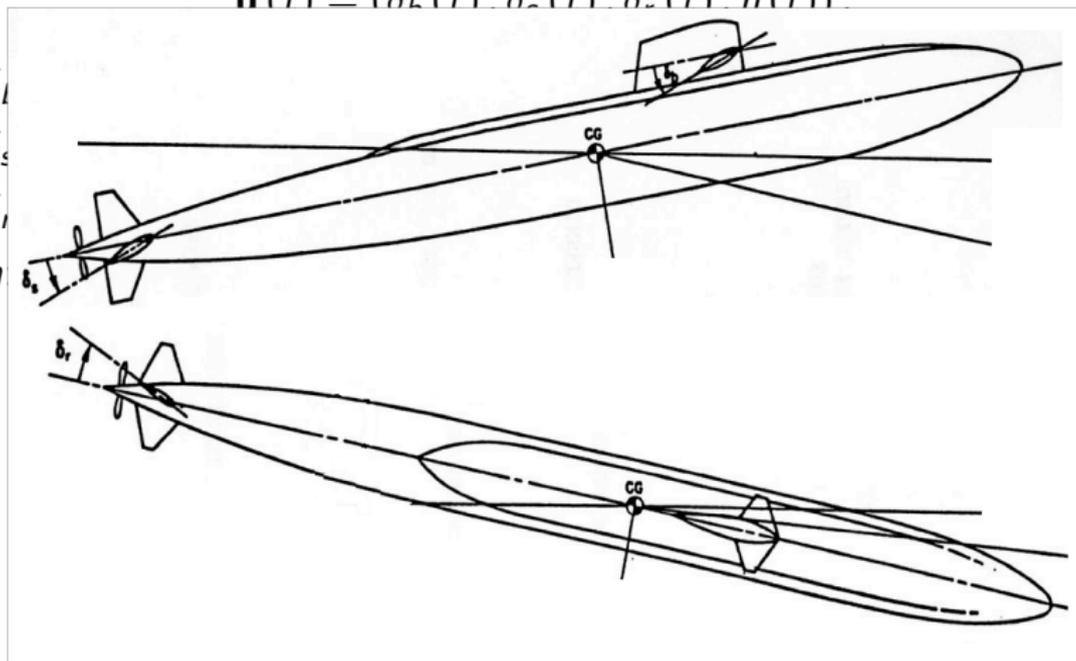
- δ_e
- δ_s
- δ_r
- n



¿Cómo controlamos el submarino?

$$\mathbf{u}(t) = (\delta_L(t) \quad \delta_S(t) \quad \delta_r(t) \quad n(t))$$

- δ_L
- δ_S
- δ_r
- n



$$-\frac{\pi}{4} \leq \phi \leq \frac{\pi}{4}, \quad -\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}, \quad 0 \leq \psi \leq 2\pi.$$

Formulación del problema

Acción de la variable de control \mathbf{u} :

$$\Phi : K \rightarrow \mathbb{R}^8$$

$$\mathbf{u} \mapsto \Phi(\mathbf{u}) = (\mathbf{u}, \mathbf{u}^2) \equiv (\delta_b, \delta_s, \delta_r, n, \delta_b^2, \delta_s^2, \delta_r^2, n^2).$$

Formulación del problema

Acción de la variable de control \mathbf{u} :

$$\begin{aligned} \Phi : K &\rightarrow \mathbb{R}^8 \\ \mathbf{u} &\mapsto \Phi(\mathbf{u}) = (\mathbf{u}, \mathbf{u}^2) \equiv (\delta_b, \delta_s, \delta_r, n, \delta_b^2, \delta_s^2, \delta_r^2, n^2). \end{aligned}$$

Ley de estado:

$$\mathbf{x}'(t) = Q(\mathbf{x}(t)) \Phi(\mathbf{u}(t)) + Q_0(\mathbf{x}(t))$$

$$Q : \mathbb{R}^{12} \rightarrow \mathcal{M}^{12 \times 8} \quad \text{y} \quad Q_0 : \mathbb{R}^{12} \rightarrow \mathbb{R}^{12}.$$

Formulación del problema

Acción de la variable de control \mathbf{u} :

$$\begin{aligned} \Phi : K &\rightarrow \mathbb{R}^8 \\ \mathbf{u} &\mapsto \Phi(\mathbf{u}) = (\mathbf{u}, \mathbf{u}^2) \equiv (\delta_b, \delta_s, \delta_r, n, \delta_b^2, \delta_s^2, \delta_r^2, n^2). \end{aligned}$$

Ley de estado:

$$\mathbf{x}'(t) = Q(\mathbf{x}(t))\Phi(\mathbf{u}(t)) + Q_0(\mathbf{x}(t))$$

$$Q : \mathbb{R}^{12} \rightarrow \mathcal{M}^{12 \times 8} \quad \text{y} \quad Q_0 : \mathbb{R}^{12} \rightarrow \mathbb{R}^{12}.$$

PROBLEMA: Dado un tiempo final t_f y un estado final $\mathbf{x}^{t_f} = (x_1^{t_f}, \dots, x_{12}^{t_f}) \in \Omega$, encontrar un control $\mathbf{u}(t) \in K$ tal que en el tiempo t_f la variable de estado $\mathbf{x}(t_f)$ alcance (o al menos esté cerca de) el estado final deseado \mathbf{x}^{t_f} , con un mínimo gasto del control (mínimo uso de timones y hélices)

Formulación matemática precisa, y algunas ideas sobre el análisis

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \text{Minimizar en } \mathbf{u} : \quad I(\mathbf{u}) = \sum_{j=1}^{12} \alpha_j \left(x_j(t_f) - x_j^{t_f} \right)^2 + \sum_{j=1}^4 \int_0^{t_f} \beta_j u_j^2(t) \\
 \text{sujeto a} \\
 \mathbf{x}'(t) = Q(\mathbf{x}(t)) \Phi(\mathbf{u}(t)) + Q_0(\mathbf{x}(t)), \quad 0 < t < t_f \\
 \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in \Omega \\
 \mathbf{x}(t) \in \Omega \quad \text{y} \quad \mathbf{u}(t) \in K, \quad 0 \leq t \leq t_f.
 \end{array} \right.$$

$\alpha_j \geq 0$ y $\beta_j \geq 0$, parámetros de peso.

Formulación matemática precisa, y algunas ideas sobre el análisis

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar en } \mathbf{u} : \\ \text{sujeto a} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} I(\mathbf{u}) = \sum_{j=1}^{12} \alpha_j \left(x_j(t_f) - x_j^{t_f} \right)^2 + \sum_{j=1}^4 \int_0^{t_f} \beta_j u_j^2(t) \\ \mathbf{x}'(t) = Q(\mathbf{x}(t)) \Phi(\mathbf{u}(t)) + Q_0(\mathbf{x}(t)), \quad 0 < t < t_f \\ \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in \Omega \\ \mathbf{x}(t) \in \Omega \quad \text{y} \quad \mathbf{u}(t) \in K, \quad 0 \leq t \leq t_f. \end{array}$$

$\alpha_j \geq 0$ y $\beta_j \geq 0$, parámetros de peso.

Theorem

Para $t_f > 0$, suficientemente pequeño, el problema anterior tiene, al menos, una solución.

Simulación numérica

Dificultades: carácter eminentemente no lineal

Simulación numérica

Dificultades: carácter eminentemente no lineal

Uso de las condiciones de optimalidad: coestado

Simulación numérica

Dificultades: carácter eminentemente no lineal

Uso de las condiciones de optimalidad: coestado

Implementación en MatLab: software SIMUSUB

Simulación numérica

Dificultades: carácter eminentemente no lineal

Uso de las condiciones de optimalidad: coestado

Implementación en MatLab: software SIMUSUB

Permite: analizar la robustez del controlador, comparar el comportamiento dinámico del vehículo, estimar el ruido hidrodinámico generado en determinadas maniobras, y generar una serie de trayectorias *ideales* que podrían ser utilizadas por un autopiloto.

Simulación numérica

Dificultad

Uso de

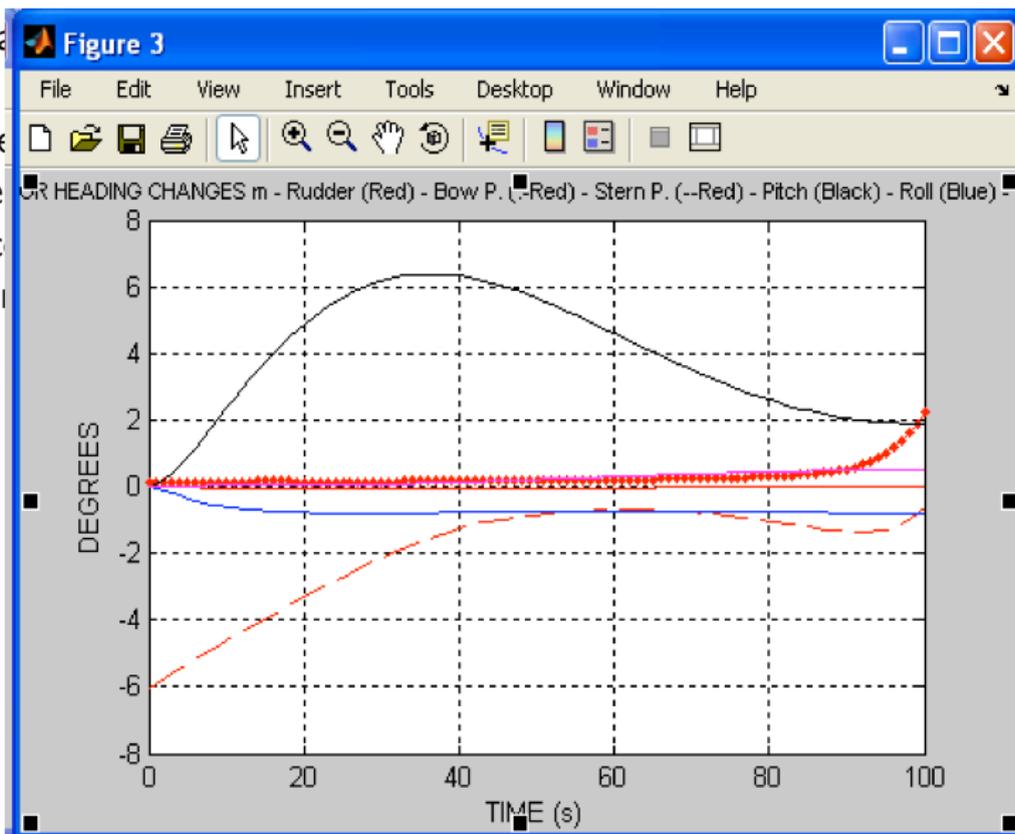
Implementación

Permite

dinámico

determinado

podrían



amiento

que

Primera situación

CAMBIO DE PROFUNDIDAD: de 400ms a 50ms en 200 segundos

Primera situación

CAMBIO DE PROFUNDIDAD: de 400ms a 50ms en 200 segundos

Tres escenarios según se elijan los pesos α_j y β_j :

- 1 se ignoran las demás variables y el coste del uso de los controles;

Primera situación

CAMBIO DE PROFUNDIDAD: de 400ms a 50ms en 200 segundos

Tres escenarios según se elijan los pesos α_j y β_j :

- 1 se ignoran las demás variables y el coste del uso de los controles;
- 2 además del cambio de profundidad, se desea que los valores del movimiento este (variable y) y el ángulo θ estén tan cerca de cero como sea posible;

Primera situación

CAMBIO DE PROFUNDIDAD: de 400ms a 50ms en 200 segundos

Tres escenarios según se elijan los pesos α_j y β_j :

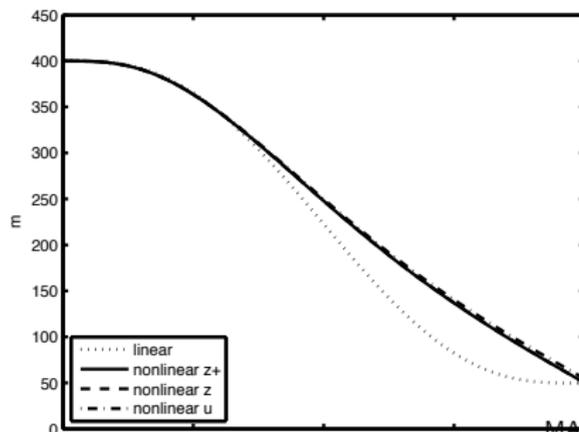
- 1 se ignoran las demás variables y el coste del uso de los controles;
- 2 además del cambio de profundidad, se desea que los valores del movimiento este (variable y) y el ángulo θ estén tan cerca de cero como sea posible;
- 3 se penaliza el uso de los controles para incorporar el coste.

Primera situación

CAMBIO DE PROFUNDIDAD: de 400ms a 50ms en 200 segundos

Tres escenarios según se elijan los pesos α_j y β_j :

- 1 se ignoran las demás variables y el coste del uso de los controles;
- 2 además del cambio de profundidad, se desea que los valores del movimiento este (variable y) y el ángulo θ estén tan cerca de cero como sea posible;
- 3 se penaliza el uso de los controles para incorporar el coste.



Diferencias

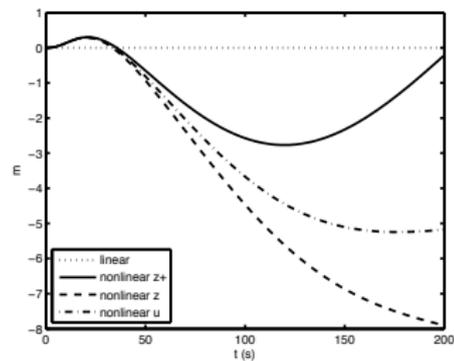
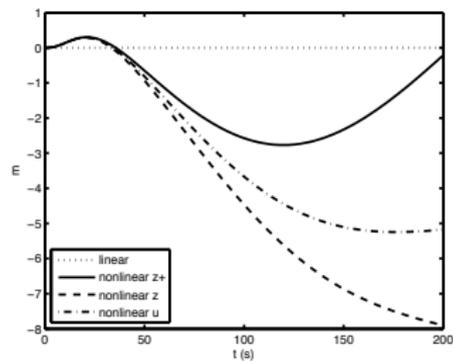
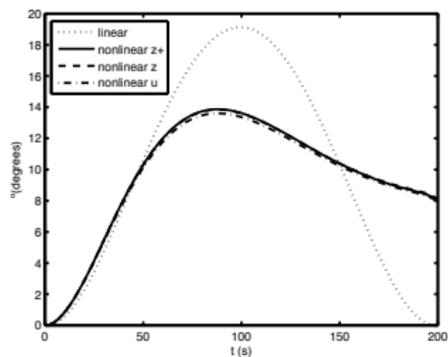


Figure 2. East movement, $y(t)$

Diferencias

Figure 2. East movement, $y(t)$ Figure 4. Pitch Angle, $\theta(t)$

Diferencias

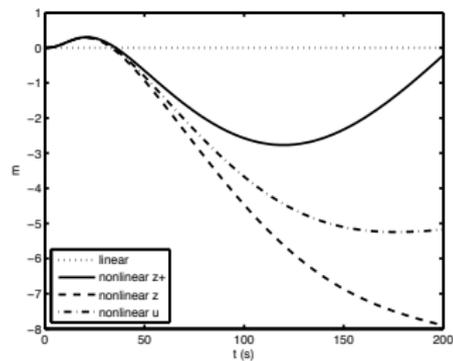


Figure 2. East movement, $y(t)$

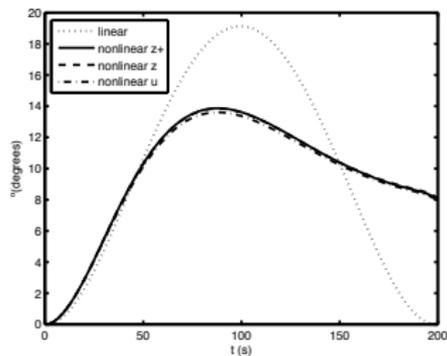


Figure 4. Pitch Angle, $\theta(t)$

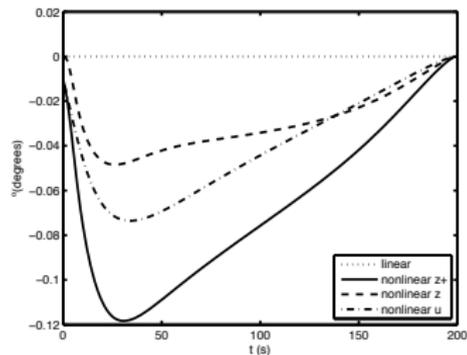


Figure 5. Deflection of rudder, $\delta_r(t)$

Diferencias

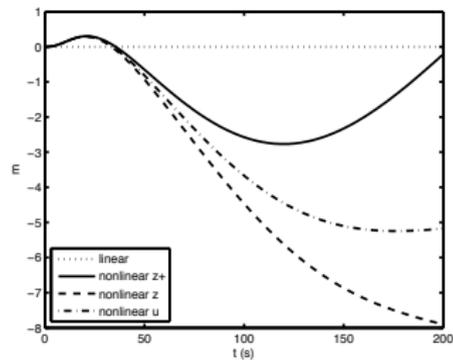


Figure 2. East movement, $y(t)$

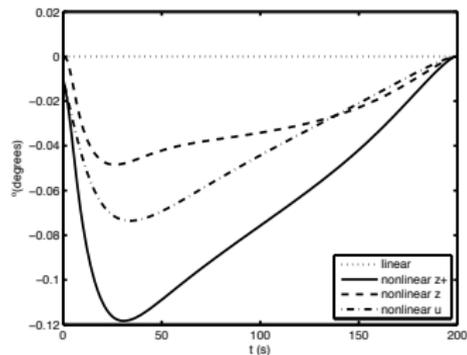


Figure 5. Deflection of rudder, $\delta_r(t)$

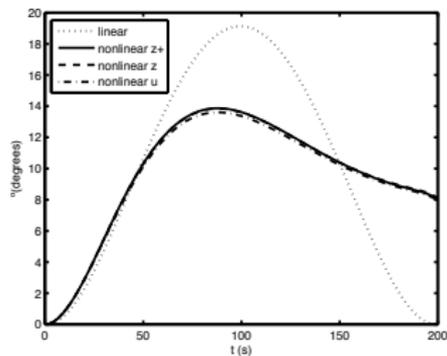


Figure 4. Pitch Angle, $\theta(t)$

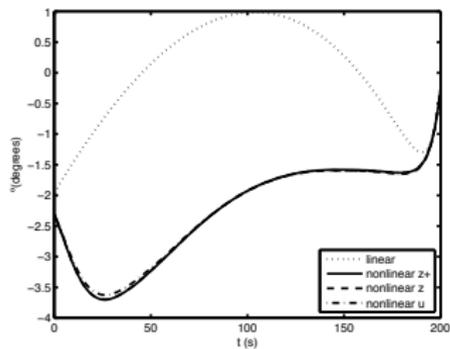


Figure 6. Deflection of stern plane, $\delta_s(t)$

Segunda situación: una maniobra de giro completo

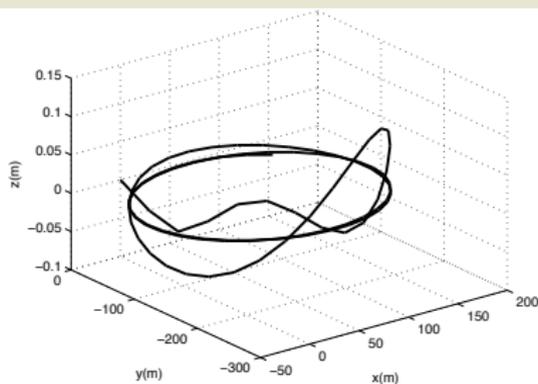


Figure 9. Three-dimensional movement

Segunda situación: una maniobra de giro completo

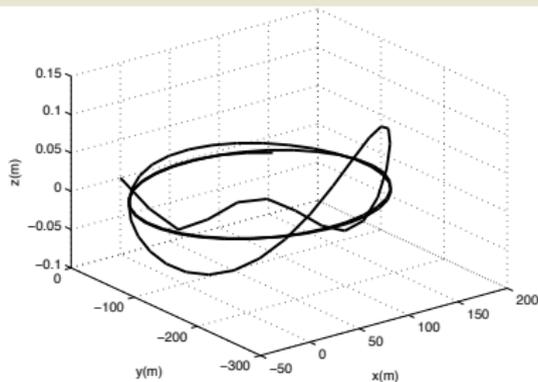


Figure 9. Three-dimensional movement

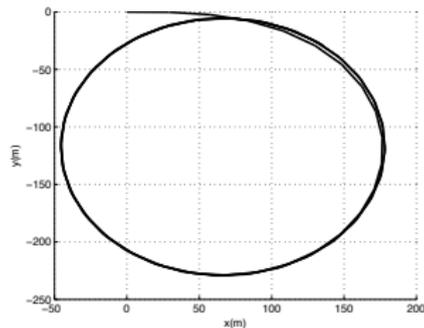


Figure 10. Movement x-y plane

Segunda situación: una maniobra de giro completo

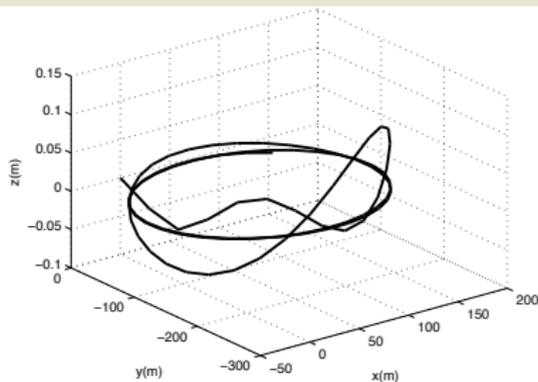


Figure 9. Three-dimensional movement

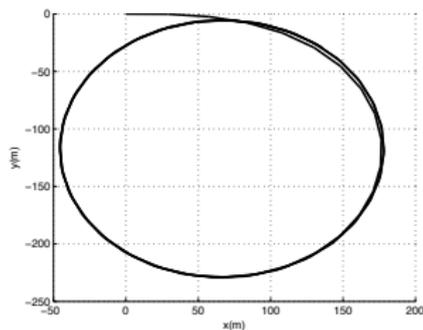
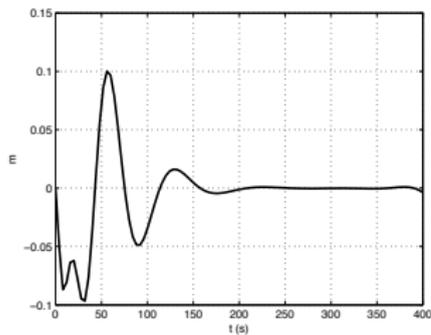


Figure 10. Movement x-y plane

Figure 11. Depth movement, $z(t)$