LAS MATEMÁTICAS DEL mp3 Y EL GPS

J. M. Ansemil

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

Matemáticas en Acción

Universidad de Cantabria

8 de Mayo de 2013

ÍNDICE:

ÍNDICE:

ÍNDICE:

ÍNDICE:

ÍNDICE:

ÍNDICE:

ÍNDICE:

Introducción

mp3 es un formato de “compresión” de audio.

Introducción

`mp3` es un formato de "compresión" de audio.

`mp3` es una abreviatura de MPEG Capa III. (MPEG= Moving Pictures Experts Group)

Introducción

`mp3` es un formato de "compresión" de audio.
`mp3` es una abreviatura de MPEG Capa III. (MPEG= Moving Pictures Experts Group)

Elaborado por Karlheinz Brandenburg, del Instituto Fraunhofer (58 centros de investigación en Alemania).

Introducción

`mp3` es un formato de "compresión" de audio.
`mp3` es una abreviatura de MPEG Capa III. (MPEG= Moving Pictures Experts Group)

Elaborado por Karlheinz Brandenburg, del Instituto Fraunhofer (58 centros de investigación en Alemania).

Primera patente en 1986 y varias más en 1991.

`mp3` es un formato de "compresión" de audio.
`mp3` es una abreviatura de MPEG Capa III. (MPEG= Moving Pictures Experts Group)

Elaborado por Karlheinz Brandenburg, del Instituto Fraunhofer (58 centros de investigación en Alemania).

Primera patente en 1986 y varias más en 1991.

En julio de 1995 Brandenburg usó por primera vez la extensión `mp3`.

Introducción

`mp3` es un formato de "compresión" de audio.
`mp3` es una abreviatura de MPEG Capa III. (MPEG= Moving Pictures Experts Group)

Elaborado por Karlheinz Brandenburg, del Instituto Fraunhofer (58 centros de investigación en Alemania).

Primera patente en 1986 y varias más en 1991.

En julio de 1995 Brandenburg usó por primera vez la extensión `mp3`.

Un año después su instituto ingresaba en concepto de patentes 1,2 millones de euros.

Introducción

mp3 es un formato de "compresión" de audio.
mp3 es una abreviatura de MPEG Capa III. (MPEG= Moving Pictures Experts Group)

Elaborado por Karlheinz Brandenburg, del Instituto Fraunhofer (58 centros de investigación en Alemania).

Primera patente en 1986 y varias más en 1991.

En julio de 1995 Brandenburg usó por primera vez la extensión mp3.

Un año después su instituto ingresaba en concepto de patentes 1,2 millones de euros. Diez años más tarde esta cantidad alcanzó los 26,1 millones de euros.

Introducción

GPS es el acrónimo de Global Position System, es un sistema de posicionamiento en el espacio.

Introducción

GPS es el acrónimo de Global Position System, es un sistema de posicionamiento en el espacio.

Empezó a desarrollarse en los pasados años 60 y, como otras muchas tecnologías, es de origen militar.

Introducción

GPS es el acrónimo de Global Position System, es un sistema de posicionamiento en el espacio.

Empezó a desarrollarse en los pasados años 60 y, como otras muchas tecnologías, es de origen militar.

Con un reproductor de `mp3` podemos escuchar música “comprimida” y con un receptor `GPS` podemos saber las coordenadas de nuestra posición en el espacio, dato que luego interpreta un procesador para mostrarnos en un mapa el lugar en donde estamos.

Ideas básicas sobre la “Teoría de la Señal”.

El Diccionario de la Real Academia Española recoge 20 acepciones de la palabra “señal”, en este contexto la que más se adapta es la acepción 8 que dice:

Ideas básicas sobre la "Teoría de la Señal".

El Diccionario de la Real Academia Española recoge 20 acepciones de la palabra "señal", en este contexto la que más se adapta es la acepción 8 que dice:

8: f.Vestigio o impresión que queda de algo por lo que se viene al conocimiento de ello.

Señales

Los físicos, los ingenieros y los matemáticos, modelamos las señales mediante una "función".

Los físicos, los ingenieros y los matemáticos, modelamos las señales mediante una "función".

Si ésta es "continua" señales *analógicas*.

Señales

Los físicos, los ingenieros y los matemáticos, modelamos las señales mediante una "función".

Si ésta es "continua" señales *analógicas*.

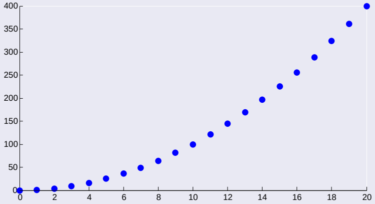
Cuando las señales están definidas sólo en un conjunto numerable de puntos, hablamos de señales *discretas*.

Ejemplos:

- $e(t) = 120t$ modela una señal continua, la que representa el espacio que lleva recorrido un móvil en el tiempo t.

Ejemplos:

- $e(t) = 120t$ modela una señal continua, la que representa el espacio que lleva recorrido un móvil en el tiempo t.
- $x[n] = n^2$ modela una señal discreta:



Señales

Señales sinusoidales:

Señales sinusoidales:

$$x(t) = A \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

Señales sinusoidales:

$$x(t) = A{\cdot}cos(\omega{\cdot}t + \varphi)$$

$A > 0$, la **amplitud**,

Señales

Señales sinusoidales:

$$x(t) = A \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$A > 0$, la **amplitud**,

$\omega > 0$, el **pulso**

Señales sinusoidales:

$$x(t) = A{\cdot}cos(\omega{\cdot}t + \varphi)$$

$A > 0$, la **amplitud**,

$\omega > 0$, el **pulso**

φ es un número real, la **fase**.

Señales

Señales sinusoidales:

$$x(t) = A{\cdot}cos(\omega{\cdot}t + \varphi)$$

$A > 0$, la **amplitud**,

$\omega > 0$, el **pulso**

φ es un número real, la **fase**.

$T = \frac{2\pi}{\omega}$, **período fundamental**,

$x(t + T) = x(t)$.

Señales sinusoidales:

$$x(t) = A \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$A > 0$, la **amplitud**,

$\omega > 0$, el **pulso**

φ es un número real, la **fase**.

$T = \frac{2\pi}{\omega}$, **período fundamental**,

$x(t + T) = x(t)$.

$\frac{\omega}{2\pi}$, la **frecuencia** $=$ número de ciclos por segundo.

Señales sinusoidales:

$$x(t) = A \cdot cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

$A > 0$, la **amplitud**,

$\omega > 0$, el **pulso**

φ es un número real, la **fase**.

$T = \frac{2\pi}{\omega}$, **período fundamental**,

$x(t + T) = x(t)$.

$\frac{\omega}{2\pi}$, la **frecuencia** $=$ número de ciclos por segundo.

Hercio, $1Hz=$ un ciclo por segundo.

Veamos como es $x(t) = A{\cdot}cos(\omega{\cdot}t + \varphi)$ para algunos valores de A, ω y φ:

Señales

Veamos como es $x(t) = A{\cdot}cos(\omega{\cdot}t + \varphi)$ para algunos valores de A, ω y φ:

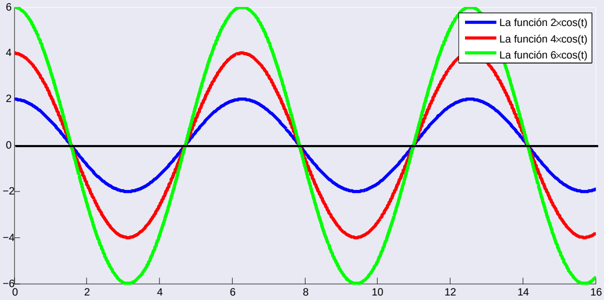
- $\omega = 1$ y $\varphi = 0$, $\ x(t) = A\cos(t)$.

  Para $A = 2$, $A = 4$ y $A = 6$:

Veamos como es $x(t) = A{\cdot}cos(\omega{\cdot}t + \varphi)$ para algunos valores de A, ω y φ:

- $\omega = 1$ y $\varphi = 0$, $x(t) = A\cos(t)$.

Para $A = 2$, $A = 4$ y $A = 6$:

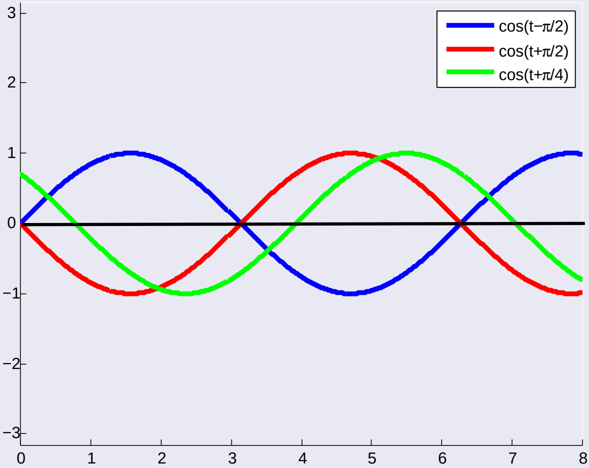


- $A = 1$ y $\omega = 1$, $x(t) = \cos(t + \varphi)$.

  Para $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ y $\varphi = \frac{\pi}{4}$:

- $A = 1$ y $\omega = 1$, $x(t) = \cos(t + \varphi)$.

Para $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, $\varphi = \frac{\pi}{2}$ y $\varphi = \frac{\pi}{4}$:



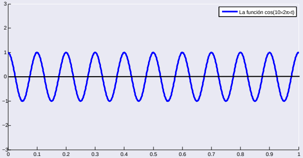
Señales

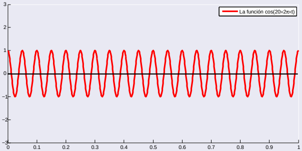
- $A = 1, \varphi = 0,\ x(t) = cos(\omega t).$

  Para $\omega = 10 \times 2\pi$ y $\omega = 20 \times 2\pi$:

- $A = 1, \varphi = 0, \ x(t) = cos(\omega t)$.

  Para $\omega = 10 \times 2\pi$ y $\omega = 20 \times 2\pi$:

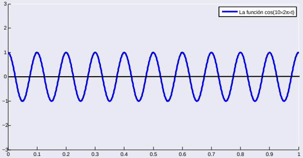


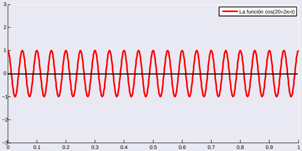


Señales

- $A = 1, \varphi = 0, \ x(t) = cos(\omega t)$.

  Para $\omega = 10 \times 2\pi$ y $\omega = 20 \times 2\pi$:

  Primer caso, $10Hz$
  Segundo caso, $20Hz$.

  Oído humano: $20Hz \rightsquigarrow 20.000Hz$ Tiene una mayor sensibilidad a las frecuencias entre 500 y 4.000Hz.

Señales

La “mayor parte” de las señales que aparecen en el mundo real son “combinaciones” de señales del tipo anterior.

La "mayor parte" de las señales que aparecen en el mundo real son "combinaciones" de señales del tipo anterior.

Con el término "combinaciones" me refiero a sumas (posiblemente infinitas) de productos de senos y cosenos por constantes.

Señales

La “mayor parte” de las señales que aparecen en el mundo real son “combinaciones” de señales del tipo anterior.

Con el término “combinaciones” me refiero a sumas (posiblemente infinitas) de productos de senos y cosenos por constantes.

Esta es la base del “Análisis de Fourier”.

Señales

La "mayor parte" de las señales que aparecen en el mundo real son "combinaciones" de señales del tipo anterior.

Con el término "combinaciones" me refiero a sumas (posiblemente infinitas) de productos de senos y cosenos por constantes.

Esta es la base del "Análisis de Fourier".

Tiene grandes aplicaciones a varias áreas de las matemáticas y de otras ciencias.

Joseph Fourier (matemático francés, 1768-1830)

Cosas básicas del Análisis de Fourier que necesito.

Cosas básicas del Análisis de Fourier que necesito.

Dada una función f definida en la recta real $\mathbb{R}$ se define su Transformada de Fourier $\widehat{f}$ como la función real dada por:

Señales

Cosas básicas del Análisis de Fourier que necesito.

Dada una función f definida en la recta real $\mathbb{R}$ se define su Transformada de Fourier $\widehat{f}$ como la función real dada por:

$$\widehat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

supuesto, que esta integral exista. Otra notación habitual $\mathscr{F}(f)$.

Cosas básicas del Análisis de Fourier que necesito.

Dada una función f definida en la recta real $\mathbb{R}$ se define su Transformada de Fourier $\widehat{f}$ como la función real dada por:

$$\widehat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt$$

supuesto, que esta integral exista. Otra notación habitual $\mathscr{F}(f)$.

Se aplica a señales analógicas.

Para señales finitas de N valores, se define la DFT (Dicrete Fourier Transform) por la fórmula:

$$\hat{x}[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-i \frac{2\pi nk}{N}}$$

Para señales finitas de N valores, se define la DFT (Dicrete Fourier Transform) por la fórmula:

$$\hat{x}[k] = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-i\frac{2\pi nk}{N}}$$

Para calcular estos $\hat{x}[k]$ hay que hacer $(N-1)^2$ multiplicaciones y $N(N-1)$ sumas de números complejos.

Para señales finitas de N valores, se define la DFT (Dicrete Fourier Transform) por la fórmula:

$$\hat{x}[k] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-i \frac{2\pi nk}{N}}$$

Para calcular estos $\hat{x}[k]$ hay que hacer $(N-1)^2$ multiplicaciones y $N(N-1)$ sumas de números complejos.

Si $N = 1024 \rightsquigarrow$ 1.046.529 multiplicaciones y 1.047.552 sumas.

En 1965 Cooley y Tuckey inventaron un algoritmo para el cálculo de esos coeficientes de mucho menor coste computacional, la FFT (*Fast Fourier Transform*).

En 1965 Cooley y Tuckey inventaron un algoritmo para el cálculo de esos coeficientes de mucho menor coste computacional, la `FFT` (*Fast Fourier Transform*).

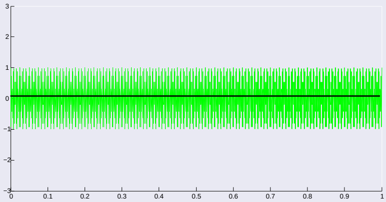
N=1024 $\rightsquigarrow$ 4.097 multiplicaciones y 10.420 sumas. MATLAB® la implementa mediante la función `fft`.

Señales

Vamos ahora a calcular la `fft` de un par de señales e interpretar lo que ésta significa.

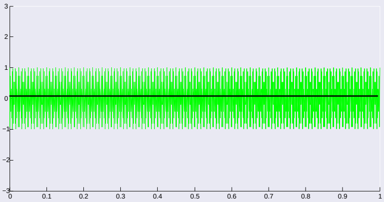
Vamos ahora a calcular la `fft` de un par de señales e interpretar lo que ésta significa.

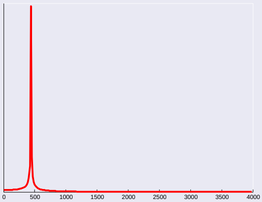
Empezamos con una señal sintética, $x(t) = cos(440 \times 2\pi \times t)$:



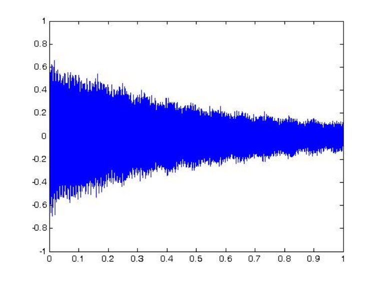
Vamos ahora a calcular la `fft` de un par de señales e interpretar lo que ésta significa.

Empezamos con una señal sintética, $x(t) = cos(440 \times 2\pi \times t)$:

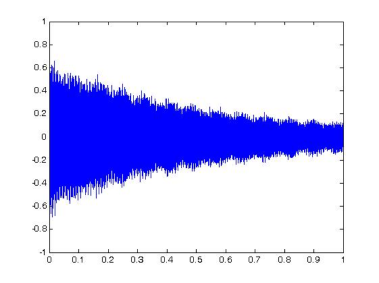


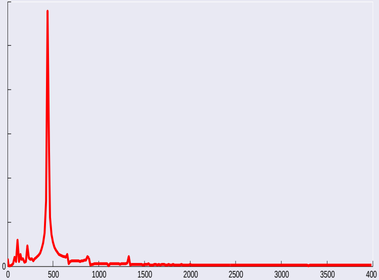


Visualizamos ahora la señal generada al pulsar la 5ª cuerda (*La*) de una guitarra española y grabarla durante un segundo,



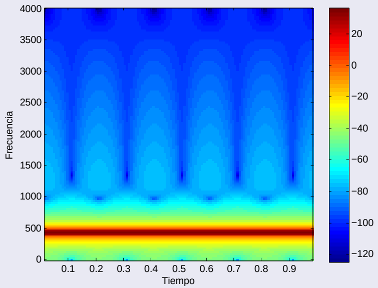
Visualizamos ahora la señal generada al pulsar la 5^a cuerda (*La*) de una guitarra española y grabarla durante un segundo,





Sus espectrogramas son:

Sus espectrogramas son:



Decíamos que `mp3` es un formato de "compresión" de audio.

Decíamos que `mp3` es un formato de “compresión” de audio.

Comprimir una señal es quitarle parte de la información.

Decíamos que mp3 es un formato de "compresión" de audio.

Comprimir una señal es quitarle parte de la información.

¿Cómo se hace eso?

Filtrado de señales

Decíamos que `mp3` es un formato de "compresión" de audio.

Comprimir una señal es quitarle parte de la información.

¿Cómo se hace eso? **"filtrando"**.

Filtrado de señales

Decíamos que `mp3` es un formato de "compresión" de audio.

Comprimir una señal es quitarle parte de la información.

¿Cómo se hace eso? **"filtrando"**.

Los filtrados de las señales se hacen en frecuencia usando la `fft`.

Filtrado de señales

Decíamos que mp3 es un formato de "compresión" de audio.

Comprimir una señal es quitarle parte de la información.

¿Cómo se hace eso? **"filtrando"**.

Los filtrados de las señales se hacen en frecuencia usando la fft.

Con ella se calcula el espectro de frecuencias de la señal, se filtra éste y se "recupera" la señal calculando la inversa de la fft.

Consideremos en primer lugar la siguiente señal (utilizada por los radares):

Consideremos en primer lugar la siguiente señal (utilizada por los radares):

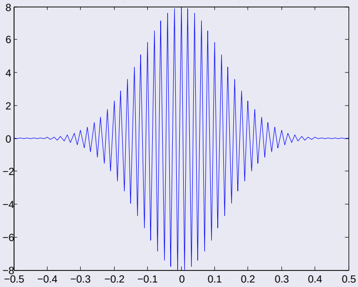
$$s(t) = 8cos(2 \cdot 50 \cdot \pi \cdot t) \cdot e^{-10 \cdot \pi \cdot t^2}$$

Filtrado de señales

Consideremos en primer lugar la siguiente señal (utilizada por los radares):

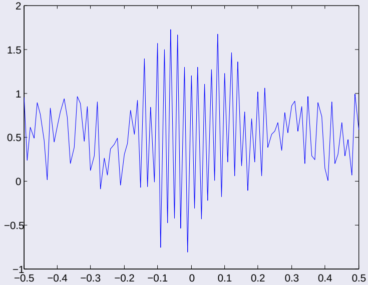
$$s(t) = 8cos(2 \cdot 50 \cdot \pi \cdot t) \cdot e^{-10 \cdot \pi \cdot t^2}$$

Su gráfica es:



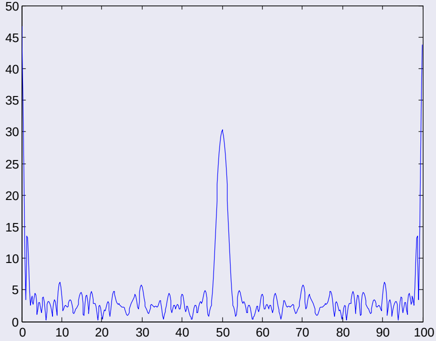
Cualquier señal transmitida sufre perturbaciones y la señal recibida podría ser:

Cualquier señal transmitida sufre perturbaciones y la señal recibida podría ser:



`fft` de la señal recibida obtenemos:

`fft` de la señal recibida obtenemos:

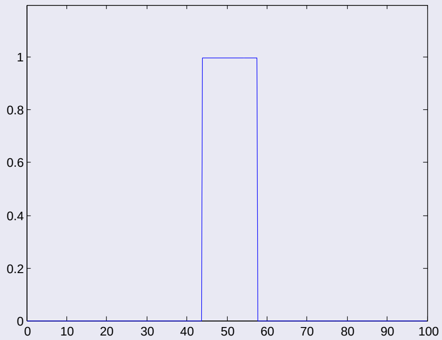


Filtrado de señales

Filtro de unos 50Hz.

Filtrado de señales

Filtro de unos 50Hz.

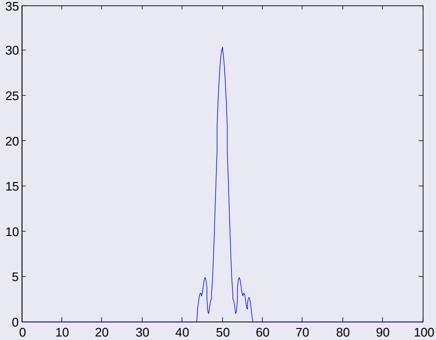


Filtrado de señales

Espectro de frecuencias:

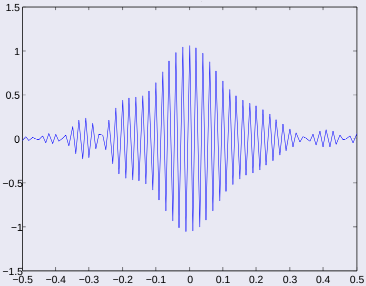
Filtrado de señales

Espectro de frecuencias:

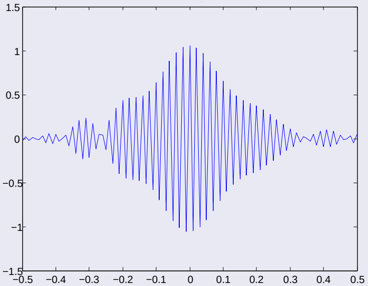


Si le aplicamos la inversa de la `fft` obtenemos la siguiente señal que es bien parecida a la original:

Si le aplicamos la inversa de la `fft` obtenemos la siguiente señal que es bien parecida a la original:



Si le aplicamos la inversa de la `fft` obtenemos la siguiente señal que es bien parecida a la original:



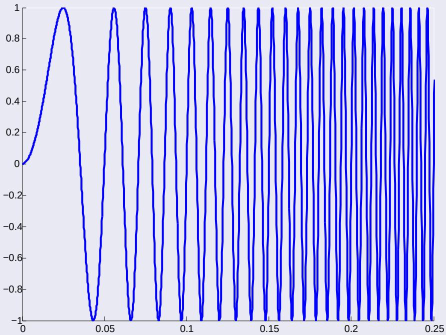
Señal de audio de frecuencia creciente de 0 a 4000Hz en 5s.,

$$x(t) = sen(2\pi \times (440t) \times t) :$$

Filtrado de señales

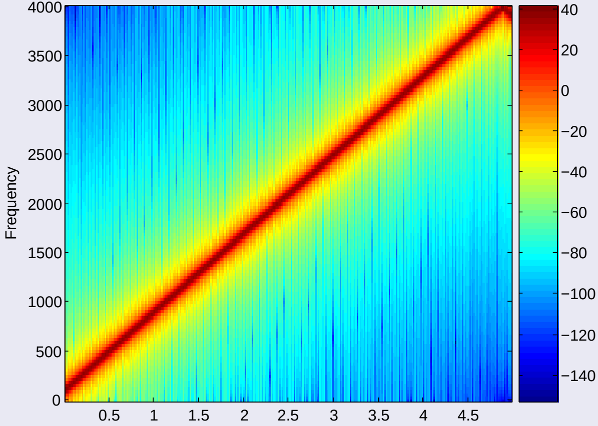
Señal de audio de frecuencia creciente de 0 a 4000Hz en 5s.,

$$x(t) = sen(2\pi \times (440t) \times t):$$

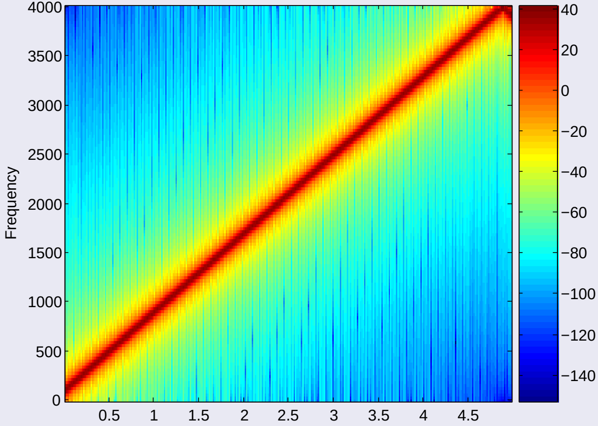


Filtrado de señales

Su espectrograma,



Su espectrograma,

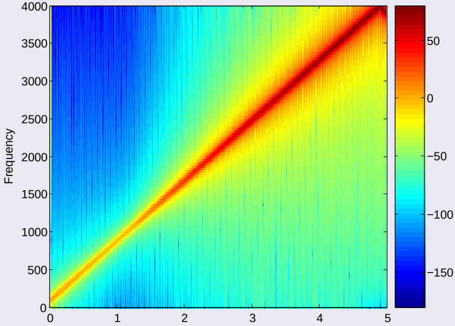


0-4000Hz

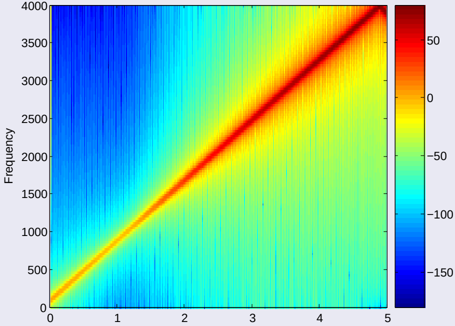
Le filtramos la frecuencias menores de 1500Hz:

Filtrado de señales

Le filtramos la frecuencias menores de 1500Hz:



Le filtramos la frecuencias menores de 1500Hz:



 1500-4000Hz

El formato mp3.

El formato mp3.

Una señal digital de audio estéreo con una frecuencia de muestreo típica de 44.100 muestras por segundo y 16 bits por muestra supone una tasa de

$$44.100\frac{\text{muestras}}{\text{s}}\cdot 16\frac{\text{bits}}{\text{muestra}}\cdot 2 \text{ canales}{=}1.411.200\text{bps (bits/segundo)}.$$

En un CD caben 700MB=5.872.025.600 bits.

En un CD caben 700MB=5.872.025.600 bits.
(1 MB=2^{20}=1.048.576 bytes y cada byte tiene 8 bits.)

En un CD caben 700MB=5.872.025.600 bits.
(1 MB=2^{20}=1.048.576 bytes y cada byte tiene 8 bits.)

Una canción dura alrededor de 3 minutos, luego ocupa unos

En un CD caben 700MB=5.872.025.600 bits.
(1 MB=2^{20}=1.048.576 bytes y cada byte tiene 8 bits.)

Una canción dura alrededor de 3 minutos, luego ocupa unos

$$1.411.200 \cdot 60 \cdot 3 = 254.016.000 \text{ bits.}$$

En un CD caben 700MB=5.872.025.600 bits.
(1 MB=2^{20}=1.048.576 bytes y cada byte tiene 8 bits.)

Una canción dura alrededor de 3 minutos, luego ocupa unos

$$1.411.200 \cdot 60 \cdot 3 = 254.016.000 \text{ bits.}$$

y por lo tanto en un CD caben unas 23 canciones.

En un CD caben 700MB=5.872.025.600 bits.
(1 MB=2^{20}=1.048.576 bytes y cada byte tiene 8 bits.)

Una canción dura alrededor de 3 minutos, luego ocupa unos

$$1.411.200 \cdot 60 \cdot 3 = 254.016.000 \text{ bits.}$$

y por lo tanto en un CD caben unas 23 canciones.

Utilizando mp3 se puede obtener un factor de compresión del orden de 10 a 1.

El fundamento del mp3 consiste en aplicar un banco de filtros y una serie de transformaciones adecuadas para eliminar las partes de la música original que los estudios de psicoacústica demuestran que el oído humano no percibe por alguna o varias de las siguientes propiedades:

El fundamento del mp3 consiste en aplicar un banco de filtros y una serie de transformaciones adecuadas para eliminar las partes de la música original que los estudios de psicoacústica demuestran que el oído humano no percibe por alguna o varias de las siguientes propiedades:

- *Mínimo y máximo umbral auditivo*. Se corresponden con los sonidos de intensidad más débil y más fuerte que el oído humano puede apreciar en ambiente silencioso

El fundamento del mp3 consiste en aplicar un banco de filtros y una serie de transformaciones adecuadas para eliminar las partes de la música original que los estudios de psicoacústica demuestran que el oído humano no percibe por alguna o varias de las siguientes propiedades:

- *Mínimo y máximo umbral auditivo*. Se corresponden con los sonidos de intensidad más débil y más fuerte que el oído humano puede apreciar en ambiente silencioso
- *Enmascaramiento en frecuencia.* Una señal puede enmascararse (volviéndose inaudible) por otra de mayor intensidad si ambas tienes frecuencias parecidas

- *Enmascaramiento temporal*. Un sonido puede enmascarar a otro más débil si ambos están separados por un breve intervalo de tiempo

- *Enmascaramiento temporal*. Un sonido puede enmascarar a otro más débil si ambos están separados por un breve intervalo de tiempo
- "*Joint stereo*". El oído humano no es capaz de localizar espacialmente los sonidos de frecuencias muy altas o muy bajas por lo que estas señales se graban como monofónicas

- *Enmascaramiento temporal*. Un sonido puede enmascarar a otro más débil si ambos están separados por un breve intervalo de tiempo
- "*Joint stereo*". El oído humano no es capaz de localizar espacialmente los sonidos de frecuencias muy altas o muy bajas por lo que estas señales se graban como monofónicas
- *Bandas críticas*. Se llaman bandas críticas a aquellas bandas de frecuencia en las cuales el oído humano confunde las frecuencias, en ellas el oído sólo responde al estímulo más fuerte. Su anchura depende de lo altas o bajas que sean las frecuencias y aumenta de forma logarítmica a medida que aumenta la frecuencia.

El codificador de mp3 es muy complejo.

El codificador de mp3 es muy complejo.

Señal audio $\rightsquigarrow$ Espectro de frecuencias $\rightsquigarrow$ 32 bandas.

MDCT: Para señales de n muestras viene dada por:

El codificador de mp3 es muy complejo.

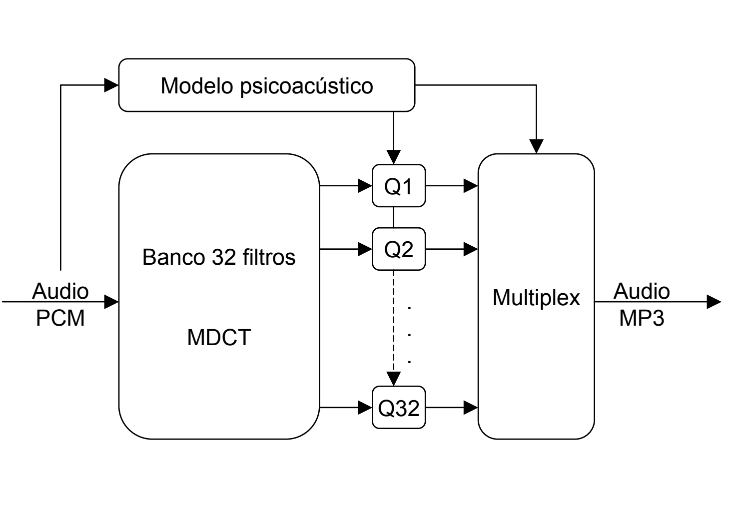
Señal audio $\rightsquigarrow$ Espectro de frecuencias $\rightsquigarrow$ 32 bandas.

MDCT: Para señales de n muestras viene dada por:

$$X[j] = \sum_{k=0}^{n-1} x[k] \cos[\frac{\pi}{n}(j + \frac{1}{2})(k + \frac{1}{2})].$$

Luego se procede a eliminar los sonidos no audibles, según los criterios anteriores, en cada una de esas bandas...

Luego se procede a eliminar los sonidos no audibles, según los criterios anteriores, en cada una de esas bandas...



El decodificado lo lleva a cabo nuestro reproductor de mp3.

El decodificado lo lleva a cabo nuestro reproductor de mp3.

http://www.mp3-tech.org/

El decodificado lo lleva a cabo nuestro reproductor de mp3.

http://www.mp3-tech.org/

Hay muchos programas para convertir los formatos estándar a mp3.

El decodificado lo lleva a cabo nuestro reproductor de mp3.

http://www.mp3-tech.org/

Hay muchos programas para convertir los formatos estándar a mp3.

Hay uno hecho con MATLAB® por Alejandro Duque González, aleduq@hotmail.com y Erwin Alexander Vargas Restrepo, alexvargas_1999@yahoo.com, de la Universidad Pontificia Bolivariana, en el que se puede seguir el proceso.

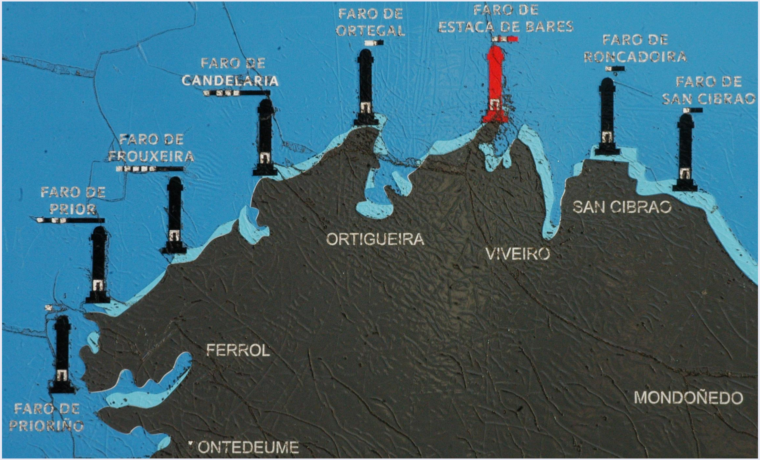
GPS es un sistema de posicionamiento en el espacio, es norteamericano, los rusos tienen otro (GLONASS), los chinos están ultimando uno (COMPASS) y en Europa se está preparando otro, GALILEO.

GPS es un sistema de posicionamiento en el espacio, es norteamericano, los rusos tienen otro (GLONASS), los chinos están ultimando uno (COMPASS) y en Europa se está preparando otro, GALILEO.

El sistema GPS consta de una constelación de 24 satélites, en orbitando a una altura media de 20.200 Km. a una velocidad de 14.000Km/h. Emiten constantemente señales electromagnéticas. Estas señales las recibe un dispositivo preparado para ello y puede decirnos en que posición estamos.

Veamos un símil:

Veamos un símil:

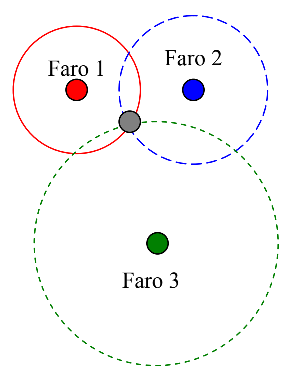


GPS

GPS

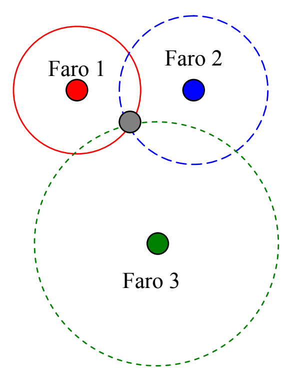
A las 12:00 suenan todas las bocinas de los faros

- 12:00:10 (Faro 1), 3.400m



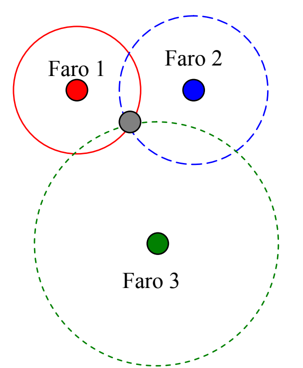
A las 12:00 suenan todas las bocinas de los faros

- 12:00:10 (Faro 1), 3.400m
- 12:00:12 (Faro 2), 4.080m



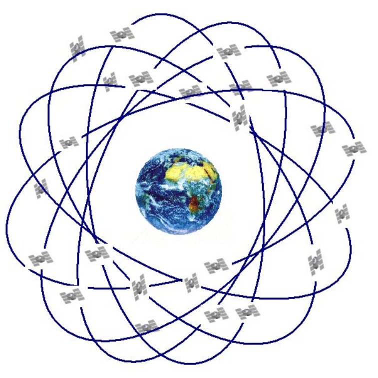
A las 12:00 suenan todas las bocinas de los faros

- 12:00:10 (Faro 1), 3.400m
- 12:00:12 (Faro 2), 4.080m
- 12:00:16 (Faro 3), 5.440m.



A ver cómo hacen los GPS para localizar nuestra posición.

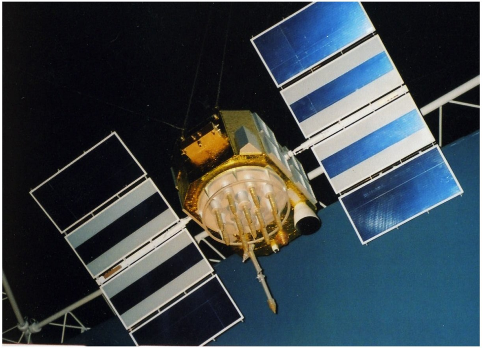
En el caso del GPS los faros son satélites:



Constelación de GPS

Pincha sobre el icono. (Animación obtenida en: https://en.wikipedia.org/wiki/File:ConstellationGPS.gif)

GPS



Estas señales se comparan mediante una correlación con las que tiene nuestro receptor como patrón, mediante la transformada de Fourier discreta:

Estas señales se comparan mediante una correlación con las que tiene nuestro receptor como patrón, mediante la transformada de Fourier discreta:

$$\mathtt{ifft(fft(x[n])}\cdot\ \mathtt{fft(C[n])}^{*}\mathtt{)}$$

Estas señales se comparan mediante una correlación con las que tiene nuestro receptor como patrón, mediante la transformada de Fourier discreta:

$$\mathtt{ifft(fft(x[n])}\cdot\ \mathtt{fft(C[n])}^{*}\mathtt{)}$$

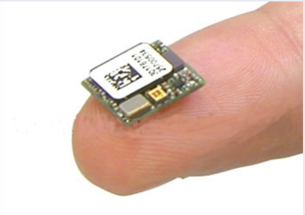
Donde $x[n]$ es la señal recibida y $C[n]$ es el patrón de una de las señales GPS que tiene nuestro receptor.

Estas señales se comparan mediante una correlación con las que tiene nuestro receptor como patrón, mediante la transformada de Fourier discreta:

$$\texttt{ifft(fft(x[n])}\cdot\ \texttt{fft(C[n])}^{*}\texttt{)}$$

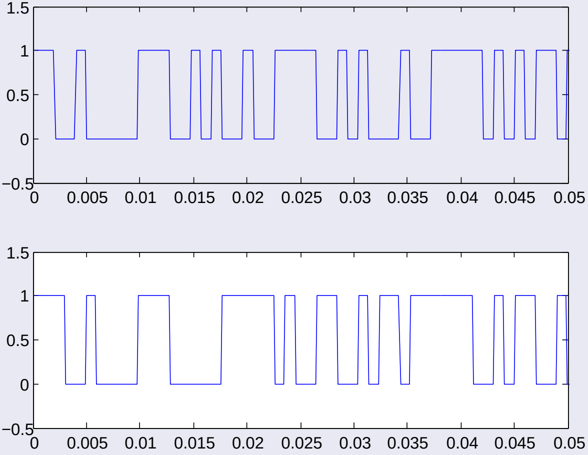
Donde $x[n]$ es la señal recibida y $C[n]$ es el patrón de una de las señales GPS que tiene nuestro receptor.

SiRF Start III:

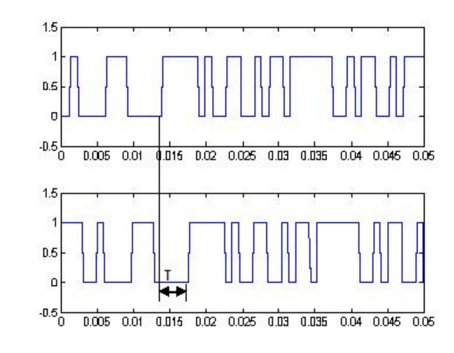


Señal que emiten dos de los satélites de GPS:

Señal que emiten dos de los satélites de GPS:



Una de las anteriores señales y la señal que recibe nuestro receptor.



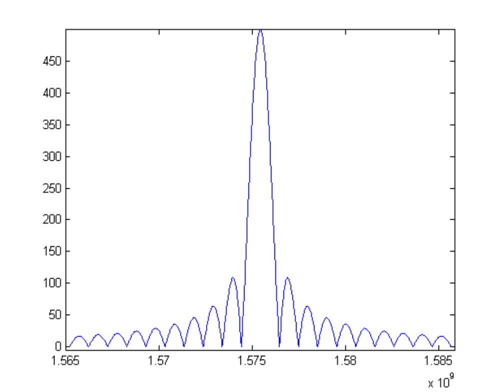
Mostramos ahora los espectros de frecuencia para las señales de GPS y de GALILEO. Este último sistema emitirá señales en tres frecuencias diferentes. Observad el rango de frecuencias, son del orden de los 10^9Hz.

GPS

GPS: Dos señales similares de frecuencias: 1227,60MHz y 1575,42MHz.
Desde 2010 emite una tercera señal de 1176.45MHz.

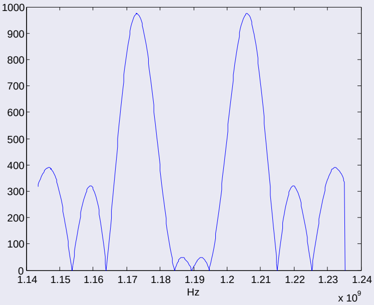
GPS: Dos señales similares de frecuencias: 1227,60MHz y 1575,42MHz.
Desde 2010 emite una tercera señal de 1176.45MHz.

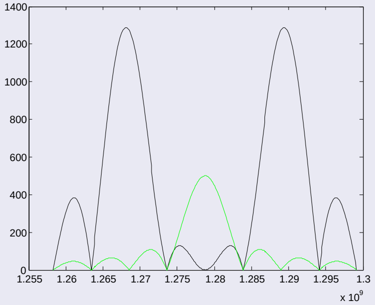
Su espectro:

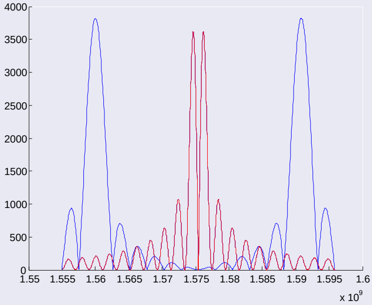


GALILEO: Tres bandas de frecuencias diferentes:

GALILEO: Tres bandas de frecuencias diferentes:

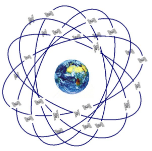



1400
1200
1000
800
600
400
200
0
1.255
1.26
1.265
1.27
1.275
1.28
1.285
1.29
1.295
1.3
x 10^9


4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
1.55
1.555
1.56
1.565
1.57
1.575
1.58
1.585
1.59
1.595
1.6
x 10^9

La Agencia Espacial Europea (ESA) tiene una NAVIPEDIA (en la que cooperó la empresa española GMV):

http://www.navipedia.net/



GPS en acción (véase el vídeo:

http://www.youtube.com/watch?v=zQdIjwoi-u4)